

Tom-André Johansson

**En økonometrisk analyse av
lagertilpasningen i norske
industri sektorer**

Rapport

Tom-André Johansson

**En økonometrisk analyse av
lagertilpasningen i norske
industriektorer**

Standardtegn i tabeller	Symbols in tables	Symbol
Tall kan ikke forekomme	Category not applicable	.
Oppgave mangler	Data not available	..
Oppgave mangler foreløpig	Data not yet available	...
Tall kan ikke offentliggjøres	Not for publication	:
Null	Nil	-
Mindre enn 0,5 av den brukte enheten	Less than 0,5 of unit employed	0
Mindre enn 0,05 av den brukte enheten	Less than 0,05 of unit employed	0,0
Foreløpige tall	Provisional or preliminary figure	*
Brudd i den loddrette serien	Break in the homogeneity of a vertical series	—
Brudd i den vannrette serien	Break in the homogeneity of a horizontal series	

ISBN 82-537-4027-1

ISSN 0332-8422

Emnegruppe

49 Andre næringsøkonomiske emner

Emneord

Lageranalyse

Modell

Simuleringsmodell

Økonometri

Design: Enzo Finger Design

Trykk: Falch Hurtigtrykk

Sammendrag

Tom-André Johansson

En økonometrisk analyse av lagertilpasningen i norske industrisektorer

Rapporter 94/16 • Statistisk sentralbyrå 1994

Denne rapporten presenterer resultater fra en økonometrisk analyse av lagertilpasningen i tre aggregerte industri-sektorer: Sektor for produksjon av konsumvarer m.v., sektor for produksjon av råvarer og sektor for produksjon av verkstedprodukter. Det er estimert feiljusteringsmodeller for hver av disse sektorene på norske kvartalsdata. Estimeringsresultatene tyder på at det i sektoren for produksjon av konsumvarer m.v. og i sektoren for produksjon av råvarer er forventet salg som er den relevante forklaringsvariabelen for lagerbeholdningen på lang sikt. I sektoren for produksjon av verkstedprodukter har både forventet og uventet salg signifikant langtidseffekt på ferdigvarelager-beholdningen. Rapporten inneholder rekursive estimeringer og resultater fra testing av lagerrelasjonene.

Ulike forsøk på å fremskaffe pålitelige sektorvise kvartalstall for beholdningen av ferdigvarelager drøftes, og feilkildene i de lagerbeholdningstallene som benyttes diskuteres kortfattet.

Emneord: Lageranalyse, Modell, Simuleringsmodell, Økonometri.

Innhold

1. Innledning	7
2. (S,s)-modellen	8
2.1 Kort om modellen	8
2.2 Aggregering over bedrifter	9
2.3 Effekten av forskjellige typer eksogene sjokk	9
2.4 Lagerrelasjonen	12
3. Økonometrisk spesifikasjon av (S,s)-modellen	14
4. Produksjonsutjevnings- og buffermodellen	17
5. Økonometrisk metode og metodologi	19
5.1 Stasjonære prosesser, integrerte variable og kointegrasjon	19
5.2 Sammenhengen mellom feiljusteringsmodellen og kointegrasjon	19
5.3 En strategi for dynamisk modellering av kointegrerte variable	20
5.4 Målefeil og kointegrasjon	21
6. Feiljusteringsmodellen	22
7. Datagrunnlaget	24
7.1 Tall for lagerbeholdning	24
7.2 Tall for andre variable	27
7.3 Forventet og uventet salg	27
7.4 Variabelliste	28
8. Dynamisk modellering	29
8.1 Sektor for produksjon av konsumvarer mv.	29
8.2 Sektor for produksjon av råvarer	34
8.3 Sektor for produksjon av verkstedprodukter	36
8.4 Konklusjoner	40
Appendiks: Feilspesifikasjonstester	41
A.1 ARCH-test for heteroskedastisitet	41
A.2 Lagrangemultiplikator-test for autokorrelasjon	41
A.3 Chow-test for parameterstabilitet	42
A.4 White-test for heteroskedastisitet	42
Referanser	43
Utkommet i serien Rapporter	45

1 Innledning*

I dette arbeidet vil vi forsøke å modellere lagertilpasningen i tre norske industrisektorer. Arbeidet er lagt opp med tanke på at lagerrelasjonene skal kunne inngå i kvartalsmodellen KVARTS. Vi vil derfor estimere lagerrelasjonene på kvartalsdata. De tre sektorene vi konsentrerer oss om er:

- Sektor for produksjon av konsumvarer m.v. (sektor 20 i KVARTS).
- Sektor for produksjon av råvarer (sektor 30 i KVARTS).
- Sektor for produksjon av verkstedprodukter (sektor 45 i KVARTS).

Samlet lagerbeholdning kan splittes opp i råvarelager, lager av varer i arbeid, handelsvarelager samt ferdigvarelager. Vi vil her konsentrere oss om ferdigvarelageret i de tre sektorene. Grunnen til dette er at de fleste lagerteorier kun omhandler denne typen lager. Riktignok er det i Feldstein og Auerbach (1976) presentert en teoretisk modell for lagerbeholdningen av varer i arbeid, men forsøk på å spesifisere denne typen modeller økonomisk er vanskelig og estimeringsresultatene blir ofte urimelige (se Biørn (1985)).

Vi vil ta for oss tre teorier for lagerinvestering; produksjonsutjevningmodellen, buffermodellen og (S,s)-modellen. Produksjonsutjevningmodellen og buffermodellen har hittil vært de mest benyttede i empirisk arbeid. I den finske kvartalsmodellen BOF-4 benyttes en versjon av buffermodellen, jevnfør Koskenkyla og Puumanen (1990), mens man i den danske modellen ADAM benytter en versjon av produksjonsutjevningmodellen. I den senere tid har disse to modellene vært utsatt for kritikk (se Blinder og Maccini (1991)), og flere økonomiske analyser tyder på at de to modellene har liten støtte i data (se f.eks. Rossana (1993)). I dette arbeidet vil vi kombinere produksjonsutjevningmodellen og buffermodellen i en økonomisk relasjon som vil bli referert til som produksjonsutjevning\buffermodellen. I tillegg har vi en konkurrerende lagermodell; den såkalte (S,s)-modellen. Lagerrelasjonen som estimeres for hver sektor vil inneholde begge disse modellene som spesialtilfeller. På denne måten får vi testet hvilken modell som har mest støtte i data for hver av de tre industrisektor-

ene. Redegjørelsen for den teoretiske (S,s)-modellen er gitt i kapittel 2. Den økonomiske spesifikasjonen av produksjonsutjevning- og buffermodellen samt (S,s)-modellen er gitt i kapitlene 3 og 4.

Den økonomiske metodologien som ligger til grunn for arbeidet i denne rapporten er diskutert i kapittel 5 i tilknytning til en redegjørelse for visse sentrale økonomiske begreper. Den generelle feiljusteringsmodellen som inneholder produksjonsutjevning\buffermodellen og (S,s)-modellen som spesialtilfeller presenteres i kapittel 6. Det knytter seg problemer til å fremskaffe pålitelige kvartalstall for beholdningen av ferdigvarelager i de enkelte sektorene. Ulike forsøk på å fremskaffe pålitelige lagertall samt en redegjørelse for feilkildene i disse tallene, finnes i kapittel 7. Den dynamiske modelleringen samt estimeringsresultatene presenteres i kapittel 8.

* Forfatteren ønsker å takke Erik Biørn, Ådne Cappelen og Bjørn Naug for kommentarer til tidligere utkast.

2. (S,s)-modellen

Vi vil i dette kapittelet redegjøre for (S,s)-modellen som av mange anses for å gi en bedre beskrivelse av lagertilpasningen enn de to hittil mest benyttede lagermodeller i empirisk arbeid; produksjonsutjevningmodellen og buffermodellen (se f.eks. Blinder (1981)). I de to sistnevnte modellene betraktes lageret som en støtpute mellom produksjonen og salget. Ved å holde et lager kan bedriftene holde jevn produksjon selv om salget varierer, noe som er optimalt dersom bedriftene står overfor stigende grensekostnader. Når salget er høyere enn produksjonen, vil da lageret bygges ned, mens det motsatte vil skje hvis produksjonen er større enn salget. I disse to modellene virker dermed lageret stabiliserende på produksjonen. Den såkalte (S,s)-modellen skiller seg fra de to forannevnte modellene ved at det er endringer i lagerbeholdningen som utløser produksjonen. I (S,s)-modellen vil dermed lagerbeholdningen virke destabiliserende på produksjonen. I det følgende vil dette forklare nærmere. I tillegg vil vi her også se på hvilke variable som har betydning for produksjonen og lagerinvesteringene i (S,s)-modellen. Vi vil senere komme tilbake til produksjonsutjevningmodellen og buffermodellen.

2.1 Kort om modellen

Vi betrakter en produsent i en sektor. Produsentens kostnad ved å øke lageret av ferdigvarer med en enhet er sammenfallende med produsentens kostnad ved å produsere denne enheten, idet vi ser bort fra direkte kostnader ved lagerhold. Vi antar at produsentens kostnadsfunksjon er gitt ved:

$$(2.1.1) \quad \begin{aligned} C(Y_t) &= A + cY_t \quad \text{hvis } Y_t > 0 \\ C(Y_t) &= 0 \quad \text{hvis } Y_t = 0 \end{aligned}$$

der Y_t betegner produsert kvantum. A er en fast driftsavhengig kostnad og c er en konstant grensekostnad. (2.1.1) uttrykker altså både kostnaden ved å produsere kvantumet Y_t og kostnaden ved å øke ferdigvarelageret med Y_t . Av (2.1.1) ser vi at vi har stordriftsfordeler fordi gjennomsnittskostnadene er avtagende i produksjonen. Denne kostnadsstrukturen impliserer at ved produksjon lik null vil det ikke påløpe noen kostnader, men så fort man bestemmer seg for å produsere noe påløper en driftsavhengig fast kostnad A i tillegg til de variable kostnadene som er c pr. enhet. Den faste kostnaden A ved å igangsette produksjonen gir bedriften incen-

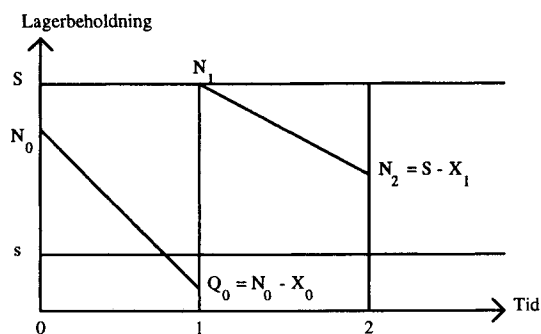
tiv til å produsere færre ordre enn om $A=0$. På den annen side vil bedriften da til gjengjeld gjøre hver ordre større.

På bakgrunn av en slik kostnadsfunksjon skal vi nå utlede en modell for produksjonstilpasning og lageradferd. Denne modellen bygger på tre forutsetninger :

- Kostnadsfunksjonen ved å anskaffe lager er gitt ved (2.1.1).
- Bedriften tar prisene og sannsynlighetsfordelingen til salget for gitt.
- Parametrene som ligger til grunn for bedriftens optimeringsproblem, (kostnadsfunksjonen, sannsynlighetsfordelingen til salget, osv.) er konstante over tid.

Intuisjonen i denne lagermodellen er som følger: Vi antar at bedriften fastlegger en nedre grense for lagerbeholdningen. Denne grensen, triggerpunktet, kaller vi s . Hvis lageret i en periode avtar slik at nivået s tangeres eller overskrides, vil bedriften ved slutten av perioden produsere så mye for lager at en øvre grense S nås. Både S og s fastlegges optimalt av bedriften. Anta nå at bedriften har fastlagt S og s , og at disse verdiene er konstante over tid. Videre antar vi at bedriften selger X_t enheter i periode t ($t=0,1,\dots$). Lageret i begynnelsen av periode t er N_t , ($t=0,1,\dots$). Vi fremstiller bedriftens tilpasning av lageret over tid i figur 2.1.1.

Figur 2.1.1 Lagertilpasning i (S,s)-modellen



Salget i periode 0 er representert ved helningen til linjen N_0Q_0 . Jo høyere salget er, jo brattere vil linjen være. I dette eksempelet er salget i periode 0 så stort at lageret ved utgangen av periode 0 er under triggerpunktet. Dette utløser da produksjon slik at lageret når den øvre grensen S . Lageret ved starten av periode 1, N_1 , er derfor S . I periode 1 ser vi at salget ikke er så stort som i periode 0, og lageret avtar ikke så mye at triggerpunktet s nås. Følgelig skjer det ingen produksjon og lagerinvestering i slutten av periode 1. Hvis bedriftene i denne modellen ønsker å produsere, vil denne produksjonen skje i slutten av perioden. I denne modellen vil bedriftene altså ikke ønske å holde en jevn produksjon over tid. Dette er en konsekvens av kostnadsfunksjonen (2.1.1) og vår forutsetning om at det ikke er knyttet kostnader til lagerhold.

