Kvalitativ valghandlingsteori, en oversikt over feltet

Teorier for kvalitativ valghandling har vært under sterk utvikling i de senere år. Disse teoriene tar sikte på å analysere valgadferd når alternativene er kategoriske. Typiske eksempler er valg mellom transportalternativer, bostedsregion, biltype og sysselsettingsstatus. Denne artikkelen gir en oversikt over feltet med hovedvekt på modelleringsaspektet. For å illustrere metodenes styrke diskuteres noen norske anvendelser.

AV
JOHN DAGSVIK

1. Innledning

Den tradisjonelle teorien for individuell valghandling, slik den framstår i teorien for konsumentenes tilpasning, forutsetter vanligvis at godene som etterspørres, er (uendelig) delbare. I mange situasjoner er imidlertid alternativene kvalitative eller kategoriske. Eksempler er valg mellom alternative transportmidler, bostedsregion, sysselsettingsstatus, familiestørrelse, utdanningsnivå, bilmerke, osv. I transportanalyser kan en eksempelvis være interessert i å estimere pris- og inntektselastisiteter til bruk for prognoser og for å studere virkninger av takstpolitikk, bensin- og bilavgifter. Videre kan en ønske å predikere trafikkfordelingen ved innføring av nye transportalternativer eller nedlegging av gamle. Alternativene kan være «strukturelt» eller observert kategoriske. Ulike transportmidler er et eksempel på strukturelt kategoriske alternativer mens sysselsettingsnivå definert ved arbeidstid, er strukturelt kontinuerlig. Dersom en imidlertid bare observerer status «delvis» eller «heltids» sysselsatt, vil responsvariabelen være kategorisk.

Teorien for kvalitativ valghandling tar nettopp sikte på å analysere situasjoner av den typen som er nevnt ovenfor, nemlig hvor data er utfall av individers valg fra mengder med et endelig antall alternativer. Statistisk kan slike data betraktes som realisasjoner generert av en multinomisk modell. Sannsynlighetene i denne modellen er i vår sammenheng individenes valgsannsynligheter. Formålet med valghandlingsteorien er å gi en ytterligere spesifikasjon av disse valgsannsynligheter slik at en, løst sagt, kan skille individuelle preferanser fra rammebetingelser. Her er rammebetingelsene representert ved mengden av tilgjengelige alternativer (valgmengder) og eventuelt ved variable som karakteriserer alternativene.

Trekker vi parallellen til den tradisjonelle mikroteorien, kan vi si at der er rammebetingelsene representert ved området som ligger under budsjettlinjen, som igjen er bestemt ved inntekt og priser.

Noe løst kan en si at valgmengden er en eksogen variabel slik at når modellen er estimert, kan en predikere frekvensene for valg fra valgmengder som ikke er representert i de aktuelle data.

Forskningen innen feltet er rettet mot å utvikle modeller der parametrene har en atferdstolkning samt metoder til estimering og prediksjon.

I denne oversikten skal jeg konsentrere meg om modelleringsaspektet, dvs. teorier for spesifikasjon av valgsannsynlighetene, og i liten grad gå inn på estimeringsmetoder.

Det finnes flere oversiktsartikler som legger vekt på ulike deler innen feltet, for eksempel diskuterer Amemiya (1981) estimeringsmetodene inngående. Andre oversiktsartikler er McFadden (1976) og Manski (1979). En sentral bok om emnet, er Manski og McFadden (1981).

2. Teorier for spesifikasjon av valgsannsynlighetene

Formelt kan en teori for individuell valghandling beskrives ved

i) Et univers S av valgalternativer. Alternativene kan være karakterisert ved et sett av vaiable hvorav en del er uobserverbare for økonometrikeren.
ii) En familie av (individuelle) valgsannsynligheter $\{P_j(B)\}$ der $P_j(B)$ er sannsynligheten for å velge alternativ j fra en spesifisert valgmengde B som er en delmengde av S.

Det teoretiske innholdet i modellen knytter seg til defineringen av alternativene samt spesifikasjonen av $\{P_j(B)\}$.

I transportanalyser kan for eksempel S = {bil, buss, T-bane} og B = {bil, buss} eller B = {bil, T-bane}. Det kan også tenkes ulike buss- og T-bane-alternativer definert ved trasé og avstand mellom stoppesteder.

I litteraturen er det to tradisjoner som begge er utviklet i den mer formelle psykologiske litteratur. Den ene retningen benevnes «Stokastiske nyttemodeller» og ble lansert av psykologen Thurstone (1927). Denne typen modeller har det til felles at strukturen til valgsannsynlighetene avledes fra en postulert latent stokastisk nyttefunksjon. Den andre retningen er av typen «revealed preference» og er karakterisert ved at en postulerer restriksjoner direkte på valgsannsynlighetene. Et sentralt navn her er D. Luce.

3. Stokastiske nyttemodeller

Som nevnt baserer denne tradisjonen seg på at en postulerer en latent stokastisk nyttefunksjon U_j, der U_j er individets nytte knyttet til alternativ j. Denne nyttefunksjonen antas stokastisk fra økonometrikerens synspunkt, men er ikke stokastisk for individet. Nyttefunksjonen antas stokastisk fordi en rekke av de faktorer som påvirker individets valg, ikke er kjent for økonometrikeren. I valg av transportmiddel kan noen legge vekt på å høre på radioen i egen bil, mens andre liker å treffe kjente på T-banen, e.l. Videre er gangavstand til stasjonen kjent for individet, men ikke nødvendigvis for økonometrikeren. I situasjoner hvor valgalternativene er strategier der det endelige utfall er usikkert, kan U_j ha tolkning som (subjektiv) forventet nytte knyttet til strategi j.

