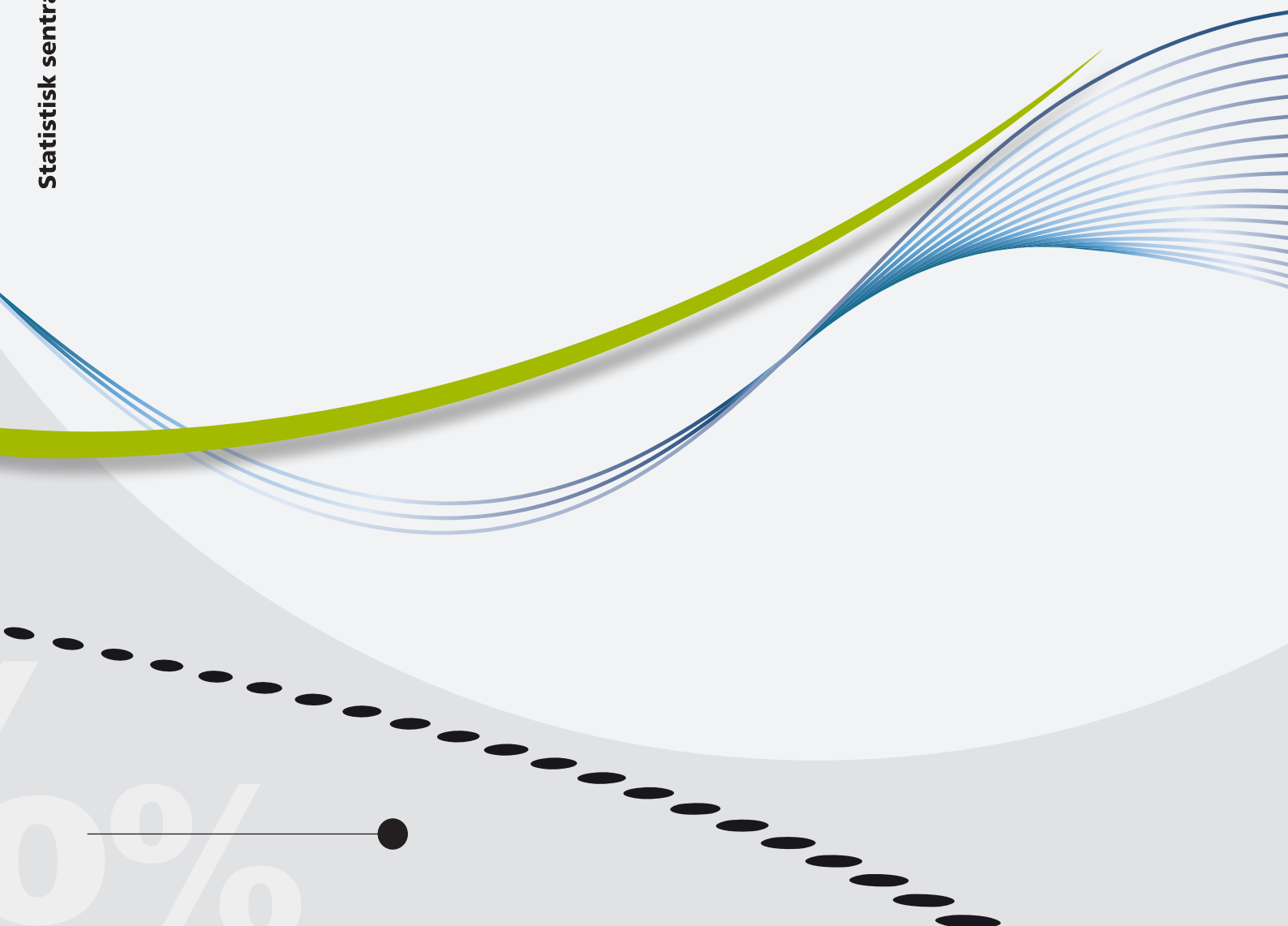




*Dinh Quang Pham*

## **Variansestimering for sesongjusterte tall med X-12-ARIMA**





*Dinh Quang Pham*

**Variansestimering for sesongjusterte tall  
med X-12-ARIMA**

I serien Notater publiseres dokumentasjon, metodebeskrivelser, modellbeskrivelser og standarder.

© Statistisk sentralbyrå  
Ved bruk av materiale fra denne publikasjonen  
skal Statistisk sentralbyrå oppgis som kilde.

Publisert 14. desember 2017

ISBN 978-82-537-9659-8 (elektronisk)

<b>Standardtegn i tabeller</b>	<b>Symbol</b>
Tall kan ikke forekomme	.
Oppgave mangler	..
Oppgave mangler foreløpig	...
Tall kan ikke offentligjøres	:
Null	-
Mindre enn 0,5 av den brukte enheten	0
Mindre enn 0,05 av den brukte enheten	0,0
Foreløpig tall	*
Brudd i den loddrette serien	—
Brudd i den vannrette serien	
Desimaltegn	,

## Forord

Hensikten med dette notatet er å presentere variansestimering av sesongjusterte tall fra X-12-ARIMA. For en modellbasert sesongjustering er det ekplisitte formler for varianser. Men for X-12-ARIMA blir variansene estimert fra en lineær tilnærming av estimatorene. Bakgrunnen for notatet er at vi kan få beskrevet kvalitet for sesongjusterte tall med usikkeheter.

Jeg vil takke Øyvind Langsrud, Magnar Lillegård, Ane Seierstad, Terje Skjerpen og Andres Holmberg for gode kommentarer. Jeg takker også Jørn Ivar Hamre som har gitt meg tillatelsen for til å bruke AKU-tall i eksempler.

Statistisk sentralbyrå, 2. november 2017

Jørn Leonardsen

## Sammendrag

X-12-ARIMA har vært brukt i Statistisk sentralbyrå i mange år som et verktøy for sesongjustering. Det er en ikke parametriske metode, der trend- og sesongkomponent blir estimert ved glidende gjennomsnittsteknikk, ikke modeller. Vi får dermed estimerte verdier for trend-, sesongkomponent og sesongjusterte tall uten usikkerheter. Pfeffermann har laget en metode for å anslå disse usikkerhetene. Vi anvender denne metoden for å beregne usikkerheter av trend og sesongjusterte tall for prosent arbeidsledige totalt. Vi beregner også usikkerhetene for 3-måneders glidende gjennomsnitt og 3-månedersendring av sesongjusterte tall. Variansestimeringen tar hensyn til korrelasjonen til utvalgsfeil som kommer fra en roterende panelundersøkelse.

# Innhold

<b>1 Innledning</b>	<b>6</b>
<b>2 Beskrivelse av metoden</b>	<b>6</b>
2.1 En lineær tilnærming (LT) med X-11-metoden . . . . .	7
2.2 Beregning av variansen til sesongjusterte tall for en additiv dekomponering . . . . .	8
2.3 Beregning av variansen til sesongjusterte tall for en multiplikativ dekomponering . . . . .	9
<b>3 Eksempler</b>	<b>9</b>
3.1 Beregning av $\text{Var}^{(i)}(\hat{A}_t)$ , for $i = 1, 2$ . . . . .	9
3.1.1 Additiv dekomponering med X-11 metoden . . . . .	9
3.1.2 Additiv dekomponering med X-12-ARIMA . . . . .	11
3.1.3 Multiplikativ dekomponering med X-12-ARIMA . . . . .	13
3.2 Trend og usikkerheter . . . . .	15
3.3 Variansen til tre måneders glidende gjennomsnitt av sesongjusterte tall med multiplikativ modell og X-12-ARIMA . . . . .	15
3.4 Variansen til 3-månedersendringen av $\bar{A}_t^{(3m)}$ , $\text{Var}(\bar{A}_t^{(3m)} - \bar{A}_{t-3}^{(3m)})$ . . . . .	16
3.5 Variansen til 12-månedersendringen av $\bar{A}_t^{(3m)}$ , $\text{Var}(\bar{A}_t^{(3m)} - \bar{A}_{t-12}^{(3m)})$ . . . . .	17
<b>4 Oppsummering</b>	<b>17</b>

# 1 Innledning

Vi sesongjusterer tidsserier i SSB (Statistisk sentralbyrå) med X-11-ARIMA, X-12-ARIMA og X-13ARIMA-SEATS. Disse programmene er basert på den empiriske ikke-parametriske X-11-metoden (Shiskin, Young and Musgrave 1967). Metoden er basert på en glidende gjennomsnittsteknikk, ikke modeller. Dermed vet vi ikke hvordan man skal beregne varianser til de estimerte komponentene. Pfeffermann (1994) har laget en metode for å beregne variansen til sesongjusterte tall, som kan også brukes for trend og sesongkomponent. Hovedtrekkene ved metoden er:

- Den tar hensyn til både utvalgsfeil og variasjoner av komponenter ved sesongjustering. La  $y_t, t = 1, \dots, N$  være den observerte tidsserien.  $y_t$  kan være en estimert verdi av  $Y_t$  i populasjonen fra en utvalgsundersøkelse. Anta at  $Y_t$  kan spaltes opp i trend  $T_t$ , sesongkomponent  $S_t$  og irregulærkomponent  $I_t$ . Vi kan skrive slik:

$$y_t = Y_t + \epsilon_t \quad \text{og} \quad Y_t = T_t + S_t + I_t \quad (1)$$

der  $\epsilon_t$  er utvalgsfeil.