Anta nå at salget i periode 1 er litt større enn angitt i figuren. Da ser vi av figuren at N_2 blir litt mindre. Men er salget stort slik at lageret når triggerpunktet, vil N_2 bli lik S . Generelt kan vi derfor ikke si om økt salg gir større eller mindre lager ved slutten av perioden. Denne modellen tillater derfor en rikere dynamikk enn produksjonsutjevningmodellen og buffermodellen, der, som vi senere skal se, økt etterspørsel gir lavere lager, uansett størrelse på etterspørselssjokket. Som det fremgår av figuren vil lagerbeholdningen ha et "hakkete" forløp, mens produksjon kun oppstår når lagerbeholdningen tangerer eller underskriver triggerpunktet. Lagerbeholdningen virker her altså destabiliserende på produksjonen.

2.2 Aggregering over bedrifter

Et kritisk punkt i (S,s) -modellen gjelder aggregeringen. I andre lagermodeller "blåser" man ofte opp lagerrelasjonen til en representativ bedrift. Dette bør man ikke gjøre i denne modellen. Grunnene til dette er flere:

- Bedrifter som ellers er identiske, kan reagere helt forskjellig på det samme etterspørselssjokk hvis initial lagerbeholdning er forskjellig.
- Et stort etterspørselssjokk kan ha en helt annen virkning på lageret enn et lite, f.eks. kan et lite etterspørselssjokk gi lavere lager dersom triggerpunktet ikke nås, mens et stort sjokk gir større lager hvis triggerpunktet nås.

(S,s) -strategien i diskret tid kan skrives:

$$(2.2.1) \quad \begin{aligned} & \text{Hvis } N_t - X_t > s, \text{ så } Y_t = 0 \\ & \text{Hvis } N_t - X_t \leq s, \text{ så } Y_t = S + X_t - N_t \end{aligned}$$

der Y_t er bedriftens produksjon i periode t . Vi definerer nå variabelen $Q_t = N_t - X_t$. Denne variabelen uttrykker det lageret en bedrift har ved utgangen av periode t , gitt at triggerpunktet s ikke blir nådd i løpet av denne perioden.

(S,s) -strategien kan da uttrykkes:

$$(2.2.2) \quad \begin{aligned} & \text{Hvis } Q_t > s, \text{ så } Y_t = 0 \\ & \text{Hvis } Q_t \leq s, \text{ så } Y_t = S - Q_t \end{aligned}$$

Vi betrakter nå et stort antall bedrifter innenfor en sektor som har identiske verdier for S og s . Ved starten av en periode har alle bedriftene forskjellige initialbeholdninger av lager. Videre er salget i løpet av perioden forskjellig fra bedrift til bedrift. Følgelig vil den sammensatte variabelen Q_t være forskjellig fra bedrift til bedrift. Fordelingen av Q_t over bedrifter kan altså avledes av sannsynlighetsfordelingene til N_t og X_t , og vi kaller tettheten i denne fordelingen $f_t(Q_t)$. Denne tettheten varierer over tid fordi lager og salg varierer over tid. Forventet produksjon i en sektor blir etter dette:

$$(2.2.3) \quad Y_t = \int_{s - X_{\max}}^s (S - Q_t) f_t(Q_t) dQ_t$$

der X_{\max} er det største salget som kan realiseres. Hvordan X_{\max} fastlegges er her ikke av betydning. Det eneste vi sier er at det eksisterer en øvre grense for salget i en periode.

Ved hjelp av delvis integrasjon får vi:

$$(2.2.4) \quad Y_t = (S - s) F_t(s) + \int_{s - X_{\max}}^s F_t(Q_t) dQ_t$$

der $F_t(Q_t)$ er den kumulative fordelingsfunksjonen svarende til $f_t(Q_t)$. Fordelingen av initial lagerbeholdning sammen med fordelingen av salget gir fordelingen til Q_t over bedrifter i periode t . Gitt denne fordelingen $f_t(Q_t)$, følger gjennomsnittlig produksjon i periode t direkte fra (2.2.4). Gjennomsnittlig lagerinvestering i en sektor i en gitt periode t defineres etter dette som:

$$(2.2.5) \quad \Delta \bar{N}_t = Y_t - \bar{X}_t$$

der \bar{X}_t er gjennomsnittlig salg i sektoren i periode t . Vi ser da av (2.2.4) og (2.2.5) at de gjennomsnittlige lagerinvesteringene blir en funksjon av fordelingen av salget over bedrifter, fordelingen av initialbeholdning av lager over bedrifter, samt parametrene S og s . Aggregerte lagerinvesteringer i sektoren fås selvsagt da ved å multiplisere gjennomsnittlig lagerinvestering i sektoren med antall bedrifter i sektoren.

2.3 Effekten av forskjellige typer eksogene sjokk

Vi skal nå se på hvordan forskjellige typer sjokk påvirker gjennomsnittlig produksjon i en sektor. Vi skriver da om (2.2.4) til:

$$(2.3.1) \quad Y_t = (S - s) F_t(s, a) + \int_{s - X_{\max}}^s F_t(Q_t, a) dQ_t$$

der a er en vektor med parametre som påvirker den kumulative fordelingsfunksjonen $F_t(Q_t)$.

La oss nå se på hvordan en sektor, bestående av mange bedrifter som har identiske verdier for S og s , men som har forskjellig initialbeholdning av lager, reagerer på en midlertidig økning i salget. Matematisk kan dette presiseres ved å se på endringen i gjennomsnittlig produksjon når salget til hver bedrift øker med a_1 enheter i en periode. At økningen i

salget er midlertidig, innebærer at bedriftene ikke vil endre sine verdier på s og S . Siden $Q_t = N_t - X_t$ vil en økning i salget med a_1 enheter for alle bedrifter skifte tetthetsfunksjonen $f_t(Q_t)$ uniformt mot venstre med a_1 enheter. Dette betyr at til en gitt verdi av Q_t vil det etter økningen i salget være færre bedrifter som har Q_t større enn den gitte verdien. Dette betyr igjen at den kumulative fordelingsfunksjonen får et skift. Formelt har vi for en infinitesimal økning i a_1 :

$$(2.3.2) \quad \frac{\partial F_t(Q_t, a)}{\partial a_1} = f_t(Q_t)$$

En økning i salget på a_1 enheter for alle bedrifter vil øke gjennomsnittlig salg i sektoren med a_1 enheter. Ved hjelp av (2.3.2) får vi ved derivasjon av (2.2.4) at:

$$(2.3.3) \quad \begin{aligned} \frac{\partial Y_t}{\partial a_1} &= \frac{\partial Y_t}{\partial X_t} = (S-s) \frac{\partial F_t(s, a)}{\partial a_1} + \int_{s-X_{\max}}^s \frac{\partial F_t(Q_t, a)}{\partial a_1} dQ_t \\ &= (S-s) f_t(s) + \int_{s-X_{\max}}^s f_t(Q_t) dQ_t \\ &= (S-s) f_t(s) + F_t(s) \\ &\equiv 1 + \theta > 0 \end{aligned}$$

Denne ligningen definerer parameteren θ . Vi skal nedenfor komme tilbake til tolkningen av denne parameteren. (2.3.3) har en intuitiv tolkning. $F_t(s)$ indikerer antallet bedrifter som har $Q_t \leq s$ og som således produserer ved slutten av periode t . Hvis disse bedriftene får en enhets økning i salget i periode t , vil hver av disse bedriftene øke produksjonen med en enhet. Dette kommer til uttrykk ved annet ledd i (2.3.3). Det første leddet representerer de bedriftene som presses under eller tangerer triggerpunktet som følge av det økte salget. Det er $f_t(s)$ antall slike bedrifter, og disse bedriftene produserer hver $(S-s)$ enheter. Ligning (2.3.3) uttrykker dermed økningen i gjennomsnittlig produksjon som summen av disse to komponentene.

Hvordan blir effekten på lagerinvesteringene av økt midlertidig salg? Vi har over funnet at økt midlertidig salg gir økt gjennomsnittlig produksjon. Gjennomsnittlig lagerinvestering er gitt ved (2.2.5). Effekten av økt midlertidig salg på gjennomsnittlig lagerinvestering blir da:

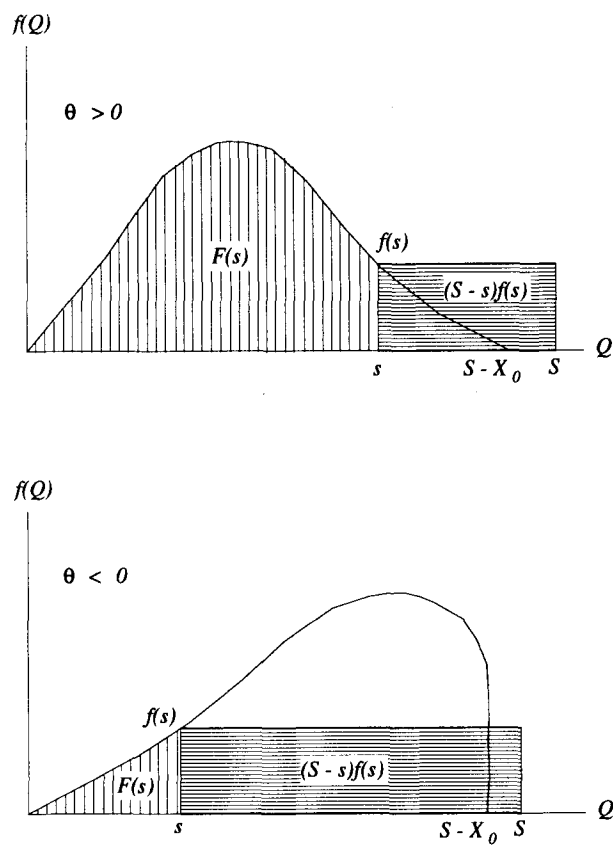
$$(2.3.4) \quad \frac{\partial \Delta N_t}{\partial X_t} = \frac{\partial Y_t}{\partial X_t} - 1 = (1 + \theta) - 1 = \theta$$

Vi ser at parameteren θ her er av stor betydning. Denne parameteren er definert i (2.3.3) som:

$$(2.3.5) \quad \theta = (S-s) f_t(s) + F_t(s) - 1$$

Som vi ser av (2.3.4) er fortegnet til θ bestemmende for hvorvidt gjennomsnittlig lagerinvestering øker eller avtar. Vi kan imidlertid ikke si noe bestemt om fortegnet til θ . Av ovenstående definisjon av θ ser vi at θ avhenger både av for-

Figur 2.3.1



men på tetthetsfunksjonen og parametrene s og S . Avhengig av disse forhold kan θ være både positiv og negativ. I figur (2.3.1) illustreres dette ved å se på tilfeller i en gitt periode. Vi sløyfer derfor her fotskriften som indikerer perioden vi betrakter. Vi antar i figuren at det eksisterer en nedre grense for salget, og vi kaller dette minimumssalget for X_0 . Dette innebærer at ingen bedrifter vil ha $Q > S - X_0$. Arealet under tetthetsfunksjonen er lik 1. Av den øverste figuren ser vi at formen på tetthetsfunksjonen og verdien på s er slik at summen av de to arealene $(S-s)f(s)$ og $F(s)$ blir større enn arealet under tetthetsfunksjonen. I dette tilfelle vil derfor θ være positiv. I den nederste figuren har tetthetsfunksjonen en form og s en slik verdi som gjør at summen av de to arealene er mindre enn 1. I dette tilfelle vil θ være negativ. Følgelig ser vi at θ kan være både positiv og negativ.

Vi merker oss også at θ ikke nødvendigvis er konstant over tid. Selv om S og s er konstante kan θ variere som følge av at $F_t(Q_t)$ endres over tid.

La oss nå se på effekten av at alle bedrifter i økonomien øker sin initialbeholdning av lager i en periode. Vi antar at intet annet har skjedd som kunne få bedriftene til å endre s eller S . En økning i hver bedrifts initialbeholdning av lager med en enhet vil øke gjennomsnittlig initialbeholdning av lager med en enhet. Av definisjonen av Q_t ser vi at en økning i N_t har samme effekt på Q_t som redusert X_t . Økt gjennomsnittlig initialbeholdning av lager har ifølge (2.2.3) dermed samme effekt på gjennomsnittlig produksjon som redu-

sert gjennomsnittlig salg. Følgelig, hvis en økning i skiftparameteren a_2 representerer et uniformt skift mot høyre i tetthetsfunksjonen $f_t(Q_t)$, får vi at:

$$(2.3.6) \quad \frac{\partial Y_t}{\partial a_2} = \frac{\partial Y_t}{\partial N_t} = -(1 + \theta) < 0$$

Altså; økt gjennomsnittlig initialbeholdning av lager reduserer alltid gjennomsnittlig produksjon.