Individets desisjonsregel er at alternativ j velges fra B dersom

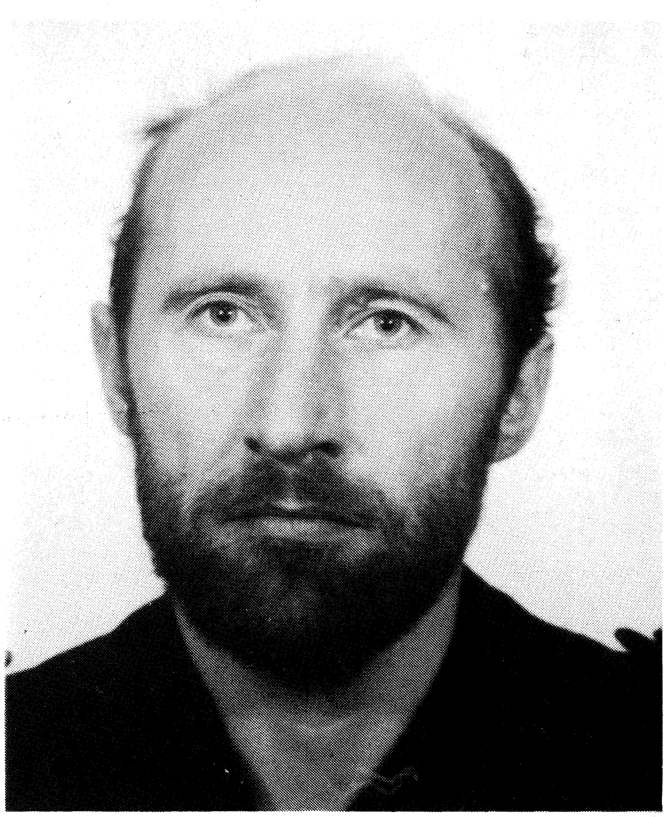
$$U_j = \max_{k \in B} U_k$$

dvs. dersom U_j er den største verdien nyttefunksjonen antar. Dette medfører at valgsannsynlighetene for de observerbare valg er gitt ved

$$P_j(B) = \Pr\{U_j = \max_{k \in B} U_k\}.$$

Når sannsynlighetsfordelingen til $U_1, U_2, \ldots$ er spesifisert, kan en i prinsippet beregne formler for $P_j(B)$.

Ofte er alternativene og individene som foretar valgene, karakterisert ved sett av observerbare kjennetegn. La z_j, $j = 1, 2, \ldots$ være vektorvariable av observerbare kjennetegn som beskriver egenskaper ved alternativ j. La videre x være en observerbar vektorvariabel som karakteriserer individet. I transportanalyser kan for eksempel z_j inneholde pris og tidsbruk mens x inneholder inntekt. Vi kan nå dekomponere nyttefunksjonen i en systematisk del $v_j = v(x,z_j)$ og et stokastisk restledd



John Dagsvik er cand. real og ansatt i Sosiodemografisk forskningsgruppe, Statistisk Sentralbyrå.

$$U_j = v(x,z_j) + \varepsilon_j$$

der $v(x,z_j)$ er forventet verdi av U_j gitt x og z_j mens ε_j er effekten av de variable som ikke observeres. Forventningen til ε_j gitt x og z_j er altså lik null. I praksis vil en ofte spesifisere $v_j = v(x,z_j)$ på følgende måte

$$(1) \quad v_j = \beta_1 R_1(x,z_j) + \beta_2 R_2(x,z_j) + \ldots + \beta_m R_m(x,z_j)$$

der $R_1, R_2, \ldots, R_m$ er *helspesifiserte* funksjoner av x og z_j mens $\beta_1, \beta_2 \ldots, \beta_m$ er ukjente parametre. For eksempel kan $R_k(x,z_j) = z_{jk}$, for $k = 1, \ldots s$, der s er dimensjonen til z_j og $R_k(x,z_j)$ for $k > s$, kan ta hensyn til eventuelle samspilleffekter mellom x og z_j. La oss se på et eksempel.

Eksempel 1

Anta at B består av to alternativer, dvs. $B = \{1,2\}$ og anta at restleddene ε_j er normalfordelte. La videre x og z_j være endimensjonale og la

$$v_j = az_j + b\,xz_j$$

der a og b er parametre. Vi får da

$$P_1(B) = \Pr\{v_1 + \varepsilon_1 > v_2 + \varepsilon_2\} = \Pr\{v_1 - v_2 > \varepsilon_2 - \varepsilon_1\}$$

$$= \phi\left(\frac{v_1 - v_2}{\sigma}\right) = \phi\left(\frac{a(z_1 - z_2) + b\,x(z_1 - z_2)}{\sigma}\right)$$

der $\sigma^2 = \mathrm{Var}(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)$ og ϕ er den standardiserte kumulative normalfordelingsfunksjonen. Vi kan nå estimere a/σ og b/σ ved såkalt probit-analyse med $z_1 - z_2$ og $x(z_1 - z_2)$ som forklaringsvariable (se Amemiya, 1981). Dersom valgmengden inneholder flere enn to alternativer, blir formlene for valgsannsynlighetene kompliserte i dette tilfelle (med normalfordelte restledd). En kaller denne modellen den multinomiske probit-modellen.