- Den krever at estimatoren til trenden og sesongkomponenten er tilnærmet forventningsrett

$$E(\hat{T}_t - T_t) \approx 0 \quad \text{og} \quad E(\hat{S}_t - S_t) \approx 0 \quad (2)$$

og at utvalgsfeil og irregulærkomponent er stasjonære prosesser. Den krever ikke stokastiske modeller av trend og sesongkomponent,

- Metoden tar hensyn til korrelasjonen i utvalgsfeil som kommer fra en roterende panelundersøkelse.
- Den krever ingen estimeringer for kovarianser av ujusterte tall fra utvalget.
- Metoden er veldig enkel, og beregningen krever ikke mye tid.

Pfeffermanns metode er opprinnelig beskrevet for en additiv dekomponering. Metoden er senere blitt utvidet for X-11-ARIMA (Dagum, 1980) og for multiplikativ dekomponering (der  $Y_t = T_t \times S_t \times I_t$ ).

La  $A_t$  være sesongjusterte tall i måned  $t$ . I dette notatet vil vi presentere metoden til Pfeffermann for å beregne variansen til  $\hat{A}_t$ . Vi anvender også metoden for å beregne variansen til:

- endring over en måned i sesongjusterte tall,  $\hat{A}_t - \hat{A}_{t-1}$ ,
- $\overline{A}_t^{(3m)}$  som er tre måneders glidende gjennomsnitt,  $\overline{A}_t^{(3m)} = (\hat{A}_{t-1} + \hat{A}_t + \hat{A}_{t+1})/3$ ,
- endring over tre måneder og tolv måneder av  $\overline{A}_t^{(3m)}$ , dvs  $(\overline{A}_t^{(3m)} - \overline{A}_{t-3}^{(3m)})$  og  $(\overline{A}_t^{(3m)} - \overline{A}_{t-12}^{(3m)})$  henholdsvis.

Metoden og eksempler blir beskrevet i de neste avsnittene.

## 2 Beskrivelse av metoden

Vi skriver likning (1) mer detaljert her

$$y_t = Y_t + \epsilon_t, \quad E_D(\epsilon_t) = 0, \quad \text{og} \quad E_D(\epsilon_t \epsilon_{t-k}) = \lambda_k, \quad k = 0, 1, \dots \quad (3)$$

der  $D$  står for "sampling design". Merk at utvalgsfeil kan være korrelert med hverandre når undersøkelsene er delvis overlappende, slik som i roterende panel hvor primær- og endelige utvalgseenheter beholdes i utvalget over flere tidsperioder.

Vi beskriver  $Y_t$  slik:

$$Y_t = T_t + S_t + I_t, \quad \text{der} \quad E_\xi(I_t) = 0, \quad \text{og} \quad E_\xi(I_t I_{t-k}) = v_k, \quad \text{for} \quad k = 0, 1, \dots \quad (4)$$

Vi antar også at  $I_t$  og  $\epsilon_t$  er ukorrelert med hverandre, dvs.  $E(I_t \epsilon_{t-k}) = 0$ , for alle  $k$ .



Vi får fra likningene (3) og (4)

$$y_t = T_t + S_t + I_t + \epsilon_t = T_t + S_t + e_t, \quad (5)$$

der  $E_c(e_t) = 0$ ,  $E_c(e_t e_{t-k}) = V_k = \lambda_k + v_k$ ,  $k = 0, 1, \dots$ , og fordelingen  $c$  er sammensatt av de to fordelingene  $D$  og  $\xi$ . Størrelsen  $e_t$  er å betrakte som irregulærkomponenten til  $y_t$ .

## 2.1 En lineær tilnærming (LT) med X-11-metoden

Trend- og sesongkomponent blir estimert i tre trinn med mange forskjellige filtre. Første trinn med det sentrerte 12-måneders glidende gjennomsnittet for trend og  $(3 \times 3)$ -sesongfilter for sesongkomponenten. Andre trinn med 9-, 13 eller 23-ledd Hendersons filter og  $(3 \times 5)$ -sesongfilter. Tredje trinn også med Hendersons filter. Disse filtrene kan slås sammen til et sett av filtre (under antagelsen at det ikke er utført korrigerings for ekstremverdier og tidsserien er lang nok slik at det ikke er nødvendig å legge til tilbakeskrivninger og framskrivninger (Ghysels, Osborn, 2001)). Dermed kan vi beregne trend, sesongjusterte tall, sesongkomponent og irregulærkomponent slik:

$$S_t = \omega^S(B)Y_t = \sum_k w_k^S Y_{t-k} \quad (6a)$$

$$A_t = \omega^A(B)Y_t = \sum_k w_k^A Y_{t-k} \quad (6b)$$

$$T_t = \omega^T(B)Y_t = \sum_k w_k^T Y_{t-k} \quad (6c)$$

$$I_t = \omega^I(B)Y_t = \sum_k w_k^I Y_{t-k} \quad (6d)$$

Den eksplisitte formelen for  $\omega^S(B)$  (Bell og Monsell, 1992) er gitt ved

$$\omega^S(B) = [(1 - \mu(B))\lambda_2(B) \left( 1 - H(B) \left( 1 - [1 - \mu(B)]\lambda_1(B)[1 - \mu(B)] \right) \right)] \quad (7)$$

La  $U(B) = 1 + B + \dots + B^{11}$  og  $F = B^{-1}$ . Filtrene i likning (7) er

$$\begin{aligned} \mu(B) &= 2 \times 12 \text{ glidende gjennomsnitt for å estimere trend} \\ &= (1/24)(F^6 + F^5)U(B) \\ \lambda_1(B) &= \text{glidende gjennomsnitt med } 3 \times 3\text{-filteret for sesongkomponent} \\ &= (1/9)(F^{12} + 1 + B^{12})(F^{12} + 1 + B^{12}) \\ \lambda_2(B) &= \text{glidende gjennomsnitt med } 3 \times 5\text{-filteret for sesongkomponent} \\ &= (1/15)(F^{12} + 1 + B^{12})(F^{24} + F^{12} + 1 + B^{12} + B^{24}) \\ H(B) &= \text{Hendersons filter for trend med 9-, 13- eller 23-ledd} \end{aligned}$$

$\omega^A(B)$ ,  $\omega^T(B)$  og  $\omega^I(B)$  er beregnet fra  $\omega^S(B)$  ved de følgende likningene

$$\omega^A(B) = 1 - \omega^S(B) \quad (8a)$$

$$\omega^T(B) = H(B)\omega^A(B) \quad (8b)$$

$$\omega^I(B) = [1 - H(B)]\omega^A(B) \quad (8c)$$

Merk at  $\omega^S(B)$ ,  $\omega^A(B)$ ,  $\omega^T(B)$  og  $\omega^I(B)$  er  $(N \times N)$ -matriser, der  $N$  er lengden av tidsserien. Det er enkelt å beregne  $w_k$  av  $\omega(B)$  i likning (6). BLS (Bureau of Labor Statistics) har laget et program for å beregne  $w_k^S$ ,  $w_k^A$ ,  $w_k^T$  og  $w_k^I$ . Ved å anta at det ikke er noen korrigerings for kalendereffekter og ekstremverdier, er trend, sesongkomponent, sesongjusterte tall fra X-11 og den lineære tilnærming metoden (ved likningene (6a)-(6d)) ganske like.

I avsnittene nedenfor presenterer vi metoden for å beregne variansene til sesongjusterte tall når vi sesongjusterer tidsserien med en additiv eller multiplikativ dekomponering og ved X-11 eller X-12-ARIMA.

## 2.2 Beregning av variansen til sesongjusterte tall for en additiv dekomponering

La  $\hat{A}_t$  være en estimator for sesongjusterte tall  $A_t$ . Vi skriver  $\hat{A}_t = y_t - \hat{S}_t$ , der  $\hat{S}_t$  er en estimator for sesongkomponenten  $S_t$ . Pfeffermann skiller mellom to tilfeller av variansestimering:

**Tilfelle 1.**  $\hat{A}_t$  blir brukt til å estimere sesongjusterte tall  $A_t$  i populasjonen. Feilen blir  $D_{1t} = \hat{N}_t - (Y_t - S_t) = \epsilon_t - (\hat{S}_t - S_t)$ .

$$\text{Var}^{(1)}(\hat{N}_t) = \text{Var}(D_{1t}) = \text{Var}((\hat{S}_t - S_t) - \epsilon_t) \quad (9)$$

hvis  $\epsilon_t = 0$  (det er ingen utvalgsfeil) blir  $\text{Var}^{(1)}(\hat{N}_t) = \text{Var}(\hat{S}_t - S_t)$ , som er variansen til sesongkomponenten.