La oss nå se på effekten av et skift i (S,s)-intervallet for alle bedrifter. Vi antar at hele intervallet (S,s) skifter oppover slik at (S-s) er konstant, og også fordelingen av initialbeholdninger av lager og fordelingen av salg over bedrifter er uendret. Formelt betrakter vi altså en økning i skiftparameteren a_3 som øker S og s like mye for alle bedrifter, men som ikke har noen effekt på fordelingene til N_t og X_t og følgelig heller ikke har noen effekt på $f_t(Q_t)$ og $F_t(Q_t)$. Av (2.3.1) får vi da:

$$(2.3.7) \quad \frac{\partial Y_t}{\partial a_3} = (S - s)f_t(s) + F_t(s) = 1 + \theta > 0$$

En samtidig økning i S og s øker altså den gjennomsnittlige produksjonen. Ikke alle eksogene sjokk vil slå ut i en like stor endring i S og s. Vi ser nå på effekten av en utvidelse av (S,s)-intervallet. La en økning i a_4 representere et skift i en parameter som øker S, men som lar s være uendret. Av (2.3.1) får vi da:

$$(2.3.8) \quad \frac{\partial Y_t}{\partial a_4} = F_t(s) > 0$$

Alternativt kunne vi ha sett på en økning i a_4^* som representerer et skift i en parameter som reduserer s, men som lar S være uendret. Da får vi:

$$(2.3.9) \quad \frac{\partial Y_t}{\partial a_4^*} = (S - s)f_t(s) > 0$$

Begge typer skift som utvider (S,s)-intervallet øker altså gjennomsnittlig produksjon i periode t, og følgelig øker også de gjennomsnittlige lagerinvesteringene siden fordelingen av salg over bedrifter er uendret. Vi ser at summen av effekten på gjennomsnittlig produksjon i periode t av økt a_4 og økt a_4^* blir lik effekten på gjennomsnittlig produksjon i periode t av økt a_3 . En av disse skiftparametrene er dermed overflødig. Vi velger da å se på a_4 og a_3 .

La oss nå se på effekten av en forventet økning i salget for alle bedrifter. At det økte salget i periode t er forventet betyr to ting: For det første at initial lagerbeholdning ved starten av periode t i alle bedrifter øker. For det annet vil S_t , s_t eller begge øke for alle bedrifter. Ved å øke enten S_t , s_t eller begge, vil hver bedrift, som vist foran, ha et høyere gjennomsnittlig lager i periode t, og dermed stå bedre rustet til å

møte det forventede økte fremtidige salget. Følgelig kan effekten av en forventet økning i salget representeres ved en kombinasjon av de skiftene vi har studert foran. Økt forventet salg, representert ved en økning i skiftparameteren a_5 , gir da følgende effekter:

- en enhets økning i a_1 (økt salg)
- b enheters økning i a_2 (økt initialbeholdning av lager)
- enten en økning i a_4 med c_1 enheter (S øker mens s er konstant), eller en økning i a_3 med c_2 enheter (S og s øker like mye).

Størrelsene b , c_1 og c_2 er konstanter. Konstanten b måler hvor følsom initialbeholdningen av lager er overfor endringer i forventet salg.

Siden vi her har to mulige måter som (S,s)-intervallet kan reagere på får vi to alternative uttrykk for effekten på gjennomsnittlig produksjon. I modell 1 antar vi at S og s øker like mye slik at S-s er konstant. Vi får da av (2.3.3), (2.3.6) og (2.3.7) at:

$$(2.3.10) \quad \frac{\partial Y_t}{\partial a_5} = \frac{\partial Y_t}{\partial X_t^e} = 1 + \theta - b(1 + \theta) + c_2(1 + \theta) = (1 - b + c_2)(1 + \theta)$$

I modell 2 antar vi at S endres mens s er konstant. Vi får da av (2.3.3), (2.3.6) og (2.3.8) at:

$$(2.3.11) \quad \frac{\partial Y_t}{\partial a_4} = \frac{\partial Y_t}{\partial X_t^e} = 1 + \theta - b(1 + \theta) + c_1 F_t(s) = (1 - b)(1 + \theta) + c_1 F_t(s)$$

Vi kan skrive (2.3.10) og (2.3.11) mer kompakt ved å introdusere parameteren λ som har egenskapene: $\lambda = 1$ for modell 1 og $\lambda = 0$ for modell 2. Vi kan da skrive (2.3.10) og (2.3.11) som:

$$(2.3.12) \quad \frac{\partial Y_t}{\partial a_5} = \frac{\partial Y_t}{\partial X_t^e} = (1 + \theta)(1 - b) + \lambda c_2(1 + \theta) + (1 - \lambda)c_1 F_t(s) \equiv K_1$$

Vi ser av definisjonen over at fortegnet til K_1 er ubestemt fordi vi ikke kan si noe sikkert om fortegnet til θ . Vi skal diskutere dette nærmere i neste avsnitt.

Vi har nå sett på effektene av en forventet salgsøkning. La oss nå se på effektene av en uventet økning i salget. At økningen i salget er uventet betyr at dette sjokket ikke påvirker initial lagerbeholdning og heller ikke (S,s)-intervallet. Følgelig blir effekten av en uventet økning i salget på gjennomsnittlig produksjon lik effekten av økt midlertidig salg.

Hvis økt a_6 representerer en uventet økning i salget kan da effekten på gjennomsnittlig produksjon skrives:

$$(2.3.13) \quad \frac{\partial Y_t}{\partial a_6} = \frac{\partial Y_t}{\partial X_t^u} = 1 + \theta \equiv K_2 > 0$$

I motsetning til K_1 merker vi oss at K_2 har et entydig bestemt fortegn, og at vi godt kan ha at K_1 og K_2 har forskjellig fortegn. Dessuten kan K_2 være større eller mindre enn K_1 i tallverdi. Vi kan altså ikke si hvorvidt en forventet økning i salget har større eller mindre effekt på gjennomsnittlig produksjon enn en uventet økning i salget. Vi skal i neste avsnitt komme tilbake til dette.

2.4 Lagerrelasjonen

I avsnitt 2.3 er det redegjort for forskjellige typer eksogene sjokk en bedrift kan utsettes for og hvordan disse innvirker på gjennomsnittlig produksjon i en sektor. I det følgende er alle variable gjennomsnittstørrelser på et gitt tidspunkt t for en gitt sektor. Følgende relasjon oppsummerer sammenhengen mellom gjennomsnittlig produksjon og de eksogene variable:

$$(2.4.1) \quad Y_t = K_0 + K_1 X_t^e + K_2 X_t^u + K_3 \eta_t + u_t$$

der K_0 er et konstantledd og u_t er et stokastisk restledd. Annet ledd på høyre side representerer effekten av forventet salg på produksjonen. Ifølge drøftingen i foregående avsnitt vil en enhets økning i forventet salg for alle bedrifter endre gjennomsnittlig produksjon med K_1 . Av diskusjonen omkring (2.3.12) fremgår det at K_1 kan være både positiv og negativ. Vi viste også ovenfor at en enhets økning i uventet salg for alle bedrifter endrer gjennomsnittlig produksjon med K_2 enheter. Av (2.3.13) fremgår det at K_2 er entydig positiv.

Vektoren η_t representerer andre eksogene variable enn forventet og uventet salg som påvirker S og s . En endring i s og S kan komme enten som en økning i S , mens s er konstant, eller som en like stor økning i s og S slik at $S-s$ er konstant. Effekten på gjennomsnittlig produksjon av en endring i S og s er drøftet i foregående avsnitt. Koeffisienten til størrelsen η_t får på bakgrunn av dette tolkningen:

$$(2.4.2) \quad K_3 = \lambda(1 + \theta) + (1 - \lambda)F_t(s) \equiv F_t(s) + \lambda(S - s)f_t(s)$$

Denne koeffisienten vil være positiv. Vi vil nå finne et uttrykk for lagerinvesteringene. Vi benytter da (2.4.1) som sammen med identiteten:

$$(2.4.3) \quad \Delta N_t = Y_t - X_t$$

gir følgende uttrykk for lagerinvesteringene:

$$(2.4.4) \quad \Delta N_t = K_0 + (K_1 - 1)X_t^e + (K_2 - 1)X_t^u + K_3 \eta_t + u_t$$

der N_t nå har tolkningen lagerbeholdning ved utgangen av periode t . Vi har over dessuten benyttet oss av at summen av forventet og uventet salg er lik faktisk salg. (2.4.4) uttryk-

ker faktisk lagerinvestering som en funksjon av forventet og uventet salg samt en vektor av andre eksogene variable som påvirker intervallet (S, s) . Vi vil nå forenkle ved å anta at koeffisienten b i (2.3.12) er lik null. Dette betyr at vi antar at bedriftene ikke oppjusterer lageret i begynnelsen av periode t dersom man forventer økt salg i denne perioden. Dette innebærer videre at vi forutsetter at initiallageret i periode t , som definisjonsmessig er lik lagerbeholdningen ved utgangen av periode $t-1$, er gitt i periode t . Innholdet i (S, s) -modellen, og de implikasjonene denne gir, forblir uendret, men tolkningen av koeffisientene blir enklere. Under forutsetningen $b=0$ får vi av (2.4.4), (2.3.12) og (2.3.13) at:

$$(2.4.5) \quad \frac{\partial \Delta N_t}{\partial X_t^e} = K_1 - 1 = \theta + \lambda c_2(1 + \theta) + (1 - \lambda)c_1 F_t(s)$$

$$(2.4.6) \quad \frac{\partial \Delta N_t}{\partial X_t^u} = K_2 - 1 = \theta$$

Av ovenstående fremgår at effekten av forventet og uventet salg på lagerinvesteringene blant annet avhenger av parameteren θ , som er definert i foregående avsnitt. Denne parameteren kan være både positiv og negativ, jevnfør diskusjonen i tilknytning til (2.3.4), men den må alltid være større enn -1 , jevnfør (2.3.3). Vi ser av ovenstående at dersom θ er tilstrekkelig negativ og c_1 og c_2 er "små", så vil økt forventet salg gi reduserte lagerinvesteringer. Dersom θ er positiv impliserer (S, s) -modellen at økt forventet salg i en periode gir økt lagerinvestering i samme periode. Dette siste kan virke urimelig, så la oss se nærmere på dette. Av definisjonen av θ i foregående kapittel fremgår det at vi vil ha at $\theta > 0$ dersom $F_t(s)$ er tilstrekkelig "stor". Dette innebærer at antall bedrifter som ved utgangen av periode $t-1$ har lagerbeholdning under triggerpunktet er "stort". I en slik situasjon vil økt forventet salg i periode t føre til at et "stort" antall bedrifter vil produsere for å bringe lagerbeholdningen opp til S . Dessuten vil (S, s) -intervallet bli justert oppover siden salgsøkningen er forventet. Dette siste vil isolert bidra til å øke gjennomsnittlig lagerinvestering, jevnfør diskusjonen omkring (2.3.7) og (2.3.8). Dermed kan økt forventet salg gi økte lagerinvesteringer. I (S, s) -modellen har forventet salg altså ingen entydig effekt på lagerinvesteringene.

I (S, s) -modellen har heller ikke uventet salg entydig effekt på lagerinvesteringene. Vi ser av (2.4.6) at den deriverte av lagerinvesteringen med hensyn på uventet salg har samme fortegn som θ . Denne parameteren kan som nevnt være både positiv og negativ. Vi kan derfor ha at økt uventet salg i inneværende periode gir økte lagerinvesteringer i samme periode. Dette skjer hvis $\theta > 0$. At $\theta > 0$ kan som foran nevnt skyldes at $F_t(s)$ er "stor". Økt salg vil da gi økte lagerinvesteringer fordi antallet bedrifter som vil produsere for å bringe lagerbeholdningen opp til S er "stort". Derimot vil vi her ikke få endrede verdier på S og s .

Som vi nå har sett impliserer (S, s) -modellen at dersom økt uventet salg gir økte lagerinvesteringer (dvs. hvis $\theta > 0$), så vil økt forventet salg også gi økte lagerinvesteringer. Det

motsatte er imidlertid ikke tilfelle: Selv om $\theta < 0$, slik at økt uventet salg gir redusert lagerinvestering, kan vi likevel få at økt forventet salg gir økt lagerinvestering. Dette kan skje dersom effekten på lagerinvesteringene av at bedriftene justerer (S,s)-intervallet oppover er "stor" (dvs. dersom c_1 eller c_2 er "store"). Når vi senere skal tolke fortegnet til parameterestimatene i lys av økonomisk teori er det viktig å være klar over dette.

Siden lagerbeholdningen ved utgangen av periode $t-1$ er gitt, får vi et uttrykk for faktisk lagerbeholdning i periode t ved å omskrive (2.4.4) til:

$$(2.4.7) \quad N_t = K_0 + (K_1 - 1)X_t^e + (K_2 - 1)X_t^u \\ + K_3\eta_t + N_{t-1} + u_t$$

Koeffisientene i relasjonen (2.4.7) viser bare førsterunde-effekten på lagerbeholdningen av en endring i en av forklaringsvariablene. De dynamiske egenskapene ved modellen må være inneholdt i den økonometriske spesifikasjonen. Dette kommer vi tilbake til i neste kapittel.