Eksempel 2

Anta at $\varepsilon_1, \varepsilon_2 \ldots$ er uavhengige identisk ekstremverdifordelte, (type III) (se avsnitt 5), dvs.

$$\Pr\{\varepsilon_j \leq x\} = \exp\{-e^{-x}\}.$$

Da kan en vise at

$$(2) \quad P_j(B) = \frac{e^{v_j}}{\sum_{k \in B} e^{v_k}}, \; v_j = EU_j.$$

Modellen definert ved (2) kalles ofte Luce modell. Her kan forventningsverdiene igjen være funksjoner av forklaringsvariable. Dersom v_j har formen (1), kalles (2) gjerne den multinomiske logit-modellen (ML). Selv om vi ikke har postulert v_j som funksjon av bakenforliggende variable, medfører likevel denne modellen en sterk restriksjon på mengden av mulige valgsannsynligheter. Vi har nemlig at forventningsverdien v_j ikke avhenger av valgmengden. Dette gjelder generelt, uavhengig av hvilken fordeling restleddene følger, såfremt restleddene er uavhengige. Dersom for eksempel S består av fire alternativer, kan en danne 11 ulike sett fra S, som inneholder to eller flere alternativer. Dette gir 28 valgsannsynligheter. Siden summen av sannsynlighetene for gitt B er lik 1, står vi tilbake med 28–11 = 17 ukjente sannsynligheter. Da S inneholder fire alternativer, har vi at alle sannsynlighetene er bestemt ved tre parametre, nemlig v_2-v_1, v_3-v_1 og v_4-v_1. (Når det ikke er definert en struktur på v_j, kan vi sette $v_1 = 0$ uten tap av generalitet.) Med andre ord kan vi uttrykke de 17 sannsynlighetene bare ved tre parametre. Luce modell, dvs. relasjon (2), har den egenskapen at

$$\frac{P_i(B)}{P_j(B)} = e^{v_i - v_j} \qquad i, j \in B$$

som viser at oddsforholdet er uavhengig av valgmengden B. Denne egenskapen vil bli omtalt nærmere i neste avsnitt.

La oss vende tilbake til den generelle situasjonen. La B = {1,2, . . .,J} og la $F^B(x_1,x_2, \ldots,x_J)$ være den simultane sannsynlighetsfordeling til $(\varepsilon_1,\varepsilon_2, \ldots,\varepsilon_J)$. Da kan det vises at

$$P_j(B) = \int F_j^B(x-v_1,x-v_2, \ldots,x-v_J)dx$$

der som før $v_j = EU_j$ og F_j^B er den partielt deriverte m.h.p. det j-te argument. Det kan videre vises at denne likningen kan uttrykkes som

$$\text{(3)} \quad P_j(B) = \frac{\delta E \max\limits_{k \in B} U_k}{\delta EU_j}$$

Altså er valgsannsynligheten for alternativ j lik den partielt deriverte av «gjennomsnittlig» maksimal nytte m.h.p. «gjennomsnittlig» nytte for alternativ j. Dette er et uttrykk som minner om Roy's identitet i mikro-teorien.

Dersom vi forutsetter at restleddene ε_1, ε_2, . . . er stokastisk uavhengige og identisk fordelte, kan det vises at nyttefunksjonen er entydig bestemt på en lineær transformasjon nær. Ved første øyekast kan dette synes paradoksalt i og med at utsagnet $U_j = \max\limits_k U_k$ er ekvivalent med utsagnet $H(U_j) = \max\limits_k H(U_k)$ er H er en monotont stigende transformasjon. Forklaringen bunner i uavhengighetsforutsetningen samt forutsetningen om at $U_j = v_j + \varepsilon_j$ der v_j og ε_j er uavhengige. Denne strukturen blir jo ikke bevart ved generelle transformasjoner av U_j.

4. «Revealed preference»-tradisjonen

Som nevnt ovenfor, er Luce' (1959) arbeid sentralt her. I dette arbeidet postulerte Luce det kjente aksiomet «uavhengighet fra irrelevante alternativer» (IIA). (*I*ndependence from *I*rrelevant *A*lternatives.) Hans IIA-aksiom har den styrken at det er enkelt og det har en klar atferdstolkning. Det leder videre til modeller som er forholdsvis enkle å estimere.

Aksiomet sier følgende: Betrakt et individ med valgmengde B. Vi tenker oss at «valgprosessen» skjer i to trinn. I første trinn velger individet ut en delmengde A fra B, som inneholder de mest attraktive alternativene. I neste trinn velger individet det mest attraktive alternativet fra A. Forutsetningen her er at i det siste trinnet tar individet bare hensyn til de alternativer som er med i A. Alternativene som er med i B, men ikke i A, er «irrelevante». Formelt kan IIA uttrykkes

$$P_j(B) = P_A(B)P_j(A), \quad j \in A \subset B \subset S,$$

dvs. sannsynligheten for å velge j fra B er lik sannsynligheten for å velge A fra B ganger sannsynligheten for å velge j fra A. Ved første øyekast kan dette aksiomet synes trivielt: Formelen ovenfor uttrykker jo loven for betinget sannsynlighet. Det som imidlertid er poenget her, er at $P_j(A)$ *ikke* skal avhenge av alternativer utenfor A. Generelt kan nemlig valgsannsynligheten gitt at valget skjer fra A, også avhenge av alternativer som ikke er med i A. Videre skal dette gjelde vilkårlig A. En ekvivalent måte å uttrykke dette på er: Dersom i og j er med i valgmengden, er odds-forholdet

$$\frac{P_i(B)}{P_j(B)}$$

uavhengig av B. Luce viser at IIA er ekvivalent med at

$$\text{(4)} \quad P_j(B) = \frac{W_j}{\sum\limits_{k \in B} W_k}, \; j \in B$$

der W_1, W_2. . . er entydige på multiplikasjon av en konstant nær, dvs. W_j avhenger *ikke* av B. (Vi kan f.eks. velge $W_1 = 1$.)

Det fins studier som inneholder tester av IIA. For eksempel har Skvoretz et al. (1974) studert valg mellom i alt ni ulike yrker, og de finner at IIA-egenskapen ikke forkastes på grunnlag av de innsamlete data.