**Tilfelle 2.**  $\hat{A}_t$  blir brukt til å estimere trend som vi ser i tredje trinn i "X-11 default calculations". Feilen blir  $D_{2t} = \hat{N}_t - T_t = e_t - (\hat{S}_t - S_t)$ . Variansen blir

$$\text{Var}^{(2)}(\hat{N}_t) = \text{Var}(D_{2t}) = \text{Var}((\hat{S}_t - S_t) - e_t) \quad (10)$$

Merk at  $E_c(D_{it}) \approx 0$ , for  $i = 1, 2$ , der fordelingen  $c$  er sammensatt av de to fordelingene  $D$  og  $\xi$ .

**Lemma.**  $\text{Var}^{(i)}(\hat{A}_t) \approx \text{Var}_c(D_{it})$ ,  $i = 1, 2$

*Bevis.*  $\text{Var}^{(i)}(\hat{A}_t)$  kan skrives slik:  $\text{Var}^{(i)}(\hat{A}_t) = E_{T,S}(\text{Var}_c(D_{it})) + \text{Var}_{T,S}(E_c(D_{it}))$ , der  $E_{T,S}$  og  $\text{Var}_{T,S}$  er forventning og varians over alle mulige realisasjoner av trender og sesongkomponenter. Likningen (2) gir  $E_c(D_{it}) \approx 0$  og  $\text{Var}_c$  er bare avhengig av fordelingene  $D$  til utvalgsfeil og  $\xi$  til irregulærkomponent.

Vi skriver  $\hat{S}_t$  slik (se likning (6a))

$$\hat{S}_t = \sum_k w_k^S y_{t+k} = \sum_k w_k^S (T_{t+k} + S_{t+k}) + \sum_k w_k^S e_{t+k} \quad (11)$$

Da er

$$\text{Var}(\hat{S}_t - S_t) = \text{Var}_c\left(\sum_k w_k^S e_{t+k}\right) \quad (12)$$

Likningene (9) og (12) gir

$$\begin{aligned} \text{Var}^{(1)}(\hat{A}_t) &= \text{Var}((\hat{S}_t - S_t) - \epsilon_t) \\ &= \text{Var}_c\left(\sum_k w_k^S e_{t+k}\right) + \lambda_0(1 - 2w_0^S) - 2 \sum_{k, k \neq 0} w_{kt}^S \lambda_k \end{aligned} \quad (13)$$

der  $\lambda_k = E_D(\epsilon_t \epsilon_{t-k})$  (se likningen (3)). Vi ser at  $\text{Var}^{(1)}(\hat{A}_t)$  er avhengig av variansen  $\lambda_0$  og autokovariansene  $\lambda_k$  av utvalgsfeilen. Men i praksis er  $w_k^S$  veldig små for  $0 < k < 11$ . Dermed kan man se bort det siste leddet fra likningen.

Fra likningene (10) og (12) får vi

$$\text{Var}^{(2)}(\hat{A}_t) = \text{Var}(e_t - (\hat{S}_t - S_t)) = \text{Var}_c\left(\sum_k w_k^A e_{t+k}\right) \quad (14)$$

En alternativ måte å beskrive  $\text{Var}^{(1)}(\hat{A}_t)$  på, er

$$\text{Var}^{(1)}(\hat{A}_t) = \text{Var}^{(2)}(\hat{A}_t) + v_0(1 - 2w_0^A) - 2 \sum_{k, k \neq 0} v_k w_k^A \quad (15)$$

der  $v_k = E_\xi(I_t I_{t-k})$ . Merk at vekten  $w_0^A$  er større enn 0.5. Når  $v_k = 0$  for  $k \neq 0$ , blir  $\text{Var}^{(1)}(\hat{A}_t) < \text{Var}^{(2)}(\hat{A}_t)$ . Dette gjelder også for  $v_1 \geq v_2 \geq \dots \geq 0$ . Det ser intuitivt riktig ut, siden  $D_{2t} = D_{1t} + I_t$ .

Pfeffermann viser at størrelsene  $V_k = E(e_t e_{t-k})$  kan beregnes fra residualene  $R_t = y_t - \hat{T}_t - \hat{S}_t$ , etter å ha fjernet de 24 første og 24 siste observasjonene av  $R_t$ .

### 2.3 Beregning av variansen til sesongjusterte tall for en multiplikativ dekomponering

Vi spalter opp  $Y_t$  slik at  $Y_t = T_t \times S_t \times I_t$ . Vi skriver  $y_t = Y_t e_t$ . Sesongjusterte tall blir  $A_t = Y_t/S_t$ . Ved å ta logaritmen får vi  $\log(y_t) = \log(T_t) + \log(S_t) + \log(e_t)$ . Dette kalles en "log-additiv dekomponering". Modellen blir brukt for nesten alle tidsserier i SSB. La  $\tilde{y}_t = \log(y_t)$ ,  $t_t = \log(T_t)$ ,  $s_t = \log(S_t)$ ,  $a_t = \log(A_t)$  og  $\tilde{e}_t = \log(e_t)$ . Vi får  $\tilde{y}_t = t_t + s_t + \tilde{e}_t$ , en additiv modell for  $\tilde{y}_t$ . Vi beregner variansen til sesongjusterte tall  $a_t$  på samme måte som beskrevet i avsnitt 2.2. Variansen til sesongjusterte tall,  $A_t$ , beregnes ved følgende likning (Pfeffermann et al., 1995)

$$\text{Var}(\hat{A}_t) = \left( \exp(\hat{t}_t) \right)^2 \left( \exp(2 \times \text{Var}(\hat{a}_t)) - \exp(\text{Var}(\hat{a}_t)) \right) \quad (16)$$

## 3 Eksempler

Tidsserien i eksemplet er arbeidsledige totalt i prosent i Norge f.o.m. januar 2006 t.o.m. desember 2016. I alt er det 132 observasjoner. Tallene er estimert fra arbeidskraftundersøkelsen (AKU). I dette avsnittet skal vi anvende Pfeffermanns metode for å beregne variansene for

1. sesongjusterte  $\hat{A}_t$ ,
2. sentrert tremåneders glidende gjennomsnittet av sesongjusterte tall,  $\overline{A}_t^{(3m)} = (\hat{A}_{t-1} + \hat{A}_t + \hat{A}_{t+1})/3$ ,
3. endring av sesongjusterte tall fra tidspunkt  $(t-1)$  til  $t$ , dvs  $\hat{A}_t - \hat{A}_{t-1}$ ,
4. endring av  $\overline{A}_t^{(3m)}$  over tre måneder og tolv måneder, dvs  $(\overline{A}_t^{(3m)} - \overline{A}_{t-3}^{(3m)})$  og  $(\overline{A}_t^{(3m)} - \overline{A}_{t-12}^{(3m)})$ , henholdsvis.

### 3.1 Beregning av $\text{Var}^{(i)}(\hat{A}_t)$ , for $i = 1, 2$

Beregningen blir beskrevet for både additiv og multiplikativ dekomponering og for X-11 og X-12-ARIMA.

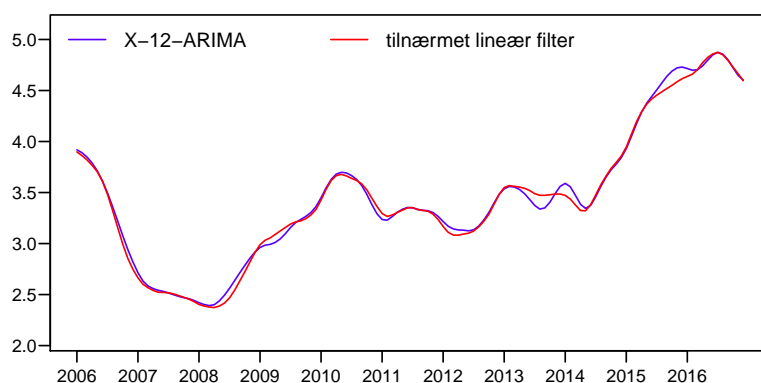
#### 3.1.1 Additiv dekomponering med X-11 metoden

Nå er  $y_t = T_t + S_t + e_t$ . Trenden blir estimert med 13-ledd Hendersons filter og sesongkomponenten med  $3 \times 5$ -filter. Disse filtrene blir brukt til å beregne vektene  $\hat{\omega}^{(T)}(B)$ ,  $\hat{\omega}^{(S)}(B)$ ,  $\hat{\omega}^A(B)$  og  $\hat{\omega}^{(I)}(B)$ . Trend, sesongjusterte tall, sesong- og irregulærkomponenten estimert ved den lineære tilnæringsmetoden, blir  $\hat{T}_t = \hat{\omega}^{(T)}(B)y_t$ ,  $\hat{A}_t = \hat{\omega}^A(B)y_t$ ,  $\hat{S}_t = \hat{\omega}^{(S)}(B)y_t$  og  $\hat{I}_t = \hat{\omega}^{(I)}(B)y_t$ . De blir plottet med de samme størrelsene fra X-11 i figurene 1-4. Vi ser at kurvene stemmer godt overens med hverandre. I tilfelle vi må utføre korrigerings for kalendereffekter og ekstremverdier for sesongjustering, kan dette medføre at det er store avvik mellom kurvene.