3. Økonometrisk spesifisering av (S,s)-modellen

Det langtidsoptimale lagernivået i en sektor vil i (S,s)-modellen være en funksjon av forventet salg og effektiv lagringskostnad. Siden X_t^e pr. definisjon er uventet vil ikke denne variabelen være relevant for den langtidsoptimale lagerbeholdning i sektoren. Det uventede salget har i denne modellen dermed kun betydning for lagerbeholdningen på kort sikt. (S,s)-modellen impliserer altså at vi vil ha følgende sammenheng på lang sikt:

$$(3.1) \quad N_t = k + aX_t^e + b\eta_t + w_t$$

der k er et konstantledd og w_t er et hvit støy-restledd. Koeffisienten a vil, som forklart over, ha ubestemt fortegn. Koeffisienten b skal vi komme tilbake til. Restleddet w_t representerer avviket mellom faktisk og langtidsoptimal lagerbeholdning. Vi har i foregående kapittel redegjort for første- og andreordseffektene på lagerbeholdningen av forskjellige skift. Førsterundemultiplikatoren er gitt ved koeffisientene i (2.4.7), mens effekten på lagerbeholdningen på lang sikt av en endring i en av forklaringsvariablene er gitt ved koeffisientene i (3.1). For eksempel vil en enhets økning i forventet salg i periode t endre gjennomsnittlig lagerbeholdning i denne perioden med $(K_1 - 1)$, mens effekten på lagerbeholdningen på lang sikt blir a . Siden førsteordemultiplikatoren generelt er forskjellig fra langsiktsmultiplikatoren, vil det foregå en tilpasning av lagerbeholdningen på mellomlang sikt. Lagerendringer som følger av den dynamiske tilpassingsprosessen i periodene etter det initiale skiftet, blir ikke fanget opp av strukturdelen av den statiske relasjonen (3.1). Som følge av at lagerrelasjonen (3.1) er statisk, vil restleddet typisk inneholde utelatt dynamikk. Sagt på en annen måte vil den statiske relasjonen (3.1) kun gi en fullstendig beskrivelse av lagerbeholdningen hvis effekten av endringer i høyresidevariablene blir uttømt innen samme tidsperiode som endringene finner sted. En slik betingelse vil normalt ikke få støtte i data fordi vi som regel vil ha tregheter i tilpassningen. Det kan være flere årsaker til at vi har tilpassningstregheter. En årsak kan være at det er kostnader forbundet med å endre tilpassningen av lageret. Disse kostnadene må veies opp mot kostnader ved å ha en tilpassning av lagerbeholdningen som avviker fra den langtidsoptimale. En annen årsak kan være at lagerholdsbeslutningen foretas på bakgrunn av forventninger om salget. Hvordan bedriftene danner forventninger om fremtidig salg kan da være av vesentlig betydning. Anta at forventet salg i inneværende

periode avhenger av faktisk salg i de foregående perioder. Anta videre at salget i inneværende periode øker, og at denne økningen er forventet. Dette vil for det første påvirke lagerbeholdningen i inneværende periode siden denne avhenger av forventet salg i samme periode, men lagerbeholdningen i de påfølgende perioder vil også endres. Dette siste kommer av at økningen i salget i inneværende periode vil påvirke forventet salg i de påfølgende perioder. Effekten på lagerbeholdningen av endret forventet salg i en periode vil dermed fordele seg over tid. Siden (3.1) kun inneholder forventet salg i en periode vil effektene på lagerbeholdningen av endret forventet salg i foregående perioder være inneholdt i restleddet. Residualene fra estimering av (3.1) vil derfor typisk bli positivt autokorrelerte siden restleddet inneholder effekter av utelatte variable, f.eks. forventet salg i foregående perioder, som normalt vil være positivt autokorrelerte. En statisk spesifisering som (3.1) er derfor utilfredsstillende, og vi vil nå se nærmere på hvordan man kan spesifisere en dynamisk lagerrelasjon.

Før vi går videre må vi se nærmere på leddet η_t . Beslutningen om å holde en enhet ferdigvare på lager i en periode medfører en kostnad for bedriften selv om vi ser bort fra direkte lagerkostnader. Å utsette salget av en enhet fra periode t til periode $t + 1$ medfører at man går glipp av en inntekt på p_t , der p_t er utsalgsprisen på sektorens produkt i periode t . I tillegg får man et rentetap på $i_t p_t$, der i_t er nominell rentesats pr. periode. På den annen side får man en inntekt i periode $t + 1$ ved å selge enheten. Forventet pris på sektorens produkt i periode $t + 1$ er p_{t+1}^e . Hvis denne forventede prisen er høy kan lagringen av en enhet ferdigvare oppveie kostnaden man blir påført i form av utsatt inntekt og rentetap. Lageret kan i så måte også bli benyttet til spekulasjonsformål. Uansett motiv for å lagre enheten vil effektiv kostnad ved å lagre denne enheten i en periode bli:

$$(3.2) \quad \frac{(1 + i_t)p_t - p_{t+1}^e}{p_t} = (1 + i_t) - (1 + \pi_t) = i_t - \pi_t$$

der π_t er forventet prisstigning på sektorens produkt fra periode t til periode $t + 1$, der forventningene er oppstillet i periode t . Hvis forventet prisstigning er stor nok ser vi at lagringskostnaden kan bli negativ. Ovenstående uttrykk representerer altså prisen ved å lagre en enhet fra periode t til

periode $t + 1$. Denne prisen kan tenkes å ha betydning når bedriften fastsetter sitt optimale lagerintervall. Økt pris på lagerholdet vil gi bedriften incentiver til å holde mindre på lager. Følgelig kan intertemporal substitusjon bli ivaretatt i modellen ved å inkludere denne effektive lagringskostnaden som forklaringsvariabel. Vi må her også spesifisere hvordan aktørene danner forventninger om fremtidig utsalgspris. Vi vil her anta at aktørene har perfekt fremsyn ("perfect foresight") slik at forventet prisstigning på sektorens produkt i periode $t+1$ er lik den faktiske prisstigningen på sektorens produkt, dvs:

$$(3.3) \quad \pi_t = \frac{P_{t+1} - P_t}{P_t} = \hat{P}_{t+1}$$

Et alternativ kan her være å anta at forventet prisstigning på sektorens produkt fra periode t til periode $t + 1$ er lik prisstigningen i løpet av de fire foregående perioder:

$$(3.4) \quad \pi_t = \frac{P_t - P_{t-4}}{P_{t-4}}$$

Ved estimeringen vil vi forsøke begge muligheter, men foreløpig holder vi oss til spesifikasjonen (3.3). Vi kan dermed representere η_t på følgende måte:

$$(3.5) \quad \eta_t = E_t = i_t - \hat{P}_{t+1}$$

Økt effektiv lagringskostnad kan gi bedriftene incentiv til å innskrenke (S,s)-intervallet. Dersom vi definerer η_t som i (3.5) vil b i (3.1) være negativ ifølge diskusjonen omkring (2.4.2).

På bakgrunn av (3.1) kan vi nå presisere (S,s)-modellen empirisk ved å uttrykke langtidsoptimalt lager som:

$$(3.6) \quad N_t = k + aX_t^e + bE_t + w_t$$

der w_t er et hvit støy-restledd. Vi vil nå anta at det eksisterer en tilpasningsrelasjon:

$$(3.7) \quad N_t - N_{t-1} = c_1(N_t^* - N_{t-1}^*) + c_2(N_{t-1}^* - N_{t-1}) + c_3(X_t^u - X_{t-1}^u) \quad \text{der } 0 < c_2 \leq 1$$

der N_t^* er det langtidsoptimale lagernivå gitt ved (3.6). Endring i realisert lagerbeholdning fra foregående til inneværende periode bestemmes altså dels på grunnlag av endringen i det langtidsoptimale nivået for lagerbeholdningen fra foregående til inneværende periode, med koeffisient c_1 , dels på grunnlag av feiltilpasning av lagerbeholdningen i forrige periode, med koeffisient c_2 , og dels på grunnlag av endring

i uventet salg med koeffisient c_3 . Koeffisienten c_2 forutsettes altså å ligge mellom 0 og 1, mens c_1 normalt vil være positiv, men kan tillates å overstige 1. Koeffisienten c_3 har ubestemt fortegn slik som forklart foran. En modell av den typen de to relasjonene (3.6) og (3.7) utgjør, har i litteraturen fått navnet feiljusteringsmodell. Dette henspiller på det andre leddet i tilpasningsrelasjonen (3.7). Hvis N i foregående periode ligger under den langsiktige verdien gitt ved (3.6), og c_2 er positiv, vil det andre leddet i (3.7) bli positivt og således bidra til å trekke N inn mot den langsiktige banen. Tilsvarende vil det andre leddet bli negativt hvis N i den foregående perioden ligger over den langsiktige verdien, og dette vil således bidra til å trekke N inn mot den langsiktige banen. Hvis $c_2 > 0$ har vi her et eksempel på en selvregulerende mekanisme. Koeffisienten c_2 representerer hastigheten i feilkorrigeringen. Er $c_2 = 0$ vil endringen i Y bare bli bestemt av endringen i det langtidsoptimale nivået på N og endringen i uventet salg, og det er ingen feilkorrigeringsmekanisme som kan trekke N inn mot sin langsiktige bane hvis den av en eller annen grunn har sklidd ut. Feiljusteringsmodellen ble første gang benyttet av Sargan (1964), men det var først med Davidson, Hendry, Srba og Yeo (1978) at denne dynamiske spesifikasjonen for alvor kom i bruk.

La oss se nærmere på egenskapene til feiljusteringsmodellen. For det første får vi ved å benytte en feiljusteringsmodell modellert og tatt hensyn til eksistensen av langsiktige sammenhenger av typen (3.6) som er begrunnet i økonomisk teori. Samtidig modellerer vi i (3.7) tilpasningen på kort sikt, representert ved justeringskoeffisientene c_1 , c_2 og c_3 . I modellen som utgjøres av (3.6) og (3.7) kan vi betrakte a som den langsiktige virkningskoeffisient av N med hensyn på X_t^e , mens $c_1 a$ kan sies å representere den kortsiktige virkningskoeffisient. Tilsvarende tolkninger kan gis b og $c_1 b$. Vi skal komme tilbake til tolkningen av disse koeffisientene under. Som oftest vil $c_1 < 1$ slik at den kortsiktige koeffisienten er mindre i tallverdi enn den langsiktige, men situasjoner der $c_1 > 1$ kan også forekomme. Siden uventet salg ikke har noen effekt på langtidsoptimalt lager, vil X_t^u ha langsiktiskoeffisient lik null, mens den kortsiktige virkningskoeffisienten er c_3 . Setter vi inn (3.6) for N_t^* i (3.7) får vi feiljusteringsmodellen:

$$(3.8) \quad \Delta N_t = kc_2 + c_1 a \Delta X_t^e + c_1 b \Delta E_t + c_3 \Delta X_t^u + c_2 a X_{t-1}^e + c_2 b E_{t-1} - c_2 N_{t-1} + c_1 w_t + (c_2 - c_1) w_{t-1}$$

En økning i forventet salg i inneværende periode vil endre den langtidsoptimale lagerbeholdning i samme periode med koeffisient a , iflg. (3.6). a uttrykker dermed effekten på det langtidsoptimale nivået på lagerbeholdningen av en økning i forventet salg, og kan således sies å være den langsiktige virkning av økt forventet salg på lagerbeholdningen. Effekten på lagerbeholdningen av økt forventet salg har også en effekt på kort sikt som oppstår fordi den langtidsoptimale lagerbeholdningen endres i inneværende periode. En enhets økning i langtidsoptimalt lager, dvs. $N_t^* - N_{t-1}^* = 1$, vil gi

lagerinvesteringer i inneværende periode på c_1 enheter gitt at feiltilpasningen i forrige periode var lik null og det uventede salget er uendret. Nå vil en enhets økning i forventet salg øke langtidsoptimalt lager med a , slik at lagerinvesteringene i inneværende periode blir $c_1 a$ ifølge tilpasningsligningen (3.7). På kort sikt vil altså lagerbeholdningen endres med $c_1 a$. Av (3.8) ser vi at kortsiktskoeffisientene til alle forklaringsvariablene inngår eksplisitt i feiljusteringsmodellen. Langsiktssløsningen får vi når alle de differensierte variablene settes lik null og vi løser mhp. N . Vi kommer da tilbake til relasjonen (3.6), og følgelig ser vi at vi også eksplisitt får modellert langsiktskoeffisientene ved å estimere (3.8). Ved å benytte feiljusteringsmodeller får vi altså modellert både kortsiktige og langsiktige sammenhenger, og koeffisientene i en feiljusteringsmodell av typen (3.8) er enkle å tolke økonomisk. Andre fordelaktige egenskaper ved feiljusteringsmodellen vil vi komme tilbake til senere.

La oss til slutt i dette kapittelet oppsummere fortegnene til de sammensatte koeffisientene til variablene i feiljusteringsmodellen (3.8). Av diskusjonen foran følger det at feiljusteringsmodellen (3.8) kan skrives:

$$(3.9) \quad \Delta N_t = f(\underset{?}{\Delta X_t^e}, \underset{-}{\Delta E_t}, \underset{?}{\Delta X_t^u}, \underset{?}{X_t^e}, \underset{-}{E_t}, \underset{-}{N_{t-1}})$$

der fortegnet under en variabel indikerer fortegnet på den partiellderiverte av venstresidevariablen med hensyn på den respektive høyresidevariablen. Dette kan senere brukes til å se om den estimerte feiljusteringsmodellen gir "gale" fortegn, når vi med "gale" fortegn forstår fortegn i den estimerte feiljusteringsmodellen som ikke stemmer overens med de fortegn som vi på bakgrunn av den teoretiske (S,s)-modellen ville forvente.