5. Sammenhengen mellom Luce IIA aksiom og stokastiske nyttemodeller

I årene etter at Luce arbeid var publisert, stilte en seg spørsmålet om det finnes stokastiske nyttemodeller som oppfyller IIA og eventuelt hvor stor denne klassen av nyttemodeller er. Som vi så i eksempel 2, vil en stokastisk nyttemodell med uavhengig ekstremverdifordelte restledd gi valgsannsynligheter som tilfredsstiller IIA der $v_j = \log W_j$ (se 2) og (4)) har tolkning som forventet nytte for alternativ j. Dette ble en klar over i begynnelsen av 60-åra. Et betydelig vanskeligere problem er å finne hvilke restriksjoner IIA medfører for fordelingen til nyttefunksjonen. McFadden (1973) og mer generelt Yellott (1977) viste at innen klassen av modeller med stokastisk uavhengige nyttefunksjoner med identisk fordelte restledd er ekstremverdifordelingen den eneste fordeling som (under svake forutsetninger) medfører IIA. (Ekstremverdifordelingen (se eksempel 2) er den asymptotiske fordeling for maksimum av uavhengige identisk fordelte variable, og den klassifiseres gjerne i tre typer. Type III har formen $\exp(-e^{-x})$). Yellott introduserte også et nytt aksiom som han kalte «invarians under uniforme utvidelser av valgmengden» (IUE). Med uniforme utvidelser av valgmengden menes det at en utvider valgmengden med k alternativer som er identiske med det første, k alternativer som er identiske med det andre osv., der k er vilkårlig. Yellots aksiom sier at valgsannsynlighetene skal være de samme under uniforme utvidelser av valgmengden.

Med identiske alternativer mener vi identiske med hensyn til observerbare (for økonometrikeren) kjennetegn. Yellott viser at dersom nyttefunksjonene er uavhengige, er IUE ekvivalent med IIA. Dersom nyttefunksjonene ikke er uavhengige, vil IIA medføre IUE mens det omvendte ikke gjelder.

Strauss (1979) studerer under hvilke betingelser IIA holder når forutsetningen om uavhengige restledd droppes. Han viser at under visse svake forutsetninger, som vi ikke går inn på her, vil IIA være ekvivalent med at simultanfordelingen til restleddene $(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \ldots, \varepsilon_n)$ har formen

$$\phi(\sum_k e^{-\alpha x_k})$$

der α er en parameter og ϕ er en vilkårlig funksjon med den restriksjonen at uttrykket ovenfor skal være en kumulativ fordelingsfunksjon. Vi ser at når $\phi(x) = e^{-x}$, er vi tilbake til situasjonen med uavhengige restledd. Vi ser at fordelingen ovenfor er invariant under permuteringer av komponentene. Dette betyr at korr$(\varepsilon_i, \varepsilon_j)$ er uavhengig av i og j. Litt løst kan vi derfor si at IIA er ekvivalent med at det er lik korrelasjon mellom nyttefunksjonene for ulike alternativer. Det ser ut som om dette er det sentrale kriteriet for ekvivalens med IIA. For eksempel har en ved stimuleringer funnet at den multinomiske probit modellen med likt korrelerte nyttefunksjoner gir tilnærmet de samme prediksjoner som den multinomiske logit modellen.

6. Generaliseringer av IIA

Tversky (1972 a, b) har arbeidet med å generalisere Luce modell. Tverskys modell går under navnet «aspekt-eliminerings»modellen (EBA) (elimination by aspects). I denne modellen tenker en seg at valgprosessen skjer trinnvis hvor alternativer eller delmengder av alternativer blir eliminert på hvert trinn slik at en til slutt står igjen med det «beste» alternativet. De betingede elimineringssannsynlighetene på hvert trinn antas å ha en bestemt struktur, men det vil føre for langt å diskutere dette her.

EBA-modellen har imidlertid i liten grad blitt brukt i empiriske analyser. Vi skal i dette avsnittet konsentrere oss om generaliseringer innen klassen av stokastiske nyttemodeller, dvs. vi skal se på modeller hvor vi tillater en mer eller mindre generell avhengighet mellom restleddene i nyttefunksjonen.

Debreu (1960) var en av de første som påviste at det i noen situasjoner er urimelig å postulere IIA. Betrakt følgende eksempel som er analogt til Debreus eksempel:

Eksempel 3

Anta at individer har valget mellom transportmidlene privatbil eller buss (blå buss). Vi observerer at ⅔ velger bil og ⅓ velger busstransport. Anta at vi nå tenker oss et nytt busstransportalternativ (rød buss) som er identisk med det første bortsett fra fargen, som er rød. Vi antar at den røde og den blå bussen har samme avgangstider og at det ikke er noe problem med sitteplasser.) Vi ønsker nå å predikere de respektive andelene med den utvidede valgmengden. Det synes da rimelig å anta at andelen som kjører bil, ikke vil endres. Dvs. ⅔ vil kjøre bil, ⅙ vil kjøre rød buss og ⅙ vil kjøre blå buss.