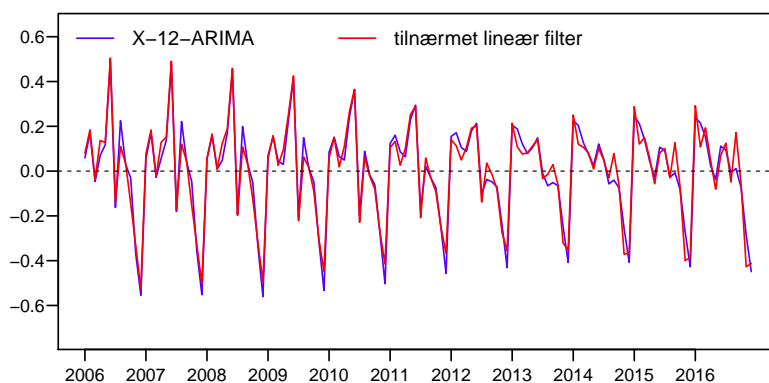
I beregningen av  $\text{Var}^{(1)}(\hat{A}_t)$ , har vi erstattet  $\hat{\lambda}_0$ , som er variansen til utvalgfeil  $\epsilon_t$ , med  $\hat{V}_0 = \text{Var}(e_t)$ , som er irregulærkomponenten av  $y_t$ , siden vi ikke har verdier av  $\hat{\epsilon}_t$  for hver måned, men for hvert kvartal. Vi får dermed en litt større varians for  $\text{Var}^{(1)}(\hat{A}_t)$  i likningen (13), siden  $V_0 = \lambda_0 + v_0$ .

Standardfeilene  $\text{sd}^{(1)}(\hat{A}_t) = \sqrt{\text{Var}^{(1)}(\hat{A}_t)}$  og  $\text{sd}^{(2)}(\hat{A}_t) = \sqrt{\text{Var}^{(2)}(\hat{A}_t)}$  blir beregnet. Vi plotter disse to standardfeilene i figur 5. Vi ser at

- $\text{sd}^{(1)}(\hat{A}_t)$  er litt lavere enn  $\text{sd}^{(2)}(\hat{A}_t)$ . Dette ser rimelig ut siden  $D_{2t} = D_{1t} + I_t$ .

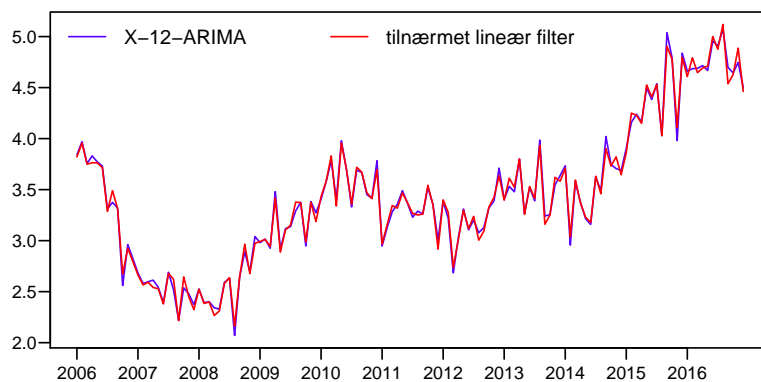


Figur 1: *Additiv dekomponering. X-11 metoden. Trend ved to metoder*



Figur 2: *Additiv dekomponering. X-11 metoden. Sesongkomponent*

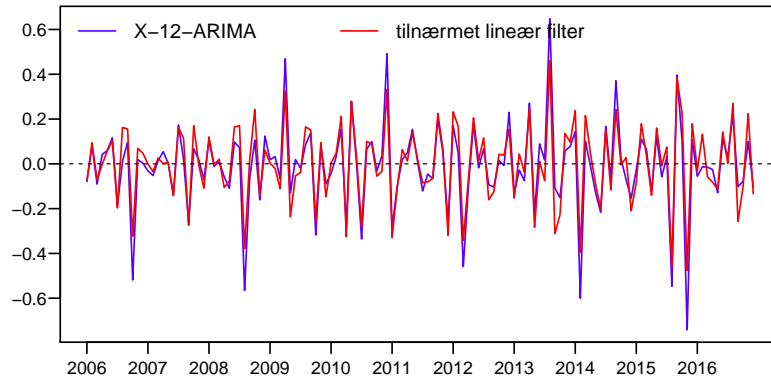
- mønstrene av  $sd^{(1)}(\hat{A}_t)$  og  $sd^{(2)}(\hat{A}_t)$  er typiske for standardfeil til sesongjusterte tall med Pfeffermannsmetoden. De er mye høyere i starten og slutten av tidserien enn i midten. Det er en dupp på grafen i de første og siste årene. Det ser unaturlig ut. Dette skyldes vektene som blir brukt i estimeringen for trend og sesongkomponent.



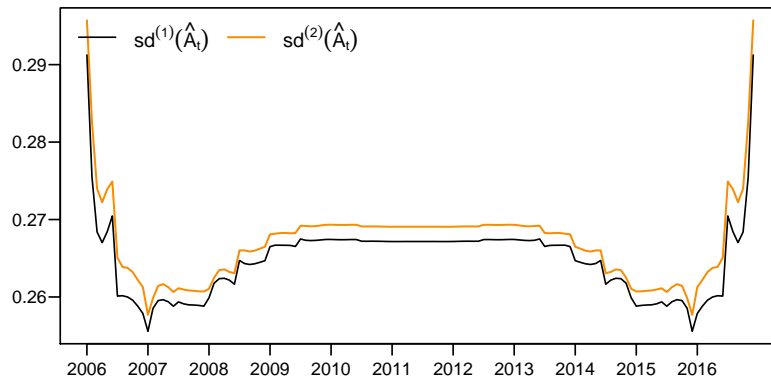
Figur 3: *Additiv dekomponering med X-11. Sesongjusterte tall*

Det blir 4,50% arbeidsledige i desember 2016 med en standardfeil på 0,29 ( $sd^{(1)}(\hat{A}_t) = 0.2912$  og  $sd^{(2)}(\hat{A}_t) = 0.2957$ ). Tallet er litt større enn standardfeilen for utvalgsfeil 0.19 for siste kvartal 2016.

Merk at det bare er standardfeil til utvalgsfeil for kvartaler som listes ut i statistikkbanken.



Figur 4: Additiv dekomponering med X-11. Irregulærkomponent



Figur 5: Additiv dekomponering med X-11. Standardfeiler ved to tilfeller

### 3.1.2 Additiv dekomponering med X-12-ARIMA

Modellen er  $y_t = T_t + S_t + I_t$ . Sesongjusteringen blir utført med X-12-ARIMA. Tidsserien blir forlenget i begge ender med tilbakeskrivninger og framskrivninger ved hjelp av en ARIMA-modell (Box og Jenkins, 1970). Formålet er at hele tidsserien kan gattes med symmetriske vektorer, mens tilbakeskrivninger og framskrivninger gattes med asymmetriske vektorer. Dermed blir revisjoner av trend og sesongjusterte tall i slutten av tidsserien redusert. Dette er formålet med X-11-ARIMA (Dagum 1975, 1980). ARIMA(0, 1, 1)(0, 1, 1) blir valgt for å forlenge data. Framskrivningene og 95% konfidensintervallene for tolv måneder, januar-desember 2017, blir listet ut i tabell 1.

Vi presenterer nedenfor noen ekstra beregninger for vektene i de første og siste observasjonene når tidsserien blir forlenget med tilbake- og framskrivninger.

**Ekstrapolering og glatting av filtre til X-11-ARIMA.** Filteret  $F$  som vi bruker for observasjonene i slutten av tidsserien, er konvolusjon av to filtre:  $f_1$  for ekstrapolering med ARIMA-modell, og  $f_2$  ensidig filter for glatting i X-11 metoden. Vi skriver  $F = f_1 \circ f_2$ .