4. Produksjonsutjevnings- og buffermodellen

Produksjonsutjevningsmodellen og buffermodellen har vært blant de mest benyttede lagermodeller. Vi vil her, etter en kort redegjørelse for de to modellene, vise hvordan de to modellene oftest blir spesifisert i økonometrisk arbeid, som for eksempel i Lovell (1961).

Hvis salget varierer over tid og bedriftene har stigende grensekostnader, vil bedriftene ha incentiv til å holde produksjonen så jevn som mulig og la lageret fungere som en støtpute. Lageret vil da bidra til at produksjonen varierer mindre enn salget. Dette er essensen i produksjonsutjevningsmodellen og vi legger merke til at vi her ikke forutsetter noe om usikkerhet i salget. Så lenge grensekostnadene er stigende og salget varierer vil det være optimalt for bedriftene å holde produksjonen så jevn som mulig og la lageret fungere som støtpute selv om bedriftene på forhånd vet hva salget vil bli.

I buffermodellen trekker vi inn usikkerhet. I tillegg til å være variabelt kan salget nå også være stokastisk. Bedriftene vil da ha incentiv til å holde et såkalt bufferlager som man kan benytte hvis salget blir uventet stort. Buffermodellen bygger altså på at salget er usikkert og at bedriftene holder et forsiktighetsmotivert lager for å møte uventet etterspørsel.

Vi kan representere produksjonsutjevnings- og buffermodellen i samme tilpasningsligning:

$$(4.1) \quad N_t - N_{t-1} = \beta_1 (N_t^* - N_{t-1}) - \beta_2 (X_t - X_t^e) \\ \text{der } \beta_1 > 0 \text{ og } \beta_2 > 0$$

der N_t^* er langtidsoptimalt lager i periode t og X_t^e er forventet salg i periode t. Det første leddet i (4.1) representerer produksjonsutjevningens motivet. Produksjonsutjevningsmodellen sier at bedriftene vil holde jevn produksjon og la lageret fungere som en støtpute mellom salget og produksjonen. Bedriftene har forventninger om salget i periode t og på bakgrunn av dette, samt bedriftenes anslag på en effektiv lagringskostnad som er definert foran, kan de fastsette et optimalt lagernivå for periode t. Mer formelt antar man at ønsket lager er gitt ved:

$$(4.2) \quad N_t^* = a_0 + a_1 X_t^e + a_2 E_t + e_t \text{ der } a_1 > 0 \text{ og } a_2 < 0$$

der e_t er et hvitt støy-restledd og a_0 er et konstantledd. Lagerendringer fra periode t-1 til periode t forekommer derfor når faktisk lagerbeholdning i periode t-1 avviker fra optimal lagerbeholdning i periode t. Følgelig ser vi at det første leddet i (4.1) representerer produksjonsutjevningsmodellen.

Det følger direkte at det andre leddet i (4.1) representerer buffermodellen. Sammen gir (4.1) og (4.2):

$$(4.3) \quad \Delta N_t = \beta_1 a_0 + \beta_1 a_1 X_t^e + \beta_1 a_2 E_t - \beta_1 N_{t-1} \\ - \beta_2 X_t^u + \beta_1 e_t$$

Modellen (4.3) utgjør en såkalt partial adjustment modell. Dette kan vi se ved at lagerendringen i denne perioden består av en andel av avviket mellom optimal lagerbeholdning denne periode og forrige periodes faktiske beholdning av lager, og/eller en andel av forrige periodes avvik mellom forventet og faktisk salg. Vi skriver nå om (4.3) til:

$$(4.4) \quad \Delta N_t = \beta_1 a_1 \Delta X_t^e + \beta_1 a_2 \Delta E_t - \beta_2 \Delta X_t^u \\ + \beta_1 (a_0 + a_1 X_{t-1}^e + a_2 E_{t-1} - N_{t-1}) \\ - \beta_2 X_{t-1}^u + \beta_1 e_t$$

Av fortegnsetningene over kan vi oppsummere (4.4) i følgende funksjon:

$$(4.5) \quad \Delta N_t = g (\Delta X_t^e, \Delta E_t, \Delta X_t^u, X_{t-1}^e, E_{t-1}, X_{t-1}^u, N_{t-1}) \\ + \quad - \quad - \quad + \quad - \quad - \quad -$$

der fortegnet under en variabel indikerer fortegnet på den partiellderiverte av ΔN_t mhp. respektive variabel.

La oss til slutt i dette kapittelet sammenligne den økonometriske spesifikasjonen av (S,s)-modellen med den økonometriske spesifikasjonen av produksjonsutjevnings- og buffermodellen. Sammenligner vi (4.5) og (3.9) ser vi at dersom vi ser bort fra uventet salg i forrige periode inneholder de to spesifikasjonene de samme høyresidevariablene. Koeffisienten foran effektiv lagringskostnad, både på differensiert form og nivåform, vil være negativ i begge de to spesifikasjonene. Når det gjelder de andre koeffisientene kan vi

ikke si noe generelt fordi forventet salg, både på differensiert- og nivåform, og uventet salg på differensiert form har ubestemt fortegn i (S,s)-modellen. Når vi senere skal undersøke hvilken teori som har mest støtte i data reduserer dette problemet seg til å teste om koeffisienten til X_{t-1}^u er signifikant forskjellig fra null, og å se på fortegnene til koeffisientene foran forventet og uventet salg. Vi skal senere komme tilbake til dette. Når det gjelder restleddsdelene er de to modellene helt forskjellige. Det følger av de forutsetninger vi har gjort at det sammensatte restleddet i (S,s)-spesifikasjonen er et MA(1)-restledd, mens spesifikasjonen av produksjonsutjevnings- og buffermodellen har et hvit-støy restledd.

5. Økonometrisk metode og metodologi

Vi har foran sett på to forskjellige lagermodeller og deres respektive spesifikasjoner. I denne forbindelse ble også feiljusteringsmodellen introdusert. Vi vil i dette kapitlet redegjøre for noen grunnleggende begreper i økonometrisk metode og se på sammenhengen mellom feiljusteringsmodellen og kointegrasjon. Deretter redegjør vi for den strategien som legges til grunn når lageradferden skal modelleres.

5.1 Stasjonære prosesser, integrerte variable og kointegrasjon

Vi betrakter en tidsserie X_t målt med jevne tidsintervall. Tidsserien X_t er stasjonær hvis:

$$(5.1.1) \quad E(X_t) = \mu$$

$$(5.1.2) \quad KOV(X_t, X_s) = KOV(X_{t-k}, X_{s-k}) \quad \forall s, t, k$$

En stasjonær tidsserie er altså karakterisert ved at den har konstant forventning og at kovariansen mellom to observasjoner kun avhenger av avstanden mellom disse observasjonene og ikke hvor observasjonene er plassert i tidsserien absolutt sett. Setter vi $t=s$ ser vi spesielt at variansen til en stasjonær tidsserie er konstant over tid. Dette er betingelsene for svak stasjonaritet. Tidsserien over er strengt stasjonær hvis den simultane sannsynlighetsfordeling til X -ene er konstant over tid. Dersom vi i tillegg til (5.1.1) og (5.1.2) forutsetter at X -ene er normalfordelte, vil betingelsene for svak og streng stasjonaritet være sammenfallende.

Variable som er ikke-stasjonære, men som kan gjøres stasjonære ved differensiering, kalles integrerte variable. En stasjonær variabel sies å være integrert av orden null, $I(0)$. En variabel som er ikke-stasjonær, men som blir stasjonær etter d differensieringer er integrert av orden d , $I(d)$.

La N_t , X_t^e og E_t være $I(1)$ -variable og la w_t være en lineær kombinasjon av disse slik at:

$$(5.1.3) \quad w_t = N_t - k - AX_t^e - BE_t$$

der k er et konstantledd. Vanligvis vil vi her få at w_t er $I(1)$ for vilkårlige valg av A og B , men det er mulig at $w_t \sim I(0)$ for bestemte verdier av A og B . Anta at w_t er $I(0)$ for $A=a$

og $B=b$. Vi sier da at N_t , X_t^e og E_t er kointegrerte med kointegrasjonsvektor $(1, -k, -a, -b)$. Alle de tre seriene er altså ikke-stasjonære, men en lineær kombinasjon av dem er stasjonær. De tre variablene står da i et spesielt forhold til hverandre siden det faktum at w_t er stasjonær innebærer at $N_t = k + aX_t^e + bE_t$ vil gjelde forventningsmessig og at avvik fra dette vil ha en tendens til å bli korrigert. Dette sistnevnte krever en utdypning. En empirisk presisering av en teorigmodell vil ofte kunne være at variablene som inngår i teorien kointegrerer siden det ville være i strid med teorien om variablene drev for langt vekk fra hverandre over tid. Vi vet at $N_t = k + aX_t^e + bE_t$ er langtidsoptimalt lagernivå eller langsiktssløsningen av (S,s) -modellen, jevnfør (3.6). Da kan w_t i (5.1.3), eventuelt i (3.6), tolkes som et mål på faktisk lagerbeholdnings avvik fra forventet lagerbeholdning på lang sikt i periode t . Men hvis det skal være meningsfylt å snakke om en stabil langsiktssammenheng mellom de tre variablene i (5.1.3), eventuelt i (3.6), må $w_t \sim I(0)$. Hvis w_t er stasjonær vil det virke krefter som trekker systemet mot langsiktssammenheng når $w_t \neq 0$. Dette betyr at dersom variablene i (5.1.3), eventuelt i (3.6), kointegrerer vil det skje en feiljustering når faktisk lagerbeholdning avviker fra den langtidsoptimale. Hvis $w_t \sim I(0)$ vil variablene i (5.1.3) ikke konvergere mot noen slik likevekt over tid, og teorien vil enten være gal eller ufullstendig i form av utelatte variable.

Variable som er integrert av høyere orden kan også være kointegrerte. F.eks. vil to $I(2)$ -variable være kointegrerte hvis det eksisterer en lineær kombinasjon av variablene som er $I(1)$.

5.2 Sammenhengen mellom feiljusteringsmodellen og kointegrasjon

Både i feiljusteringsmodellen (3.8) og i kointegrasjonsligningen (3.6) har vi nå sett at det skjer korrigerende for avvik fra langtidsløsningen. Det er derfor nærliggende å tro at det er en sammenheng mellom kointegrasjonsligningen (3.6) og feiljusteringsmodellen (3.8). La oss nå tolke feiljusteringsmodellen ved hjelp av begrepene kointegrasjon og stasjonaritet. Feiljusteringsmodellen (3.8) kan omskrives til:

$$(5.2.1) \quad \begin{aligned} \Delta N_t &= c_1 a \Delta X_t^e + c_1 b \Delta E_t + c_3 \Delta X_t^u \\ &- c_2 (N_{t-1} - k - aX_{t-1}^e - bE_{t-1}) \\ &+ c_1 w_t + (c_2 - c_1) w_{t-1} \end{aligned}$$

Feiljusteringsmodellen gir altså en lineær sammenheng mellom fem variable. Siden N_t , X_t^u , X_t^e og E_t alle er I(1) vil venstresidevariabelen samt de tre første høyresidevariablene være stasjonære. Dessuten er det sammensatte restleddet stasjonært. De laggede nivåvariablene vil hver for seg være I(1), men hvis de kointegrerer vil en lineær kombinasjon av dem være stasjonær. I så fall består feiljusteringsmodellen av fem stasjonære variable. Hvis N_t , X_t^e , E_t ikke kointegrerer vil kombinasjonen av nivåleddene være I(1). Modellen gir da ikke mening i statistisk forstand fordi en I(1)-variabel ikke kan forklare en I(0)-variabel. Det vil da ikke eksistere noen langsiktssammenheng det er feiljustering for, og det eneste teoretisk rimelige resultat er da at:

$$p \lim \hat{c}_2 = 0$$

Vi har dermed argumentert for at dersom $c_2 \neq 0$ i (5.2.1) vil nivåvariablene i (5.2.1) kointegrere, og hvis disse variablene ikke kointegrerer må $c_2 = 0$. Mer generelt kan det vises at følgende må gjelde:

Kointegrerte variable kan representeres ved en feiljusteringsmodell, og en feiljusteringsmodell genererer kointegrerte variable.

Dette er et viktig resultat i kointegrasjonsteorien og kalles for *Grangers representasjonsteorem* (Granger (1983)). Som en oppsummering av det vi her har kommet frem til kan vi konkludere med følgende: Hvis estimatet på c_2 i (3.8) er signifikant forskjellig fra null, slik at det er feiljustering i denne modellen, tyder dette på at variablene N_t , X_t^e , E_t kointegrerer. Det vil da med andre ord være en langsiktig sammenheng mellom disse variablene, slik som forklart under 5.1. Dette stemmer overens med det vi kom frem til i diskusjonen omkring (3.8) i kapittel 3.