La oss nå se hva Luce modell gir. La 1, 2 og 3 være henholdsvis bil, rød buss og blå buss. Bruker vi (4) med $W_1 = 1$, har vi altså

$$P_1(1,2) = \frac{W_1}{W_1+W_2} = \frac{1}{1+W_2} = \frac{2}{3}$$

som betyr at et $W_2 = 0{,}5$. Siden alternativ 3 synes like attraktivt som alternativ 2, er det naturlig å anta $W_3 = W_2 = 0{,}5$. Dermed får vi

$$P_1(1,2,3) = \frac{W_1}{W_1+W_2+W_3} = \frac{1}{2},$$

$$P_2(1,2,3) = P_3(1,2,3) = \frac{1}{4}.$$

Grunnen til at IIA er urimelig i dette tilfellet, skyldes åpenbart at alternativene er uheldig definerte. De to buss-alternativene oppfattes egentlig ikke som to, men som *ett* alternativ. I dette eksemplet og i tilsvarende eksempler er situasjonen ikke så problematisk fordi en er i stand til å redefinere universet av alternativer slik at IIA gjelder. I mange anvendelser er imidlertid dette ikke tilfelle. Det er derfor behov for en mer generell klasse av modeller som gir IIA egenskapen som et spesialtilfelle. De første generaliseringer ble gjort med utgangspunkt i probit-modellen, dvs. en lot $(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \ldots)$ være multinormalt fordelt med generell kovariansstruktur. Imidlertid leder dette til kompliserte analytiske uttrykk for valgsannsynlighetene, spesielt dersom antall alternativer er større enn 4. For eksempel har Hausman & Wise (1978) benyttet en slik probitmodell (3 og 4 alternativer) for analyse av bytransport i Washington D.C.

En annen retning som har vært mer benyttet, er å avlede modeller som er basert på generaliseringer av ekstremverdifordelingen, nemlig den multivariate ekstremverdifordeling. Anta nå at $(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \ldots)$ har simultanfordeling $F(x_1, x_2, \ldots)$ og at F er en multivariat ekstremverdifordeling. Den vesentlige egenskapen ved denne fordelingen (på standardisert form), er at

$$G(x_1, x_2, \ldots) = e^{-y}\, G(x_1 - y, x_2 - y, \ldots)$$

for vilkårlig y, der $G = -\log F$. I dette tilfellet er det lett å vise at

$$\underset{k \in B}{\mathrm{Emax}}\, U_k = \log G^B(-v_1, -v_2, \ldots),$$

der $G^B = -\log F^B$ og F^B er simultanfordelingen til $\{\varepsilon_j\}$, for $j \in B$. Bruker vi formelen (3), får vi at valgsannsynlighetene er gitt ved

$$(5) \quad P_j(B) = \frac{\delta \log G^B(-v_1, -v_2, \ldots)}{\delta v_j}, \quad j \in B.$$

La oss se på et eksempel.

Eksempel 4

La $S = \{1,2,3\}$ og anta at

$$\mathrm{korr}(\varepsilon_1, \varepsilon_j) = 0 \text{ for } j = 2,3, \ \mathrm{korr}(\varepsilon_2, \varepsilon_3) > 0.$$

For eksempel kan 1 være bil, 2 være buss og 3 være trikk.

Dette innebærer en tendens til at de som har høyere nytte av buss enn gjennomsnittet, også har høyere nytte av trikk enn gjennomsnittet. Eller uttrykt slik: Det er en tendens til at de som foretrekker buss framfor bil, også foretrekker trikk framfor bil. En type ekstremverdifordeling som tar hensyn til dette, er

$$F(x_1, x_2, x_3) = \exp\{-e^{x_1} - (e^{-x_2/P} + e^{-x_3/P})^{\rho}\}, \ 1 \geq \rho \geq 0$$

der $P^2 = 1 - \mathrm{korr}(\varepsilon_2, \varepsilon_3)$. Vi ser at

$$G(-v_1, -v_2, -v_3) = e^{v_1} + (e^{v_2/\rho} + e^{v_3/\rho})^{\rho},$$

$$G^{(1,2)}(-v_1, -v_2) = e^{v_1} + e^{v_2},$$

$$G^{(2,3)}(-v_2, -v_3) = (e^{v_2/\rho} + e^{v_3/\rho})^{\rho}.$$

(Vi får nemlig fordelingen til restleddene som er med i valgmengden B ved å sette x-verdien for de komponentene som ikke er med i B, lik uendelig.) Bruker vi nå (5) overfor, får vi eksempelvis

$$P_1(S) = \frac{e^{v_1}}{e^{v_1} + (e^{v_2/\rho} + e^{v_3/\rho})^{\rho}},$$

$$P_2(S) = \frac{(e^{v_2/\rho} + e^{v_3/\rho})^{\rho-1} e^{v_2/\rho}}{e^{v_1} + (e^{v_2/\rho} + e^{v_3/\rho})^{\rho}}$$

osv. Når $\rho = 0$, kan det vises at

$$P_1(S) = \frac{e^{v_1}}{e^{v_1} + \exp(\max(v_2, v_3))}.$$

Modellen ovenfor er et eksempel på en «nestet» logit modell. Vi ser at

$$\frac{P_2(S)}{1-P_1(S)} = \frac{e^{v_2/\rho}}{e^{v_2/\rho} + e^{v_3/\rho}} = P_2(2,3)$$

dvs. den betingede sannsynlighet for at 2 velges fra S gitt at 1 ikke velges (men er tilgjengelig), er lik valgsannsynligheten for at 2 velges fra delmengden (2,3). Venstresiden i uttrykket over kan i vårt transporteksempel tolkes som andelen som foretrekker buss framfor trikk innenfor den del av populasjonen som foretrekker kollektivtransport framfor bil. Høyresiden kan tolkes som andelen av totalpopulasjonen som foretrekker buss framfor trikk uansett hvordan de prioriterer bil. Derimot er

$$\frac{P_2(S)}{1-P_3(S)} = \frac{(e^{v_2/\rho} + e^{v_3/\rho})^{\rho-1} e^{v_2/\rho}}{e^{v_1} + (e^{v_2/\rho} + e^{v_3/\rho})^{\rho-1} e^{v_2/\rho}} \neq P_2(1,2)$$

dvs. den betingede sannsynlighet for å velge 2 fra S gitt at 3 ikke velges, er forskjellig fra sannsynligheten for å velge 2 fra (1,2).