- **Ekstrapoleringsfilter  $f_1$ .** Filteret blir brukt for framskrivingene  $\hat{y}_t(1), \dots, \hat{y}_t(\tau)$ , der  $\hat{y}_t(\tau) = E(y_{t+\tau} | y_t, y_{t-1}, \dots)$  er betinget forventning av  $y_t$  gitt data. Vi kan beskrive  $\hat{y}_t(\tau)$  som en lineær funksjon av tidligere og nåværende observasjoner med vektorer (Box og Jenkins, 1970, side 142),

Tabell 1: *Framskrivinger for 2017*

måned	nedre 95%	est. verdi	øvre 95%
januar	4,24	4,86	5,48
februar	4,16	4,84	5,51
mars	4,07	4,80	5,53
april	4,03	4,80	5,58
mai	4,01	4,83	5,65
juni	4,13	5,00	5,86
juli	3,86	4,77	5,68
august	3,87	4,82	5,77
september	3,89	4,88	5,86
oktober	3,71	4,73	5,75
november	3,40	4,46	5,52
desember	3,31	4,40	5,49

$$\hat{y}_t(\tau) = \sum_{j=1}^{\infty} \pi_j^{(\tau)} y_{t-j+1} = \sum_{j=1}^{\infty} \pi_j^{(\tau)} B^j y_{t+1}, \quad (17)$$

der

$$\pi_j^{(\tau)} = \pi_{j+\tau-1} + \sum_{h=1}^{\tau-1} \pi_h \pi_j^{(\tau-h)}, \quad j = 1, 2, \dots \quad (18)$$

La  $f_1$  være

$$f_1 = \sum_{j=1}^{\infty} \pi_j^{(\tau)} B^j \quad (19)$$

$f_1$  er filteret for ekstrapolering av tidsserien med framskrivinger.  $\pi_j$  tolkes som "memory" av tidligere observasjoner som finnes i  $\hat{y}_t(\tau)$ . Vi får fra likning (17),

$$\begin{aligned} \hat{y}_t(1) &= \pi_1 y_t + \pi_2 y_{t-1} + \pi_3 y_{t-2} + \dots \\ \hat{y}_t(2) &= \pi_1 \hat{y}_t(1) + \pi_2 y_t + \pi_3 y_{t-1} + \dots \end{aligned}$$

Siden  $y_{t-j}$  kan gå langt tilbake til uendelige tidspunkter, og summen av uendelig  $\pi_j$  er lik 1, kan  $y_{t-j}$  ignoreres etter et antall tidspunkter.

En generell likning for en ARIMA-modell er

$$\phi_p(B) \Phi_P(B^s) \nabla^d \nabla_S^D y_t = \theta_q(B) \Theta_Q(B^s) a_t \quad (20)$$

der  $s$  er sesongperioden,  $a_t$  er hvit støy prosess med forventning 0 og varians  $\sigma_a^2$ ,  $\phi(B)$ ,  $\Phi(B^s)$ ,  $\theta(B)$ ,  $\Theta(B^s)$  er polynomer med ordene  $p$ ,  $P \times s$ ,  $q$  og  $Q \times s$ , henholdsvis.  $\nabla = 1 - B$  og  $\nabla_s = 1 - B^s$ ,  $d$  og  $D$  er antall ganger differansen skal tas for  $y_t$  slik at  $\nabla^d \nabla_S^D y_t$  er en stasjonær prosess. ARIMA(0, 1, 1)(0, 1, 1) med  $s = 12$ , er

$$(1 - B)(1 - B^{12})y_t = (1 - \theta B)(1 - \Theta B^{12})a_t$$

med eksklusiv form

$$y_t = y_{t-1} + y_{t-12} - y_{t-13} + a_t - \theta a_{t-1} - \Theta a_{t-12} + \theta \Theta a_{t-13}$$

Vi ser at verdien i tidspunkt  $t$  er avhengig av forrige verdi ( $t - 1$ ) og verdiene i året før ( $t - 12$ ) og ( $t - 13$ ).

$\pi_j$ -ene beregnes ved å identifisere koeffisientene til  $B$ ,  $B^2$ ,  $\dots$  på begge sider av likningen nedenfor

$$\theta_q(B) \Theta_Q(B^s) (1 - \pi_1 B - \pi_2 B^2 - \dots) = \phi_p(B) \Phi_P(B^s) \nabla^d \nabla_S^D \quad (21)$$

Deretter beregner vi  $\pi_j^{(\tau)}$  ved likning (18). Merk at  $\pi_j^{(1)} = \pi_j$ .

• **Glating med  $F$ -filter for X-11-ARIMA.** Filteret  $F$  brukes for den nye tidsserien (som er den opprinnelige tidsserien med tilbake- og framskrivinger). Vi får

$$Fy_t = f_2 y_{t+\tau} = \sum_{j=N}^0 w_{j-l} y_{t+j} + \sum_{\tau=1}^l w_{\tau-l} \hat{y}_t(\tau) \quad (22)$$

der  $\hat{y}_t(\tau)$  beskrives i likning (17),  $l$  er antall tidspunkt som man har forlenget tidsserien med. Likning (22) blir

$$\begin{aligned} Fy_t &= \sum_{j=0}^N w_{-j-l} y_{t-j} + \sum_{j=0}^{\infty} y_{t-j} \sum_{\tau=1}^l w_{\tau-l} \pi_{j+1}^{(\tau)} \\ &= \sum_{j=0}^{\infty} (w_{-j-l} + \sum_{\tau=1}^l w_{\tau-l} \pi_{j+1}^{(\tau)}) y_{t-j} \\ &= W^*(B) y_t \end{aligned} \quad (23)$$

der  $w_{-j-l} = 0$  for all  $j > N$  (Dagum 1983, side 77), der  $N$  er antall observerte verdier. Vektene  $\pi_j$  knyttet til framskrivinger og observasjoner i de siste tidspunktene er høye.  $\pi_j$ -ene for observasjoner som er langt fra det siste tidspunktet går raskt mot null. Merk at  $F$  endrer seg over tid.

Vi forlenger den opprinnelige tidsseriens  $N$  observasjoner med  $l$  framskrivinger. Den nye tidsserien har  $N_1 = N + l$  elementer. Sesongkomponenten til den nye tidsserien beregnet ved den lineære tilnæringsmetoden, blir

$$S_{N_1 \times 1} = W_{N_1 \times N_1} y_{N_1 \times 1}^* \quad (24)$$

Vi beregner  $W_{N_1 \times N_1}$  på samme måte som  $\omega(B)$  i likningene (9), (8)a)-(8)c.

$$y_{N_1 \times 1}^* = \begin{pmatrix} y_{N \times 1} \\ \hat{y}_{l \times 1} \end{pmatrix}, \quad (25)$$

og  $\hat{y}_{l \times 1}$  er beregnet ved

$$\hat{y}_{l \times 1} = \Pi_{l \times N} y_{N \times 1}, \quad (26)$$

der  $\Pi$  er matrisen til  $\pi_j^{(\tau)}$  i likning (18). Likningene (24) og (25) gir

$$S_{N_1 \times 1} = W_{N_1 \times N}^* y_{N \times 1}, \quad (27)$$

der

$$W_{N_1 \times N}^* = W_{N_1 \times N_1} \begin{pmatrix} I_{N \times N} \\ \Pi_{l \times N} \end{pmatrix}_{N_1 \times N} \quad (28)$$

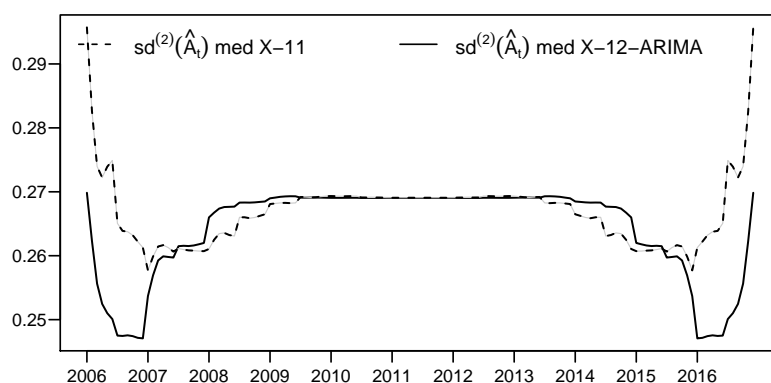
der  $I$  er en identitetsmatrise ( $N \times N$ ). Hver linje av  $W^*$  er sesongfilter med lengden  $N_1$ . Vi ser at  $W_{N_1 \times N_1}$  eller  $W_{N_1 \times N}^*$  er vektorer for å beregne sesongkomponenten når vi bruker  $y_{N_1 \times 1}$  eller  $y_{N \times 1}$  som datainput.