5.3 En strategi for dynamisk modellering av kointegrerte variable

Vi skal her redegjøre for den strategien som legges til grunn ved modelleringen av lageradferden. Det metodologiske grunnlaget som benyttes her er det samme som er presentert i Gilbert (1986). Innenfor denne metodologien tas som utgangspunkt at de variable som skal modelleres er generert av en ukjent datagenererende prosess (DGP). Målsettingen med økonometrisk arbeid er å komme frem til modeller som er gyldige forenklinger av eller tilnærminger til DGP samtidig som modellene skal være tolkbare i lys av økonomisk teori. Hvilke krav modellen må tilfredsstillende for at den skal kunne betraktes som en gyldig forenkling av DGP skal vi komme tilbake til.

Modelleringsprosessen har fem trinn:

- 0) Dataenes tidsserieegenskaper testes med tester for integrasjon og kointegrasjon til en kointegrerende ligning er etablert. Hvilken vekt som tillegges dette punktet varierer. I tråd med resultatene i Banerjee et al. (1986) er det ikke uvanlig å starte med punkt 1) slik vi velger å gjøre.

- 1) Man formulerer en mest mulig generell autoregressiv-distribuert lag (ADL)-modell.
- 2) Man reparametriserer modellen slik at den får regresorer som er nær ortogonale og som har parametre som er enkle å tolke økonomisk. Det er under dette punktet at feiljusteringsmodellen kommer inn. Som forklart i kapittel 3 har feiljusteringsmodellen lett tolkbare koeffisienter. Dessuten vil korrelasjonen mellom regresorene være relativt liten, noe vi skal begrunne nærmere i neste kapittel.
- 3) Modellen forenkles slik at man får en modell med få parametre. Dette skjer ved at det pålegges nullrestriksjoner og andre lineære restriksjoner der dataene tillater dette. Ugyldige restriksjoner vil ofte føre til at residualene får uønskede egenskaper. Få parametre er viktig av hensyn til antallet frihetsgrader, og en modell med få parametre vil også normalt ha mer stabile koeffisienter enn modeller med flere parametre. Vi starter med å legge nullrestriksjoner på parametre knyttet til I(0)-variable. Dette er i første rekke variable på differensform og dummyvariable. Det å legge nullrestriksjoner på I(1)-variablene kan føre til at nivåvariablene ikke lenger kointegrerer. Siden modellen kun gir mening hvis I(1)-variablene kointegrerer er det derfor fornuftig å starte med I(0)-variablene. Dessuten er I(0)-variablene tilnærmet ukorrelerte med I(1)-variablene. Ifølge *Stocks superkonvergensteorem* (Stock (1987)) vil OLS på den statiske kointegrasjonsligningen, der alle differensierte variable er utelatt, gi konsistente estimatorer for langtidsparemetrene. En feilaktig utelattelse av en I(0)-variabel vil følgelig bare i liten grad bidra til skjevhet i anslagene på parametrene til nivåvariablene. Men av hensyn til skjevheten i endelige sampel på grunn av utelatt dynamikk i den statiske kointegrasjonsligningen bør en likevel estimere langtidsparemetrene fra dynamiske modeller, jfr. Banerjee et al. (1986).

Vi starter altså med å legge nullrestriksjoner på stasjonære variable. Eksklusjonsrekkefølgen bestemmes ved at vi utelater de variable som har koeffisienter med lavest t-verdi først. Når flere koeffisienter har omtrent like lav t-verdi legger vi først en nullrestriksjon på den koeffisienten som har estimat nærmest null. Etterhvert som antallet koeffisienter reduseres vil antallet frihetsgrader øke. Da kan t-verdiene til de gjenværende estimatene øke. Det er derfor naturlig å slutte med å legge nullrestriksjoner på korttidodynamikken når alle de tilhørende koeffisienter har signifikante t-verdier. Man kan så gå over til å teste ulike restriksjoner på parametrene til nivåvariablene i ligningen.

Når det inngår flere enn to variable i nivådelen av feiljusteringsligningen, slik som i (6.2), kan det tenkes at en eller flere av parametrene i kointegrasjonsvektoren er null. Som nevnt over kan nullrestriksjoner på koeffisientene for nivåvariablene lede til at nivåvariablene ikke kointegrerer. Det kan derfor argumenteres for å benytte en høyere signifikanssannsynlighet enn vanlig. Det samme vil gjelde andre lineære restriksjoner på nivåvariablene.

Hensikten med de lineære restriksjonene på korttidsdelen er først og fremst å redusere antall parametre i modellen. Reduksjoner i nivådelen av modellen har det mer vide siktemålet å finne enkle kointegrerende sammenhenger og teste restriksjoner fra økonomisk teori, for på denne måten å få et bilde av langtidssammenhenger i økonomien.

- 4) Modellen må oppfylle visse krav for at den skal være en gyldig forenkling av DGP, og den må evalueres grundig etter disse. Hendry og Richard (1983) har stilt opp følgende krav:
 - a) Det må være prinsipielt mulig at modellen har generert dataene. Dette kravet refererer seg til målesystemet. Man bør for eksempel ikke benytte modeller som kan generere negative verdier av lagerbeholdningen siden denne variabelen pr. definisjon er positiv eller null.
 - b) Modellen må være konsistent med økonomisk teori. Ofte vil det, som i vårt tilfelle, være flere konkurrerende teorier, men modellen må være konsistent med minst en av dem.
 - c) Forklaringsvariablene i modellen bør oppfylle de relevante eksogenitetskrav. Vi vil her holde oss til de eksogenitetsbegrepene vi kjenner fra lærebøkene, f.eks. Stewart & Wallis (1981).
 - d) Det kreves at parameterestimaterne må være stabile over tid. Stabile parameterestimater gir troverdighet til modellens evne til å forklare dataene, og er også viktig ved bruk av modellen til prediksjonsformål. Ustabile parameterestimater vil ofte være et tegn på at modellen er feilspesifisert i form av utelatte variable eller uheldig aggregering.
 - e) Modellen må forklare systematisk variasjon i dataene, dvs. residualene må ikke vise systematikk i form av autokorrelasjon, heteroskedastisitet og fravær av normalitet.
 - f) Modellen bør være minst like god som rivaliserende modeller for samme fenomen, vurdert etter kriteriene over. Dette er kravet om omslutning ("encompassing").

Med den fremgangsmåte som her er beskrevet vil a)-f) kunne betegnes som designkriterier. Dette vil si at modellen konstrueres slik at den tilfredsstiller kravene a)-f). Dersom modellen oppfyller a)-f) ovenfor kan ikke modellen sies å være korrekt, bare at designen ikke er dårlig. Dersom modellen ikke tilfredsstiller disse kravene er både designen og modellen dårlig. I denne strategien benyttes altså dataene bevisst i det økonometriske arbeidet. Dette er en erkjennelse av at DGP er ukjent og at det er tregheter i tilpasningen. Økonomisk teori kommer inn ved at den foreslår hvilke variable som er relevante samt restriksjoner på parametrene. Hvordan systemet kommer fra en likevekt til en annen og hvor lang tid dette tar sier ikke statisk teori noe om. Vi lar derfor dataene bestemme lagstrukturen i den dynamiske modellen.

5.4 Målefeil og kointegrasjon

I dette avsnittet skal vi se nærmere på hvordan målefeil i venstresidevariabelen påvirker kointegrasjonsegenskapene. La X_t være en vektor av høyresidevariable. Vi antar at X_t og lagerbeholdningen N_t er observerbare I(1)-variable og at de kointegrerer med kointegrasjonsvektor β . Dette innebærer at:

$$(5.4.1) \quad N_t = \beta X_t + w_t$$

der restleddet w_t er I(0). Anta nå at vi har en uobserverbar målefeil i N_t . Dette betyr at:

$$(5.4.2) \quad N_t^* = N_t + v_t$$

der v_t er den uobserverbare målefeilen og N_t^* er den observerte lagerbeholdningen. Vi antar at N_t^* er I(1). Vi setter nå (5.4.2) inn i (5.4.1) og får:

$$(5.4.3) \quad N_t^* = \beta X_t + u_t \quad \text{der } u_t = w_t + v_t$$

N_t^* og X_t er kointegrerte med kointegrasjonsvektor β hvis $u_t \sim I(0)$. Siden $w_t \sim I(0)$ vil dette være oppfylt dersom $v_t \sim I(0)$. Hvis målefeilen er I(1), ser vi at $u_t \sim I(0)$. I så fall vil variablene som inngår i (5.4.3) ikke kointegrere.

Hvorvidt målefeilen i lagerbeholdningstallene er I(0) eller I(1) er altså av avgjørende betydning for hvorvidt variablene i (5.4.3) kointegrerer eller ikke. Vi skal se nærmere på målefeilene i lagertallene i kapittel 7.

Av (5.4.2) har vi at lagerinvesteringen kan skrives:

$$(5.4.4) \quad \Delta N_t^* = \Delta N_t + \Delta v_t$$

Hvis målefeilen i lagerinvesteringstallene er I(0), dvs. $\Delta v_t \sim I(0)$, må målefeilen i lagerbeholdningstallene, v_t , per definisjon være I(1). I så fall vil lagerbeholdningen og forklaringsvariablene som inngår i modellen ikke kointegrere, og estimatorene for langtidskoeffisientene blir inkonsistente. I det følgende vil vi derfor anta at målefeilen i lagerbeholdningstallene er I(0).

6. Feiljusteringsmodellen

På bakgrunn av presentasjonen av (S,s)-modellen og produksjonsutjevnings/buffermodellen er det klart hvilke forklaringsvariable som kan være relevante når lageradferden skal modelleres. Vår strategi er som nevnt å postulere en generell autoregressiv-distribuert lag (ADL)-modell der de relevante forklaringsvariablene inngår. Deretter reparametriseres denne ADL-modellen til en feiljusteringsmodell som inneholder den økonometriske spesifikasjonen av (S,s)-modellen og produksjonsutjevnings/buffermodellen som spesialtilfeller. Fordelene ved å estimere en ADL-modell på feiljusteringsform skal vi komme tilbake til. For å få en mest mulig generell spesifisering tar vi utgangspunkt i:

$$(6.1) \quad N_t = C + \varphi(L)X_t^e + \psi(L)X_t^u + \nu(L)E_t + \gamma(L)N_t + v_t'$$

$$\text{der} \quad \begin{aligned} \gamma(L) &= \sum_{i=1}^4 \gamma_i L^i \\ \varphi(L) &= \sum_{i=0}^4 \varphi_i L^i \\ \psi(L) &= \sum_{i=0}^4 \psi_i L^i \\ \nu(L) &= \sum_{i=0}^4 \nu_i L^i \end{aligned}$$

der C er et konstantledd, L er lagoperatoren og v_t' er et stokastisk restledd. Vi tar altså utgangspunkt i en overparametrisert modell med 4 lag i hver variabel. Ved å overparametrisere modellen på denne måten unngår man å pålegge parametrene a priori restriksjoner som ikke har støtte i data. (6.1) er en generell autoregressiv-distribuert lag-modell (ADL), og inneholder flere typer modeller som spesialtilfeller. Feiljusteringsmodellen fremkommer ved en reparametrisering av (6.1) og alle modeller som er spesialtilfeller av ADL-modellen vil også være spesialtilfeller av feiljusteringsmodellen. Det kan lett vises at feiljusteringsmodellen (6.2) følger av (6.1) når koeffisientene i (6.2) er passende definert:

$$(6.2) \quad \begin{aligned} \Delta N_t &= C + \delta(L)\Delta X_t^e + \xi(L)\Delta X_t^u + \Phi(L)\Delta E_t \\ &+ \zeta(L)\Delta N_t + \mu X_{t-1}^e + \kappa X_{t-1}^u + \iota E_{t-1} + \tau N_{t-1} + v_t \end{aligned}$$

$$\text{der} \quad \begin{aligned} \delta(L) &= \sum_{j=0}^3 \delta_j L^j \\ \xi(L) &= \sum_{j=0}^3 \xi_j L^j \\ \Phi(L) &= \sum_{j=0}^3 \Phi_j L^j \\ \zeta(L) &= \sum_{j=1}^3 \zeta_j L^j \end{aligned}$$

Siden OLS-estimatene og standardavvikene er invariante overfor lineære transformasjoner vil (6.1) og (6.2) være like gode statistisk sett. En gevinst ved å estimere en ADL-ligning på feiljusteringsform er at parametrene i feiljusteringsmodellen er enkle å tolke økonomisk relativt til parametrene i ADL-modellen. I feiljusteringsmodellen inngår kortsiktsvirkninger og langtidsløsningen med separate koeffisienter og man får eksplisitt modellert effekten av avviket fra langtidsløsningen. Kortsiktsdelen er representert ved de differensierte variablene, mens langtidsløsningen er representert ved de laggede nivåvariablene.

Langtidsparametrene i ADL-modellen kan bestå av svært mange parametre. Siden standardavvikene for langtidsparametrene inkluderer varianser og kovarianser for alle disse parametrene, kan uttrykkene for standardavvikene bli kompliserte. En gevinst ved å estimere en ADL-modell på feiljusteringsform er at det blir enklere å beregne standardavvik og t-verdier for de estimerte langtidsparametrene i feiljusteringsmodellen enn i ADL-modellen, jfr. Bårdsen (1989).