8. Det dynamiske tilfellet

Til nå har vi bare behandlet det statiske tilfellet. I mange viktige anvendelser skjer imidlertid valgene ved ulike tidspunkter. Eksempler er analyse av flytting, utdanning, yrkesdeltaking, familiestørrelse og fødslenes plassering i livsløpet, osv. Hittil er det få som har arbeidet med å utvide teorien ovenfor til det dynamiske tilfelle. Heckman (1981) har generalisert Thurstone modellen, dvs. den stokastiske nyttemodellen med normalfordelte restledd, til det dynamiske tilfelle, og han har også anvendt denne til dynamisk analyse av arbeidstilbud. I dette opplegget postuleres en stokastisk nytteprosess $\{U_j(t)\}$ der $U_j(t)$ er nytten av alternativ j (tilstand j) på tidspunkt t gitt historien opp til t og gitt at framtidige valg skjer optimalt. Dersom en rekke faktorer som påvirker framtidige vurderinger, er usikre, kan $U_j(t)$ være (subjektiv) forventet nytte ved å være i tilstand j gitt historien opp til t. Ved tidspunkt t er $U_j(t)$ ikke-stokastisk for individet men stokastisk for observatøren på grunn av uobserverbare variable. Dersom $\{U_j(t)\}$ ikke er autokorrelert kan en benytte metoder fra det statiske tilfelle fordi en da får at simultansannsynligheten for en bestemt valgkarriere blir produktet av de marginale valgsannsynlighetene ved hvert tidspunkt.

Imidlertid kan $\{U_j(t)\}$ ofte være autokorrelert fordi det kan være stabilitet over tid i de uobserverbare variable som påvirker preferansene. Dette kan vi kalle heterogenitetseffekten. En annen betegnelse for dette er «vanestabilitet» (Habit persistence), dvs. effekten av de uobserverbare variable er definert som «vane». Heterogenitet vil føre til at en observerer avhengighet mellom valg ved flere tidspunkter simpelthen fordi observerte valg er «proxy» for uobserverte variable som endrer seg langsomt over tid. Men en slik observert avhengighet kan også skyldes «sann tilstandsavhengighet» (Heckman, 1980). Sann tilstandsavhengighet betyr at nyttefunksjonen avhenger av tidligere valg som et resultat av at preferanser og muligheter blir påvirket av erfaringer fra tidligere valg. Vi kan si det slik at sann tilstandsavhengighet betyr at nåværende valg avhenger av tidligere valg, sett fra individets synspunkt, mens heterogenitet bare fører til avhengighet mellom nåværende og tidligere valg sett fra observatørens synspunkt. Ved analyse av longitudinelle individdata vil ofte begge effekter gjøre seg gjeldende, og Heckman har utviklet metoder til å identifisere slike effekter.

Det kan være av betydelig praktisk interesse å skille disse to effektene fra hverandre. La meg nevne et eksempel på dette. I empiriske studier har en funnet at individer som har hatt perioder med arbeidsløshet synes mer tilbøyelige til å bli arbeidsløse enn ellers like individer som ikke har erfart arbeidsløshet.

I litteraturen gis det to forklaringer på dette. Den ene forklaringen er at individene blir påvirket av arbeidsledighet ved at de blant annet «mister» arbeidsmarkedserfaring, slik at deres muligheter reduseres. Den andre forklaringen er at den observerte avhengigheten skyldes heterogenitet. Dersom den første forklaringen er riktig betyr det at arbeidsløshet har en *varig* effekt på lang sikt fordi personer som har vært arbeidsløse vil ha større problemer på arbeidsmarkedet enn (ellers like) personer som ikke har vært arbeidsløse. Arbeidsmarkedstiltak som hindrer arbeidsledighet kan derfor redusere arbeidsledigheten på lang sikt.

Dersom den andre forklaringen er riktig vil derimot kortsiktige arbeidsmarkedstiltak *ikke* ha noen virkning på lang sikt.

Dagsvik (1983) behandler problemet med å utvide IIA-aksiomet og de tilsvarende stokastiske nyttemodellene til det dynamiske tilfellet. Det vil imidlertid føre for langt å gå inn på og drøfte dette her.

8. Noen norske empiriske undersøkelser

Amemiya (1981) gir en oversikt over en hel rekke empiriske anvendelser av kvalitativ valghandlingsteori. Jeg skal derfor nøye meg med å presentere et par anvendelser vi arbeider med i Statistisk Sentralbyrå.

a. Et sosiologisk eksempel

Vi skal se på en enkel anvendelse hentet fra Tidsnyttingsundersøkelsen 1980–81 (Statistisk Sentralbyrå). Der er det stilt en rekke spørsmål for å kartlegge hvem individene i utvalget ville henvende seg til dersom de trengte hjelp. Det er videre spurt om hvilke valgmuligheter personene har. Personene grupperes i to persongrupper, nemlig de som er under 45 år (gruppe 1) og de som er over 45 år (gruppe 2). Alternativunivers for gruppe 1 er

$$S_1 = \{\text{Far, mor, bror, søster, nabo}\}$$

For noen personer er alle alternativene tilgjengelige, mens for andre er bare noen av alternativene tilgjengelig. Det er ønskelig å representere data ved noen få parametre og å predikere valgfrekvensen når valgmengden er forskjellig fra de som er observert. Det er også ønskelig å konstruere en skala som gir uttrykk for de «gjennomsnittlige» rangeringer av alternativene.