Vi beregner usikkerheten til sesongjusterte tall med  $\text{Var}^{(2)}(\hat{A}_t)$  siden: (a) i praksis blir forskjellen mellom  $\text{Var}^{(1)}(\hat{A}_t)$  og  $\text{Var}^{(2)}(\hat{A}_t)$  ikke stor, (b)  $\text{Var}^{(1)}(\hat{A}_t) < \text{Var}^{(2)}(\hat{A}_t)$  og (c) det er mye enklere å beregne  $\text{Var}^{(2)}(\hat{A}_t)$  enn  $\text{Var}^{(1)}(\hat{A}_t)$ .

I figur 6 plotter vi standardfeilene for sesongjusterte tall med X-11 og X-12-ARIMA. Vi ser at  $\text{sd}^{(2)}(\hat{A}_t)$  med X-12-ARIMA blir redusert kraftig i endene av tidsserien i forhold til X-11. For de andre tidspunktene er det omtrent det samme.

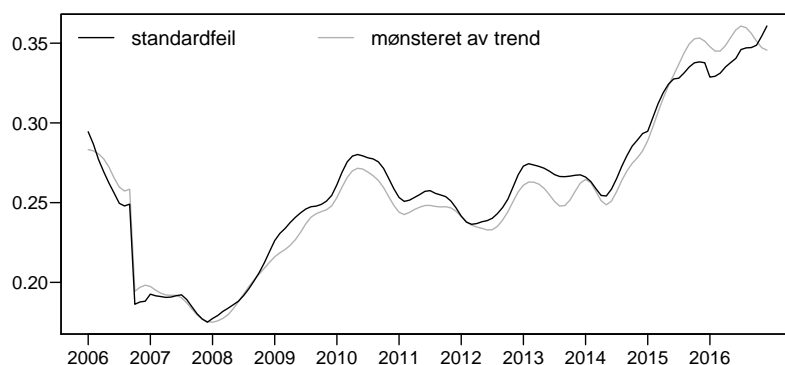
### 3.1.3 Multiplikativ dekomponering med X-12-ARIMA

Vi bruker denne modellen for nesten alle tidsserier i SSB, dvs. vi sesongjusterer med en additiv modell  $\log(y_t) = l_t + s_t + i_t$ , der  $l_t$  er trend og  $s_t$  og  $i_t$  er sesong- og irregulærkomponent på logaritmisk skala. ARIMA(0, 1, 1)(0, 1, 1) blir valgt. Vi får  $\hat{\theta} = 0,6445$  med standardfeil 0,0662 og

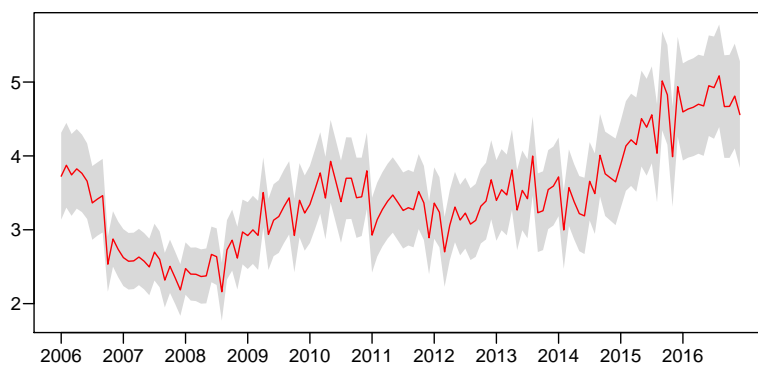


Figur 6: Additiv dekomponering. Standardfeil med X-11 og X-12-ARIMA

$\hat{\Theta} = 0,8339$  med standardfeil  $0,0638$ . Disse to estimerte verdiene blir brukt for å beregne  $\pi_j$  og  $\pi_j^{(\tau)}$  med likningene (21) og (18). Deretter blir vektene for sesongkomponenten  $W_{N_1 \times N_1}$  og  $W_{N_1 \times N}^*$  i likningene (24) og (28) beregnet. Etter å ha estimert  $\text{Var}(\hat{a}_t)$ , kan vi beregne variansen til sesongjusterte tall på opprinnelig skala ved likning (16). Figur 7 viser standardfeilen til sesongjusterte tall. Vi får et lignende mønster for trend. Økningen i trenden i de siste årene medfører større usikkerheter i disse tidspunktene. Sesongjusterte tall og 95%-konfidensintervallet er plottet i figur 8. Vi får sesongjusterte tall i desember 2016,  $\hat{A}_{des.16} = 4,56$ , med standardfeil  $0,36$ .



Figur 7: Multiplikativ dekomponering. Standardfeil til sesongjusterte tall med X-12-ARIMA

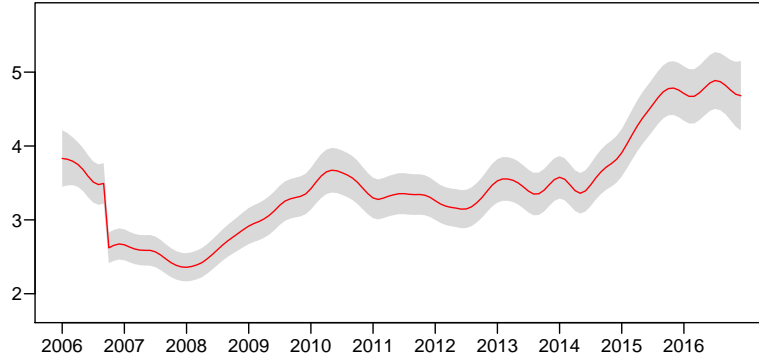


Figur 8: Sesongjusterte tall og 95% konfidensintervall



### 3.2 Trend og usikkerheter

Metoden til Pfeffermann fungerer også bra for trend. Figur 9 viser trend og 95%-konfidensintervall. Vi får  $\hat{T}_{des.16} = 4.68$  med standardfeilen 0.23 sammenliknet med 0.36 for sesongjusterte tall.



Figur 9: Trend og 95% konfidensintervall

### 3.3 Variansen til tre måneders glidende gjennomsnitt av sesongjusterte tall med multiplikativ modell og X-12-ARIMA

La  $\bar{A}_t^{(3m)} = (\hat{A}_{t-1} + \hat{A}_t + \hat{A}_{t+1})/3$ , som er tre måneders glidende gjennomsnittet av sesongjusterte tall. Vi skriver  $\bar{A}_t^{(3m)}$  på matriseform for at beregningen av variansen til  $\bar{A}_t^{(3m)}$  skal bli enklere,

$$\bar{A}_t^{(3m)} = \Phi \hat{A}_t = \sum_j \phi_j \hat{A}_{t-j}, \quad \text{der } t = \dots, N. \quad (29)$$

der  $\Phi$  er en matrise som er gitt i likning (30), Siden  $\bar{A}_1^{(3m)}$  og  $\bar{A}_N^{(3m)}$  ikke er definert blir den første og siste linjen av  $\Phi$  uoppgitt (betegnet med symbolet ".") i matrisen). Den andre linjen er vektene til  $\bar{A}_2^{(3m)}$ , osv.

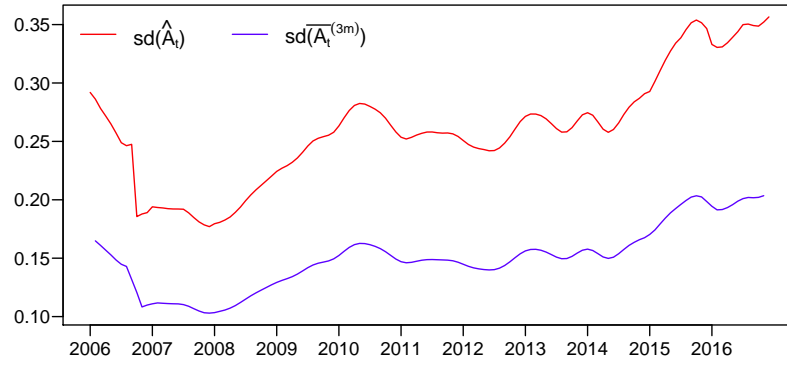
$$\Phi = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & & & & & & & & N \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ \vdots \\ N \end{matrix} & \begin{pmatrix} \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot & \cdot & \cdot \\ 1/3 & 1/3 & 1/3 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/3 & 1/3 & 1/3 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 & 1/3 & 1/3 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & & & & & & & & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 1/3 & 1/3 & 1/3 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot & \cdot & \cdot \end{pmatrix} \end{matrix} \quad (30)$$

Da er

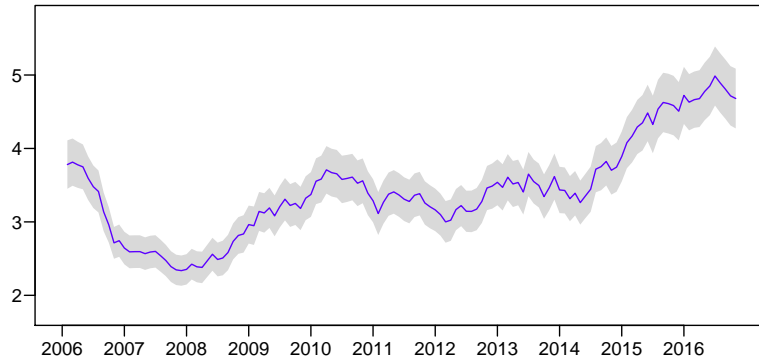
$$\text{Var}(\bar{A}_t^{(3m)}) = \Phi \text{Var}(\hat{A}_t) \Phi' \quad (31)$$

hvor  $\Phi'$  er transponert av  $\Phi$ .