Hvis N_t og Z_t er $I(1)$ -variable, der Z_t er en vektor med høyre-sidevariable, vil korrelasjonskoeffisientene mellom N_t og Z_t være høye. Dessuten vil autokorrelasjonskoeffisientene for N_t og Z_t også være høye, spesielt hvis variablene viser et glatt forløp. Derfor vil vi ha høy grad av multikollinearitet i ADL-ligningen. ADL-modellen og feiljusteringsmodellen er som sagt ekvivalente statistisk sett fordi den ene modellen kun er en reparametrisering av den andre. OLS vil derfor gi uskarpe estimater for γ -ene, φ -ene, ψ -ene og ν -ene uansett om vi estimerer ADL-modellen eller feiljusteringsmodellen. Derimot kan vi bestemme andre parameterkombi-

nasjoner presist. Når N_t og Z_t er $I(1)$ blir førstedifferansene pr. definisjon $I(0)$. Korrelasjonen mellom en variabel på nivåform og den førstedifferensierte av den samme variabelen er som regel nær null, fordi de differensierte variablene svinger rundt sin forventningsverdi med høy frekvens, mens nivåvariablene har et mye glattere forløp. Differensierte variable vil heller ikke være så kraftig autokorrelerte som nivåvariable. Den innbyrdes korrelasjonen mellom de differensierte variable er vanligvis også lav. Multikollineariteten i feiljusteringsmodellen begrenser seg dermed til korrelasjonen mellom nivåvariablene. Nivåvariablene vil imidlertid være sterkt korrelerte dersom de kointegrerer. Men samlet sett er altså korrelasjonen mellom regressorene minst i feiljusteringsmodellen. Parametrene i feiljusteringsmodellen, dvs. δ -ene, ξ -ene, Φ -ene og ζ -ene, blir derfor skarpt bestemt, men disse parametrene er altså lineærkombinasjoner av parametrene i ADL-modellen.

Den økonometriske spesifikasjonen av (S,s)-modellen er gitt ved relasjon (3.8). Vi skal nå vise at (3.8) er et spesialtilfelle av (6.2). Vi ser at dersom følgende restriksjoner pålegges (6.2) får vi (S,s)-spesifikasjonen (3.8):

$$(6.3) \quad \begin{aligned} \delta_1 &= \delta_2 = \delta_3 = 0 \\ \Phi_1 &= \Phi_2 = \Phi_3 = 0 \\ \kappa &= 0 \\ \xi_1 &= \xi_2 = \xi_3 = 0 \\ \zeta_i &= 0 \quad \forall i \end{aligned}$$

Sammenhengen mellom koeffisientene og de to restleddene i de to ligningene blir da:

$$(6.4) \quad \begin{aligned} \delta_0 &= c_1 a \\ \Phi_0 &= c_1 b \\ \xi_0 &= c_3 \\ \mu &= c_2 a \\ \iota &= c_2 b \\ v_t &= c_1 w_t + (c_2 - c_1) w_{t-1} \\ \tau &= -c_2 \\ C &= c_2 k \end{aligned}$$

Den økonometriske spesifikasjonen av produksjonsutjevning- og buffermodellen er gitt ved (4.4). Vi skal nå vise at (4.4) er et spesialtilfelle av feiljusteringsmodellen (6.2). Det kan enkelt vises at dersom vi pålegger feiljusteringsmodellen (6.2) følgende restriksjoner:

$$(6.5) \quad \begin{aligned} \delta_1 &= \delta_2 = \delta_3 = 0 \\ \xi_1 &= \xi_2 = \xi_3 = 0 \\ \Phi_1 &= \Phi_2 = \Phi_3 = 0 \\ \zeta_i &= 0 \quad \forall i \end{aligned}$$

får vi (4.4). Sammenhengen mellom koeffisientene i (4.4) og (6.2) blir da:

$$(6.6) \quad \begin{aligned} \delta_0 &= \beta_1 a_1 \\ \xi_0 &= -\beta_2 \\ \Phi_0 &= \beta_1 a_2 \\ \tau &= -\beta_1 \\ v_t &= \beta_1 e_t \\ \mu &= \beta_1 a_1 \\ \kappa &= -\beta_2 \\ \iota &= \beta_1 a_2 \\ C &= \beta_1 a_0 \end{aligned}$$

Vi har dermed vist at begge de konkurrerende lagerteorier, (S,s)-modellen og produksjonsutjevning/buffermodellen, er spesialtilfeller av den mer generelle feiljusteringsligningen (6.2). Når vi nå skal gå i gang med å estimere (6.2) vil jeg føye til tre sesongdummyer. Dette innebærer at vi implisitt antar at den sesongvariasjonen som ikke blir fanget opp av sesongvariasjoner i høyresidevariablene er deterministisk.

7. Datagrunnlaget

I forrige kapittel gjorde vi rede for den generelle feiljusteringsmodellen som vi skal estimere for sektoren for produksjon av konsumvarer (sektor 20), sektoren for produksjon av råvarer (sektor 30) og sektoren for produksjon av verkstedprodukter (sektor 45). I dette kapittelet vil vi se nærmere på datagrunnlaget. Det er lagt spesiell vekt på å redegjøre for hvordan vi har konstruert sektorvise kvartalstall for ferdigvarelagerbeholdningen. Vi benytter kvartalsdata for alle variable, og alle variable regnes i faste 1991-priser. I resten av dette kapittelet vil vi for korthets skyld benytte sektor-numrene istedet for sektornavnene.

7.1 Tall for lagerbeholdning

Vi skal modellere ferdigvarelageret i KVARTS-sektorene 20, 30 og 45 og trenger således sektorvise tall. I KVARTS produserer hver sektor, i tillegg til sin egen hovedvare, mindre kvanta av de andre sektorenes hovedvarer. Vi vil forenkle ved å forutsette at hver sektor kun produserer sin egen hovedvare. Dette innebærer, som vist i Biørn (1985), at vi får tilfredsstilt økosirken:

$$\text{Produksjon} = \text{Etterspørsel} + \text{Lagerøkning}$$

for hver sektor i på et feilledd nær. Dette feilleddet kan tolkes som sammensatt av to komponenter. Den første komponenten er målefeil i nasjonalregnskapets balanseligning for vare i . Den andre komponenten består av differansen mellom total produksjon i sektor i og total innenlandsk produksjon av vare i . Denne andre komponenten oppstår når vi forutsetter at hver sektor produserer kun en vare, nemlig sin egen hovedvare. Hvis så hadde vært tilfelle, ville differansen mellom total produksjon i sektor i og total innenlandsk produksjon av vare i være null. For å få økosirken til å stemme eksakt i de dataserier vi legger til grunn for estimeringen, allokeres dette feilleddet til lagerendringskomponenten. De sektorvise lagerendringstallene som vi får fra det kvartalsvise nasjonalregnskapet (KNR) er derfor beheftet med to feilkilder; en som skyldes at målefeilen i nasjonalregnskapets balanseligning allokeres til lagerendringskomponenten, og en annen som skyldes vår forutsetning om at hver sektor kun produserer sin egen hovedvare.

Industristatistikken (IS) gir årlige tall både for egenprodusert ferdigvarelager og for totalt lager. Tallene fra IS anses å være mer pålitelige enn tallene fra KNR, og ved konstruk-

sjonen av kvartalsvise tall for ferdigvarelagerbeholdningen vil vi i størst mulig grad basere oss på Industristatistikktallene. Lagertallene fra IS er fordelt på næringsundergrupper. Det er derfor nødvendig å aggregere IS-tallene fra næringsundergrupper til KVARTS-sektorer. Jeg har da summert over følgende næringsundergrupper:

KVARTS-sektor	Næringsundergruppe
20	31-33, 342, 352, 354-356, 36, 385, 39
30	21, 23, 29, 341, 351, 37
45	381, 382 unntatt 38241, 383, 384 unntatt 3841

Slik får vi sektorvise lagertall fra IS. IS gir oss tall i løpende priser, og vi har derfor deflatert lagerbeholdningstallene for sektor i med deflatoren $VXVB_i / XVB_i$ ($i=20, 30, 45$). Seriene $VXVB_i$ og XVB_i er samlede innenlandske leveranser av vare i i henholdvis løpende og faste priser. På denne måten gir Industristatistikken oss sektorvise lagertall ved utgangen av hvert år i faste priser.

Fra KNR har vi tall for endring i samlet lager i faste priser for hver sektor, og ved hjelp av disse er vi nå i stand til å finne sektorvise kvartalstall for samlet lagerbeholdning. Vi definerer nå følgende variable:

$I_{i,t}$: Samlet lagerbeholdning ifølge IS i sektor i ved utgangen av år t . ($i=20, 30, 45$ og $t=1973, \dots, 1991$).

$L_{i,t}^j$: Samlet lagerbeholdning i sektor i i j -te kvartal av år t .

$DS_{i,t}^j$: Lagerinvestering i j -te kvartal av år t i sektor i ifølge KNR.

De kvartalsvise tall for samlet lagerbeholdning er konstruert ved:

$$(7.1.1) \quad L_{i,t}^j = \begin{cases} I_{i,t-1} + \sum_{k=1}^j DS_{i,t}^k & \text{for } j = 1, 2, 3 \\ I_{i,t} & \text{for } j = 4 \end{cases}$$

Siden vi generelt vil ha:

$$(7.1.2) \quad I_{i,t} - I_{i,t-1} \neq \sum_{k=1}^4 DS_{i,t}^k$$

følger det av (7.1.1) at vi generelt også vil ha at $L_{i,t}^4 - L_{i,t}^3 \neq DS_{i,t}^4$. Slik vi konstruerer lagertallene blir endring i samlet lager i fjerde kvartal i et år t i en gitt sektor i , $L_{i,t}^4 - L_{i,t}^3$, bestemt ved ligningen:

$$(7.1.3) \quad I_{i,t} - I_{i,t-1} = \sum_{k=1}^3 DS_{i,t}^k + (L_{i,t}^4 - L_{i,t}^3)$$

Dette betyr igjen at vi vil ha at:

$$(7.1.4) \quad L_{i,t}^4 - L_{i,t}^3 = DS_{i,t}^4 + w_{i,t}^4$$

der $w_{i,t}^4$ er et restledd. I modellen som skal estimeres vil det inngå et konstantledd samt tre sesongdummyer for de tre første kvartalene. Hvis restleddet i (7.1.4) er positivt for alle t i en gitt sektor vil dette bidra til å gjøre konstantleddet signifikant positivt. Konstantleddet vil altså i dette tilfelle bidra til å forklare diskrepansen mellom de konstruerte tall for lagerinvesteringen i fjerde kvartal og lagerinvesteringstallene fra KNR i samme kvartal.

Vi har nå sett på hvordan de sektorvise kvartalstall for *samlet lagerbeholdning* er konstruert. Vi trenger imidlertid tall for *ferdigvarelagerbeholdningen*, og i det følgende forklares hvordan vi kommer frem til disse.

Tabell 7.1 Forholdet mellom egenprodusert ferdigvarelager og samlet lager ifølge Industristatistikken

	Sektor 20	Sektor 30	Sektor 45
1973	0,49483	0,468179	0,239541
1974	0,489114	0,437098	0,267886
1975	0,537127	0,534127	0,261749
1976	0,478019	0,50594	0,255333
1977	0,479081	0,561346	0,233788
1978	0,456662	0,484675	0,30029
1979	0,445391	0,463717	0,269118
1980	0,458859	0,50451	0,255886
1981	0,468546	0,510845	0,263673
1982	0,479687	0,514909	0,301895
1983	0,4638	0,459605	0,256837
1984	0,491448	0,466134	0,211215
1985	0,48927	0,470053	0,211702
1986	0,463297	0,489761	0,219482
1987	0,492519	0,463963	0,221051
1988	0,496971	0,422432	0,234221
1989	0,500515	0,512514	0,200446
1990	0,493777	0,512081	0,202035
1991	0,489103	0,529217	0,187781
Gj.snitt	0,482527	0,490058	0,241786
St.avvik	0,020639	0,035133	0,032532

I tabell 7.1 er forholdet mellom egenprodusert ferdigvarelager og samlet lager utregnet for årene 1973-1991 for de tre KVARTS-sektorene. Av denne tabellen fremgår det at forholdet mellom egenprodusert ferdigvarelager og samlet lager er nær konstant over tid for alle de tre sektorene. Det gjennomsnittlige forholdstallet for hver sektor i og disses standardavvik er også rapportert. For å få sektorvise kvartalstall for ferdigvarelagerbeholdningen multipliseres de fremkomne lagerbeholdningstall for hver sektor i med sektorenes respektive gjennomsnittlige forholdstall. Formelt definerer vi altså ferdigvarelagerbeholdningen i j -te kvartal av år t i sektor i , $N_{i,t}^j$, som:

$$(7.1.5) \quad N_{i,t}^j = c_i L_{i,t}^j$$

der c_i er det gjennomsnittlige forholdstallet for sektor i gitt i tabell (7.1) og $L_{i,t}^j$ er definert i (7.1.1). Differansen mellom de sanne beholdningene av egenproduserte ferdigvarer og de konstruerte tallene definert ved (7.1.5) vil være mindre jo mer stabile nedskaleringsfaktorene c_i er.