Betrakt gruppe 1 og anta at Luce modell (2) gjelder (eksempel 2). I datamaterialet er det ni ulike valgmengder, $B_1, B_2 \ldots, B_9$. La oss nummerere alternativene slik at 1 er mor, 2 er far, 3 er bror, 4 er søster, 5 er nabo.

«Likelihoodfunksjonen» for hver B_k er en multinomisk fordeling hvor sannsynligheten $P_j(B_k)$ er parametrisert ved (2). Den totale likelihoodfunksjonen for alle observasjonene oppnås ved å ta produktet over alle $k = 1,2,\ldots, 9$. Modellen kan estimeres ved sannsynlighetsmaksimeringsmetoden. Dersom vi bruker χ^2-observatoren som føyningsmål, finner vi at IIA blir forkastet etter dette kriteriet. En mulig forklaring på dette er at nabo-alternativet skiller seg ut fra familiealternativene ved at det er en individuell (uobserverbar) «familievariabel» som påvirker preferansene.

For et gitt individ har denne variabelen samme verdi for alle familiealternativene, men den er lik null for nabo-alternativet. Vi kan tenke på denne variabelen som et mål for familietilhørighet. Denne variabelen varierer over individene i persongruppen og betraktes derfor som stokastisk. Denne hypotesen fører til at nyttefunksjonene får en bestemt korrelasjonsstruktur, nemlig

$$\text{korr}(U_i,U_j) = \tau,\ i \neq j,\ i \neq 5 \text{ og } j \neq 5,$$

$$\text{korr}(U_i,U_5) = 0, \quad i \neq 5,$$

der alternativ 5 er nabo-alternativet. Tilsvarende til eksempel 4 kan vi finne en multivariat ekstremverdifordeling for restleddene $(\varepsilon_1,\varepsilon_2,\ldots)$ som tilfredsstiller denne strukturen. Dette fører til at valgsannsynlighetene får en såkalt «nestet» logit struktur, hvilket betyr at de kan skrives som produkt av betingede sannsynligheter som hver har en multinomisk logit struktur. Det er derfor mulig å estimere «nestet» logit modeller ved trinnvis estimering ved hjelp av standard multinomisk logit program.

Data og prediksjoner for den nestete logit modellen

Tabell 1. ***Personer under 45 år gruppert etter hvilke valgmengder de har. Modell II.***

Alternativ	1 mor	2 far	3 bror	4 søster	5 nabo	Sum
Observert	30	N	N	N	6	36
Predikert	31,3				4,7	
Observert	N	N	36	N	20	56
Predikert			37,7		18,3	
Observert	21	N	2	N	1	24
Predikert	20,9		2,1		5,0	
Observert	N	N	9	21	2	32
Predikert			8,4	21,6	4,0	
Observert	N	5	N	N	2	7
Predikert		5,5			1,5	
Observert	65	3	N	N	10	78
Predikert	64,6	3,4			9,9	
Observert	50	4	4	N	6	64
Predikert	49,9	4,1	4,1		7,9	
Observert	23	N	N	7	8	32
Predikert	23,1			6,9	3,8	
Observert	45	2	N	5	8	60
Predikert	45,2	1,6		5,2	7,0	
Observert	21	N	2	6	8	37
Predikert	20,9		2,0	6,1	4,3	
Observert	64	4	5	15	6	94
Predikert	64,2	3,5	5,3	15,0	10,7	

Estimater: $v_1 = 0$, $\hat{v}_2 = -1,39$, $\hat{v}_3 = -1,18$, $\hat{v}_4 = -0,72$, $\hat{v}_5 = -1,90$.

I tabellen er det innsatt N for de alternativene som ikke er tilgjengelig.

(modell II) er gjengitt i tabell 1. Vi ser at vi får ekstremt gode prediksjoner bortsett for nabo-alternativet. Beregner vi χ^2-observatoren, får vi $\chi^2 \approx 16,3$ (21 frihetsgrader). Siden 5 prosent-fraktilen er 32,7, forkastes ikke modellen ved dette kriteriet. Korrelasjonen mellom nyttefunksjonene er estimert til

$$\text{Korr}(U_i,U_j) = \tau = 0,76 \text{ for } i \neq j \text{ og } i,j \neq 5.$$

Dette viser at det er betydelig korrelasjon mellom nyttefunksjonene knyttet til familiealternativene.

Når vi tar hensyn til restriksjonene

$$\sum_{j \in B_k} P_j(B_k) = 1$$

for alle k, gjenstår det 24 «frie» parametre (ukjente sannsynligheter) i modellen. Alle disse sannsynlighetene uttrykkes altså i vår modell ved de fem parametrene v_2, v_3, v_4, v_5 og τ. Det må sies å være en betydelig reduksjon.

Valgsannsynlighetene og v-skalaen gir bare uttrykk for gjennomsnittspreferansene i gruppe 1. De individuelle rangeringene kan vi høyst beregne sannsynlighetene for. For eksempel har vi at rangeringsrekkefølgen 1,3,2 har sannsynlighet

$$\Pr\{U_1>U_3>U_2\}.$$

Dette uttrykket kan vi beregne på grunnlag av de estimerte parametre, men det vil føre for langt å gå inn på dette her.

b. Et økonomisk eksempel

I dette arbeidet er formålet å analysere individers arbeidstilbud som funksjon av lønn, ikke-lønnsinntekt, skatt og demografiske kjennetegn som alder, utdanning, barnetall, osv. Jeg skal begrense meg til å beskrive et statisk opplegg.