Sesongjusterte tall for oktober, november og desember 2016 er  $\hat{A}_{okt.16} = 4.67$ ,  $\hat{A}_{nov.16} = 4.81$  og  $\hat{A}_{des.16} = 4.56$  med standardfeilene 0.35, 0.35 og 0.36, henholdsvis. Vi får  $\bar{A}_{nov.16}^{(3m)} = 4.68$  med standardfeilen 0.20. Ved å glatte sesongjusterte tall med 3 måneders glidende gjennomsnitt får vi en glattere tidsserie og lavere usikkerheter. Figur 10 viser standardfeilene til sesongjusterte tall og sesongjusterte tall med tre måneders glidende gjennomsnittet, henholdsvis,  $\text{sd}(\hat{A}_t)$  og  $\text{sd}(\bar{A}_t^{(3m)})$ . Vi ser at  $\text{sd}(\bar{A}_t^{(3m)})$  er lavere enn  $\text{sd}(\hat{A}_t)$  i alle tidspunkter. Figur 11 viser 95%-konfidensintervallet til  $\bar{A}_t^{(3m)}$ .



Figur 10: Standardfeilen til sesongjusterte tall og sesongjusterte tall med 3 måneders glidende gjennomsnitt



Figur 11: Sesongjusterte tall med 3 måneders glidende gjennomsnitt og 95%-konfidensintervall

### 3.4 Variansen til 3-månedersendringen av $\bar{A}_t^{(3m)}$ , $\text{Var}(\bar{A}_t^{(3m)} - \bar{A}_{t-3}^{(3m)})$

La  $\Delta_3 \bar{A}_t^{(3m)} = \bar{A}_t^{(3m)} - \bar{A}_{t-3}^{(3m)}$ . Vi skriver  $\bar{A}_{t-3}^{(3m)}$  slik

$$\bar{A}_{t-3}^{(3m)} = \Theta \bar{A}_t^{(3m)} \quad (32)$$

Vi får fra likningene (29) og (32),

$$\Delta_3 \bar{A}_t^{(3m)} = \bar{A}_t^{(3m)} - \bar{A}_{t-3}^{(3m)} = (\mathbf{I} - \Theta) \bar{A}_t^{(3m)} = (\mathbf{I} - \Theta) \Phi \hat{A}_t \quad (33)$$

Variansen blir

$$\text{Var}(\Delta_3 \bar{A}_t^{(3m)}) = ((\mathbf{I} - \Theta) \Phi) \text{Var}(\hat{A}_t) ((\mathbf{I} - \Theta) \Phi)' \quad (34)$$

Matrisen  $\Theta$  er gitt ved

$$\Theta = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & & & & & & N \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ \vdots \\ N \end{matrix} & \begin{pmatrix} \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & & & & & & & \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{matrix} \quad (35)$$

### 3.5 Variansen til 12-månedersendringen av $\bar{A}_t^{(3m)}$ , $\text{Var}(\bar{A}_t^{(3m)} - \bar{A}_{t-12}^{(3m)})$

La  $\Delta_{12}\bar{A}_t^{(3m)} = \bar{A}_t^{(3m)} - \bar{A}_{t-12}^{(3m)}$ . Vi skriver  $\bar{A}_{t-12}^{(3m)}$  slik

$$\bar{A}_{t-12}^{(3m)} = \mathbf{\Gamma}\bar{A}_t^{(3m)} \quad (36)$$

der

$$\mathbf{\Gamma} = \begin{matrix} 1 \\ \dots \\ 12 \\ \vdots \\ N \end{matrix} \begin{pmatrix} \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & & & & & & & \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (37)$$

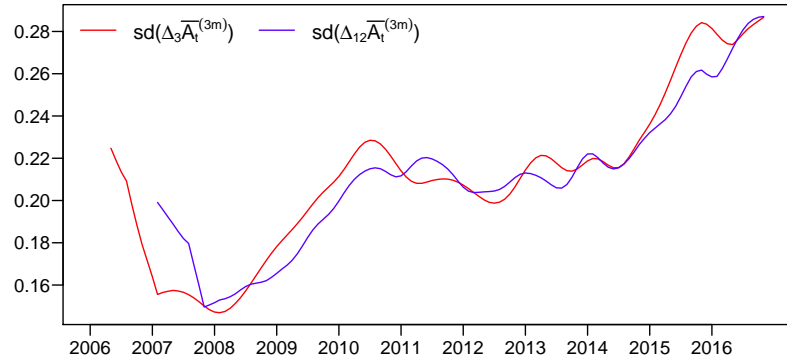
Vi får fra likningene (29) og (36),

$$\Delta_{12}\bar{A}_t^{(3m)} = \bar{A}_t^{(3m)} - \bar{A}_{t-12}^{(3m)} = (\mathbf{I} - \mathbf{\Gamma})\bar{A}_t^{(3m)} = (\mathbf{I} - \mathbf{\Gamma})\mathbf{\Phi}\hat{A}_t \quad (38)$$

Variansen blir

$$\text{Var}(\Delta_{12}\bar{A}_t^{(3m)}) = \left( (\mathbf{I} - \mathbf{\Gamma})\mathbf{\Phi} \right) \text{Var}(\hat{A}_t) \left( (\mathbf{I} - \mathbf{\Gamma})\mathbf{\Phi} \right)' \quad (39)$$

Det er enkelt å beregne  $\text{Var}(\Delta_3\bar{A}_t^{(3m)})$  og  $\text{Var}(\Delta_{12}\bar{A}_t^{(3m)})$ . Standardfeilene til disse to størrelsene er plottet i figur 12. Deres verdier ligger ikke langt fra hverandre.



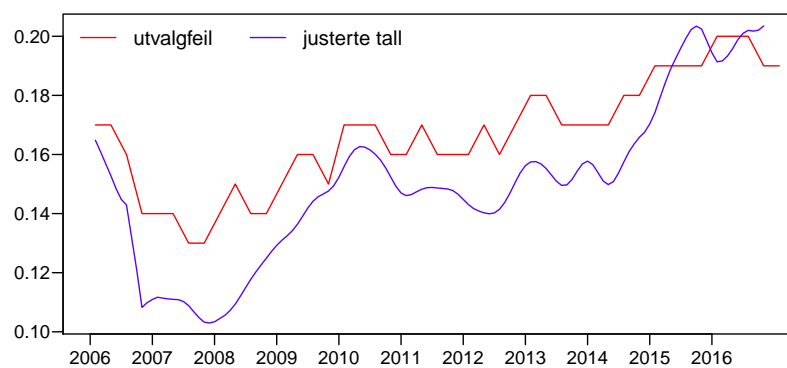
Figur 12: Standardfeilene  $sd(\Delta_3\bar{A}_t^{(3m)})$  og  $sd(\Delta_{12}\bar{A}_t^{(3m)})$

I figur 13 plotter vi standardfeilene til utvalgsfeil fra AKU for arbeidsledige fra første kvartal 2006 til siste kvartal 2016 sammen med standardfeilene til sesongjusterte tall av ledige fra januar 2006 til desember 2016. Vi ser at de to kurvene ligger nær hverandre.

## 4 Oppsummering

Bell og Kramer (1999) har laget en annen metode for variansestimering til sesongjusterte tall. Den er modellbasert (MB). Scott og Svehkov (2010) har sammenliknet MB-metoden og metoden fra Pfeffermann, og har følgende kommentarer:

- begge metoder gir rimelige varianser til sesongjusterte tall,
- en fordel med MB-metoden er at den fanger opp mer usikkerhet i slutten av tidsserien, som er det viktigste tidspunktet.



Figur 13: Standardfeilene til utvalgfeil og sesongjusterte tall

- det er en dupp på grafen i de første og siste tidspunktene. Det ser unaturlig ut. Dette er knyttet til egenskaper av filtre i sesongjustering med X-11. Duppen synes tydelig når utvalgsfeilen er dominerende. Den modellbaserte (MB)-metoden vil sannsynligvis gi tilfredsstillende variasjoner, inkludert å ha endeverdier som er større enn sentrale verdier.
- beregningene med metoden fra Pfeffermann er mye enklere enn den modellbaserte metoden som er utviklet av Bell og Kramer.