Utgangspunktet her er et tradisjonelt mikro-opplegg. Anta at individet har en nyttefunksjon U(L,C) der L er fritid og C er konsum (C er konsum av et Hicks' sammensatt gode). Individet forutsettes å maksimere nytten m.h.p. L og C under budsjettbetingelsene bestemt ved lønn, pris, total disponibel tid samt skattefunksjonen. Denne skattefunksjonen er stykkvis lineær, og vi kaller de områdene den er lineær for skattesegmenter. Slik det norske skattesystemet er, blir budsjett-kurven ikke-konkav, og det kan derfor tenkes at budsjettkurven tangerer indifferens-kurvene flere steder. Det er derfor ikke nok å benytte lokale kriterier for å bestemme optimumspunktet. En metode til å håndtere dette problemet er følgende. La V_j være den indirekte nyttefunksjon gitt at en er tilpasset på skattesegmentet j.

Det kan vises at V_j blir en funksjon av marginal-lønn og virtuell inntekt på segment j. Virtuell inntekt på segmentet tilsvarer den ikke-lønnsinntekten en finner ved å forlenge budsjettlinjen på segmentet til den skjærer y-aksen.

Størrelsen på V_j er altså den høyeste nytte en kan ha gitt at en er tilpasset på segment j. Segment j er det optimale segment dersom

$$V_j = \max_{k \in B} V_k$$

der B er mengden av tilgjengelige segmenter. Mengden B er forskjellig fra individ til individ fordi noen er underlagt restriksjoner på arbeidstid. Dessuten har noen en lønn som gjør at høye inntektsintervaller ikke er tilgjengelige. I datamaterialet har vi i noen grad opplysninger om arbeidstid. På grunn av uobserverbare variable samt mulig feilspesifikasjon av funksjonsformer, antar vi at V_j er stokastisk, dvs.

$$V_j = v(m_j, I_j, x) + \varepsilon_j,$$

der x er en vektor av personkjennetegn, m_j og I_j er henholdsvis marginallønn og virtuell inntekt på segment j.

Vi ser at vi dermed har formulert problemet som et valghandlingsproblem av typen drøftet ovenfor hvor valgalternativene er skattesegmentene. Antar vi f.eks. at restleddene ε_j er ekstremverdifordelte, vil valgsannsynlighetene bli på formen (2) med

$$v_j = v(m_j, I_j, x)$$

Etter å ha postulert en funksjonsform for v, kan parametrene i denne estimeres ved å benytte standardprogram i f.eks. TROLL. Det er også mulig å predikere optimal arbeidstid gitt optimalt skattesegment ved å benytte en variant av Roy's identitet.

9. Avsluttende bemerkninger

Som nevnt innledningsvis, er denne oversikten langt fra dekkende for alt det som skjer på feltet. Jeg har for eksempel ikke behandlet situasjonen der alternativene er usikre, og jeg har ikke sett på teorier for rangering av alternativer. Jeg har valgt å belyse noen sentrale ideer innen området med ønske om å gi leseren en forståelse for hvilken effektivit og nyttig verktøy metodene representerer. Forskningen innen feltet er omfattende, og det dukker stadig opp nye typer anvendelser. Et problem er at det foreløpig finnes få lærebøker i økonometri som behandler temaet. Det er likevel tvilsomt om dette er god nok unnskyldning til ikke å innføre dette emnet i f.eks. sosialøkonomistudiet.

LITTERATUR

Amemiya, T. (1981): Qualitative Response Models: A Survey. *J. Econ. Literature*, 1483–1536.

Dagsvik, J. (1983): Discrete Dynamic Choice: An Extension of the Choice Models of Thurstone and Luce. *J. Math. Psychology*, 1–43.

Debreu, G. (1960): Review of R. D. Luce, Individual Choice Behavior: A Theoretical Analysis. *Am. Econ. Rev.* 186–88.

Hausman, J. A. & Wise, D. A. (1978): A Conditional Probit Model for Qualitative Choice: Discrete Decisions Recognizing Interdependence and Heterogeneous Preferences. *Econometrica*, 403–426.

Heckman, J. J. (1980): Heterogeneity and State Dependence in Dynamic Models of Labor Supply. In S. Rosen (Eds.), *Conference on low Income Labor Markets*. Univ. of Chicago Press, Chicago.

Heckman, J. J. (1981): Statistical Models for Discrete Panel Data. In C. F. Manski & D. McFadden (Eds.). *Structural Analysis of Discrete Data*. MIT Press, Cambridge.

Luce, R. D. (1959): *Individual Choice Behavior*. Wiley, New York.

Manski, C. (1979): Structural Models for Discrete Data. In *Sociological Methodology*.

Manski, C. & McFadden, D. (1981): *Structural Analysis of Discrete Data*. MIT Press, Cambridge.

McFadden, D. (1973): Conditional Logit Analysis of Qualitative Choice Behavior. In P. Zarembka (Eds.) *Frontiers in Econometrics*. Academic Press, New York.

McFadden, D. (1976): Quantal Choice Analysis: A Survey. *Ann. Econ. Soc. Measure*, 363–389.

Skvortez, J. & Windell, P. & Fararo, T. J. (1974): Luce's Axiom and Occupational Prestige: Test of a Measurement Model. *J. Math. Sociology*, 147–162.

Strauss, D. (1979): Some Results on Random Utility Models. *J. Math. Psychology*, 35–52.

Thurstone, L. L. (1927): A Law on Comparative Judgment. *Psychological Review*, 272–286.

Tversky, A. (1972a): Choice by Elimination. *J. Math. Psychology*, 341–367.

Tversky, A. (1972b): Elimination by Aspects: a Theory of Choice. *Psychological Review*, 281–299.

Yellott, J. I. (1977): The Relationship Between Luce's Choice Axiom, Thurstone's Theory of Comparative Judgment and the Double Exponential Distribution. *J. Math. Psychology*, 109–146.