Tabell 2: Framskrivinger for 2017 (se forklaringer for variablene under tabellen)

år	mn	ujus	jus	sd(j)	j3m	sd(j3m)	ej3m	sd(ej3m)	ej12m	sd(ej12m)
2006	1	3,90	3,73	0,29	NA	NA	NA	NA	NA	NA
2006	2	4,14	3,87	0,29	3,78	0,16	NA	NA	NA	NA
2006	3	3,71	3,74	0,28	3,81	0,16	NA	NA	NA	NA
2006	4	3,90	3,82	0,27	3,78	0,16	NA	NA	NA	NA
2006	5	3,89	3,76	0,26	3,75	0,15	-0,03	0,22	NA	NA
2006	6	4,22	3,66	0,26	3,60	0,15	-0,22	0,22	NA	NA
2006	7	3,15	3,36	0,25	3,48	0,14	-0,30	0,21	NA	NA
2006	8	3,60	3,42	0,25	3,41	0,14	-0,34	0,21	NA	NA
2006	9	3,35	3,46	0,25	3,14	0,13	-0,46	0,20	NA	NA
2006	10	2,53	2,53	0,19	2,96	0,12	-0,52	0,19	NA	NA
2006	11	2,59	2,88	0,19	2,71	0,11	-0,70	0,18	NA	NA
2006	12	2,27	2,73	0,19	2,74	0,11	-0,39	0,17	NA	NA
.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
2016	1	4,90	4,60	0,33	4,72	0,19	0,11	0,28	0,83	0,26
2016	2	4,90	4,63	0,33	4,63	0,19	0,05	0,28	0,55	0,26
2016	3	4,84	4,66	0,33	4,66	0,19	0,16	0,28	0,50	0,26
2016	4	4,74	4,70	0,33	4,68	0,19	-0,04	0,27	0,39	0,27
2016	5	4,63	4,68	0,34	4,78	0,20	0,15	0,27	0,43	0,27
2016	6	5,07	4,95	0,34	4,85	0,20	0,19	0,28	0,37	0,28
2016	7	5,00	4,92	0,35	4,99	0,20	0,31	0,28	0,66	0,28
2016	8	5,07	5,08	0,35	4,89	0,20	0,12	0,28	0,36	0,28
2016	9	4,71	4,67	0,35	4,81	0,20	-0,04	0,28	0,18	0,29
2016	10	4,57	4,67	0,35	4,72	0,20	-0,27	0,29	0,11	0,29
2016	11	4,46	4,81	0,35	4,68	0,20	-0,21	0,29	0,10	0,29
2016	12	4,05	4,56	0,36	NA	NA	NA	NA	NA	NA

Forklaringer

år	: årstall
mn	: månedstall
ujus	: ujusterte tall $y_t$
jus	: sesongjusterte tall $A_t$
sd(jus)	: standardfeilen til sesongjusterte tall $sd(\hat{A}_t)$
j3m	: 3 måneders glidende gjennomsnitt av sesongjusterte tall $\bar{A}_t^{(3m)}$
sd(j3m)	: standardfeilen $sd(\bar{A}_t^{(3m)})$
ej3m	: endringen $\bar{A}_t^{(3m)} - \bar{A}_{t-3}^{(3m)}$
sd(ej3m)	: standardfeilen til "ej3m", dvs $sd(\bar{A}_t^{(3m)} - \bar{A}_{t-3}^{(3m)})$
ej12m	: endringen $\bar{A}_t^{(3m)} - \bar{A}_{t-12}^{(3m)}$
sd(ej12m)	: standardfeilen til "ej12m", dvs $sd(\bar{A}_t^{(3m)} - \bar{A}_{t-12}^{(3m)})$

## Referanser

- [1] Bell W. R. and Monsell Brian C. (1992): *X-11 Symmetric Linear Filters and their Transfer Functions*, Bureau of The Census Statistical Research Division Research Report Series No. RR-92/15
- [2] Bell W. R. and Matthew Kramer (1999): *Toward variances for X-11 seasonal adjustments*, Survey Methodology, June 1999, Vol. 25., No. 1, pp 13-29
- [3] Bell, William R. (2004): *On RegComponent Time Series Models and Their Applications*, in State Space and Unobserved Component Models: Theory and Applications, eds. Andrew C. Harvey, Siem Jan Koopman, and Neil Shephard, Cambridge, UK: Cambridge University Press, forthcoming.
- [4] Burridge Peter and Wallis Kenneth F. (1984): *Unobserved-Components Models for Seasonal Adjustment Filters*, Journal of Business and Economic Statistics, Vol. 2, No. 4(Oct., 1984), pp. 350-359
- [5] Burridge Peter and Wallis Kenneth F. (1985): *Calculating the Variance of Seasonal Adjustment Series*, Journal of the American Statistical Association, Vol. 80, No. 391 (Sep., 1985), pp. 541-552
- [6] Bureau of the Census: *X-12 ARIMA Reference Manual, Version 0.2.10, July 26, 2002*.
- [7] Dagum Estela Bee (1983): *Spectral Properties of the Concurrent and Forecasting Seasonal Linear Filters of the X-11 ARIMA Method*, The Canadian Journal of Statistics, Vol. 11, No. 1 (Mar., 1983), pp 73-90
- [8] Durbin, J. og Koopman, S. J. (2000): *Time series analysis of non-Gaussian observations based on state space models from both classical and Bayesian perspectives*, J. R. Statist. Soc. B 62, Part 1, pp 3-56.
- [9] Findley, D. F. Monsell, B. C., Bell, W. R., Otto, M. C. og Chen B. C. (1998): *New Capabilities and Methods of the X-12-ARIMA Seasonal Adjustment Program*. Journal of Business and Economic Statistics, 16, 127-177.
- [10] Harvey A. C. (1989); *Forecasting, Structural Time Series Models and the Kalman Filter*, Cambridge, U. K.: Cambridge University Press.
- [11] Pfeffermann D. and Morry M and Wong P. (1995): *Estimation of the variances of X-11 ARIMA seasonally adjusted estimators for a multiplicative decomposition and heteroscedastic variances*, International Journal of Forecasting 11 (1995) 271-283
- [12] Pfeffermann (1994): *A General Method for Estimating the Variances of X-11 Seasonal Adjusted Estimators*, Journal of Time Series Analysis, Vol. 15, No. 1, pp. 85-116
- [13] Scott Stuart and Sverchkov Michail (2010): *Characteristics of a Model-based Variance Measure for X-11 Seasonal Adjustment*, Business and Economic Statistics Section-JSM 2010

## Tabeller

1	<i>Framskrivinger for 2017</i> . . . . .	12
2	<i>Framskrivinger for 2017 (se forklaringer for variablene under tabellen)</i> . . . . .	19

## Figurer

1	Additiv dekomponering. X-11 metoden. Trend ved to metoder . . . . .	10
2	Additiv dekomponering. X-11 metoden. Sesongkomponent . . . . .	10
3	Additiv dekomponering med X-11. Sesongjusterte tall . . . . .	10
4	Additiv dekomponering med X-11. Irregulærkomponent . . . . .	11
5	Additiv dekomponering med X-11. Standardfeiler ved to tilfeller . . . . .	11
6	Additiv dekomponering. Standardfeil med X-11 og X-12-ARIMA . . . . .	14
7	Multiplikativ dekomponering. Standardfeil til sesongjusterte tall med X-12-ARIMA . . . . .	14
8	Sesongjusterte tall og 95% konfidensintervall . . . . .	14
9	Trend og 95% konfidensintervall . . . . .	15
10	Standardfeilen til sesongjusterte tall og sesongjusterte tall med 3 måneders glidende gjennomsnitt . . . . .	16
11	Sesongjusterte tall med 3 måneders glidende gjennomsnitt og 95%-konfidensintervall . . . . .	16
12	Standardfeilene $sd(\Delta_3 \bar{A}_t^{(3m)})$ og $sd(\Delta_{12} \bar{A}_t^{(3m)})$ . . . . .	17
13	Standardfeilene til utvalgfeil og sesongjusterte tall . . . . .	18





## Statistisk sentralbyrå

Postadresse:  
Postboks 8131 Dep  
NO-0033 Oslo

Besøksadresse:  
Akersveien 26, Oslo  
Oterveien 23, Kongsvinger

E-post: [ssb@ssb.no](mailto:ssb@ssb.no)  
Internett: [www.ssb.no](http://www.ssb.no)  
Telefon: 62 88 50 00

ISBN 978-82-537-9659-8 (elektronisk)



**Statistisk sentralbyrå**  
Statistics Norway