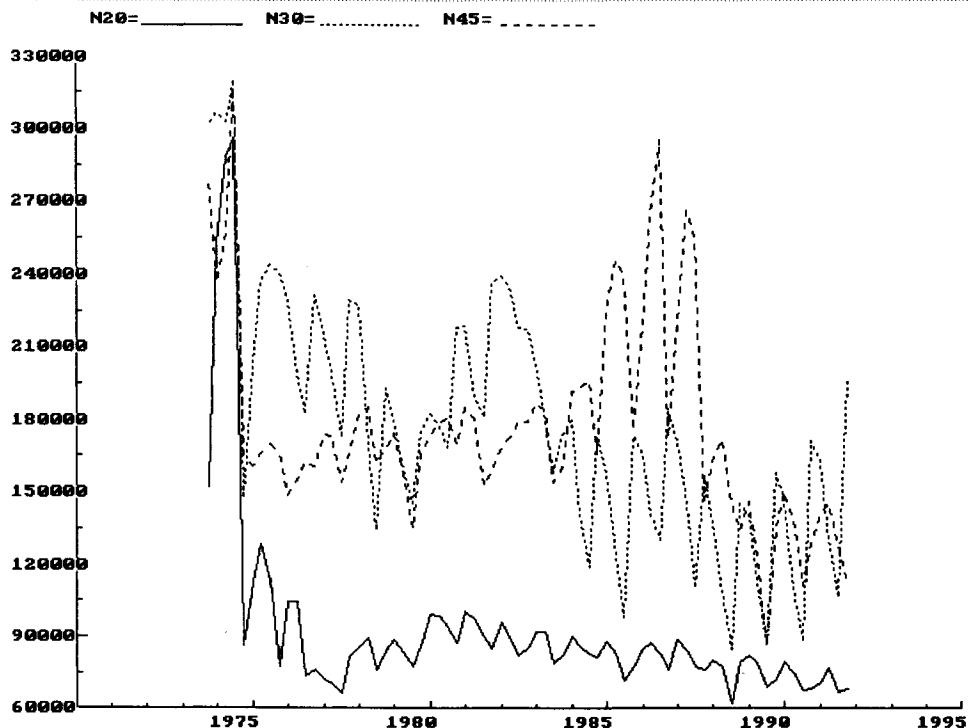
I figur (7.1) har vi plottet lagerbeholdningen i de tre sektorene når lagerbeholdningstallene fremkommer som forklart over. Variasjonsområdet til lagerbeholdningen i de tre sektorene er gjort sammenlignbart slik at skalaen på y-aksen er uten økonomisk mening.

Vi så i avsnitt 5.4 hvordan målefeil i venstresidevariabelen kan få konsekvenser for kointegrasjonsegenskapene. La oss kort oppsummere feilkildene i våre konstruerte lagerbeholdningstall. Av det som er forklart over fremgår at feilen i de konstruerte lagerbeholdningstallene består av tre deler:

1. Målefeilen i nasjonalregnskapets balanseligning for vare i blir allokert til lagerendringkomponenten i økosirkelen fordi lagerendringen bestemmes residualt.
2. På grunn av forutsetningen om at hver sektor i kun produserer sin egen hovedvare, vare i , oppstår et feilledd som er lik differansen mellom total produksjon i sektor i og total innenlandsk produksjon av vare i .
3. Når vi nedskalerer de kvartalsvise beholdningstallene for samlet lager med samme faktor forutsetter vi implisitt at forholdet mellom beholdningen av egenprodusert ferdigvarelager og samlet lager er det samme for alle kvartaler i alle år. Fra IS har vi sett at over år vil forholdet mellom egenprodusert ferdigvarelager og samlet lager være tilnærmet konstant. Men vi vet ikke om dette forholdet er konstant over kvartaler i et gitt år. Denne tredje feilkilden består altså av differansen som oppstår mellom de sanne og de konstruerte beholdninger av egenprodusert ferdigvarelager som følge av at den "sanne" skaleringsfaktoren varierer over tid.

Vi har over redegjort for den måten vi skaffer kvartalsvise lagerbeholdningstall på. Det er imidlertid flere alternative måter man kan skaffe kvartalsvise lagerbeholdningstall på,

Figur 7.1 Lagerbeholdningstall for de tre industrisektorene



hvorav ikke alle gir brukbare resultater. Vi vil nå kort gjøre rede for to andre metoder som er forsøkt.

En alternativ måte å konstruere sektorvise kvartalstall for ferdigvarelagerbeholdningen på er å ta utgangspunkt i ett lagerbeholdningstall fra IS og benytte lagerendringstallene fra KNR til å finne de øvrige beholdningstallene for samlet lager. For å få tall for ferdigvarelagerbeholdningen nedskaleres disse tallene på samme måte som forklart over. Der- som vi tar utgangspunkt i tallet for samlet lagerbeholdning i IS fra 4. kvartal 1974, vil vi med denne metoden få forløpet for de kvartalsvise beholdningene av ferdigvarelager i de tre sektorene som vist i figur (7.2).

Når vi på denne måten konstruerer kvartalsvise beholdnings- tall for ferdigvarelageret ser vi at vi får noen negative obser- vasjoner i sektor 20. Negative lagerbeholdninger er selvsagt ikke mulig, og dette er en innvending mot denne metoden å skaffe lagertall på. I sektorene 20 og 30 har vi dessuten en klar nedadgående trend fra omkring 1976 og ut sampelperio- den. Dette kan virke urimelig, og det er trolig feilkilder i datamaterialet som gir et slikt forløp.

La oss nå kort se på en tredje måte å skaffe lagertall på. Fra KNR får vi kvartalsvise lagerinvesteringer, og dermed også de årlige lagerinvesteringer hvis vi legger sammen for fire kvartaler. Vi kan da finne hvor stor andel av de årlige lager- investeringer ifølge KNR som fant sted i hvert kvartal for hver sektor i og for hvert år t . Disse andelene kan deretter benyttes til å kvartalsfordele de årlige lagerinvesteringstal- lene fra IS. Vi definerer:

$$(7.1.6) \quad \alpha_{i,t}^j = \frac{DS_{i,t}^j}{\sum_{k=1}^4 DS_{i,t}^k}$$

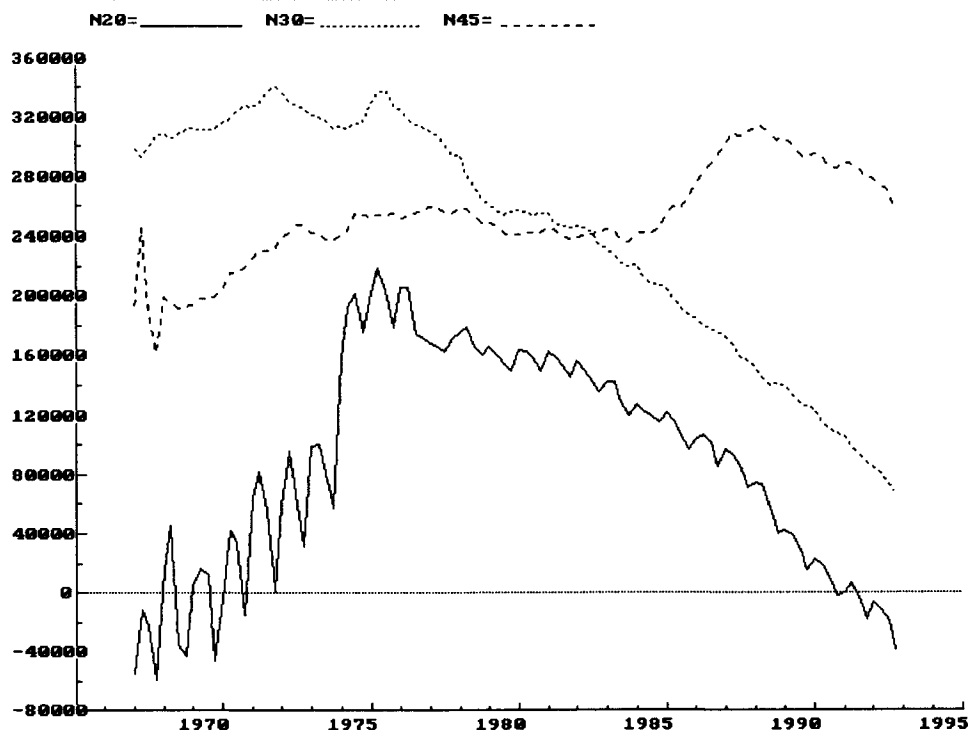
De årlige lagerinvesteringene fra IS kvartalsfordeles der- etter slik at andelen $\alpha_{i,t}^j$ av de årlige lagerinvesteringer til- skrives kvartal j . Den konstruerte lagerinvesteringen i kvar- tal j i et år t i en sektor i , $NN_{i,t}^j$, blir dermed:

$$(7.1.7) \quad NN_{i,t}^j = \alpha_{i,t}^j (I_{i,t} - I_{i,t-1})$$

Når vi på denne måten skaffer kvartalsvise lagerinveste- ringstall kan vi ved å ta utgangspunkt i ett lagerbeholdnings- tall fra IS finne alle de andre lagerbeholdningstallene ved å legge til de fremkomne kvartalsvise lagerinvesteringer.

Det viser seg imidlertid at denne metoden har en rekke svak- heter. For det første har man ingen garanti for at lagerinves- teringen i et år ifølge KNR og lagerinvesteringen det sam- me året ifølge IS har samme fortegn. Anta at lagerinvesterin- gen et bestemt kvartal er negativ ifølge KNR, men at lager- investeringen i dette året ifølge KNR er positiv. Da blir for- holdstallet, definert ved (7.1.6), negativt for dette kvartalet. Hvis vi multipliserer dette forholdstallet med det årlige lagerinvesteringstallet fra IS, som kan tenkes å ha motsatt fortegn av det årlige lagerinvesteringstallet fra KNR, vil det fremkomne lagerinvesteringstallet for dette kvartalet bli positivt. Sammenligner vi det fremkomne lagerinvesterings-

Figur 7.2 Lagerbeholdningstall for de tre industrisektorene



tallet for dette kvartalet med lagerinvesteringstallet fra KNR for det samme kvartalet, vil vi finne at tallene har motsatt fortegn. Når vi da senere skal finne lagerbeholdningene kan vi komme galt av sted. En annen svakhet er at selv om de kvartalsvise lagerinvesteringene i et år ifølge KNR er moderate kan disse oppheve hverandre slik at summen av de kvartalsvise lagerinvesteringene dette året blir lik eller nær null. Forholdstallene over vil i så fall bli meget store i tallverdi. Når vi da multipliserer disse forholdstallene med de årlige lagerinvesteringstallene fra IS vil de fremkomne kvartalsvise lagerinvesteringene også bli meget store i tallverdi, og dermed gi et helt galt inntrykk av hvordan lageret har utviklet seg.

7.2 Tall for andre variable

Produksjonen i en sektor er representert ved bruttoproduksjonen i sektoren ifølge KNR. Data for bruttoproduksjon skaffes ved å benytte serien X_i ($i=20, 30, 45$) fra KNR.

Salget i en sektor er definert som bruttoproduksjonen i sektoren fratrukket økning i samlet lager ifølge KNR. Siden noe av en sektors hovedvare går til vareinnsats i egen sektor definerer vi her implisitt slike internleveranser som salg.

Den effektive lagringskostnaden for en sektor på tidspunkt t er definert som differansen mellom nominell rente i periode t og forventet prisstigning på sektorens produkt i periode $t+1$. Vi opererer med to forskjellige spesifikasjoner av forventet prisstigning som begge er relatert til faktisk produktpris på sektorens produkt, jevnfør (3.3) og (3.4). For sektor i sin produktpris benytter vi bruttoproduksjonsdeflatoren for sektor i som er definert som VX_i/X_i , ($i=20, 30, 45$), der VX_i

er serien for bruttoproduksjon i sektor i i løpende priser fra KNR og X_i er serien for bruttoproduksjon i sektor i i faste 1991-priser fra KNR. For nominell rente benyttes serien RENPF300 som er definert som private finansinstitusjoners utlånsrente til husholdningene.

7.3 Forventet og uventet salg

I de lagermodellene vi ser på spiller forventet og uventet salg en viktig rolle. Vi vil her anta at bedriftene baserer seg på såkalt databasert forventningsdannelse. Dette kan være optimalt for bedriftene dersom kostnadene ved informasjonsinnhenting og -bearbeiding er store, se Hendry og Ericsson (1991). La salget være integrert av orden d . Vi antar så at bedriftene anslår salget i periode $t+1$ ved å løse:

$$(7.3.1) \quad \Delta^{d+1} X_{t+1} = 0$$

Av (7.3.1) følger at:

$$(7.3.2) \quad \Delta^d (X_{t+1} - X_t) = 0$$

slik at vi får prediktoren:

$$(7.3.3) \quad \Delta^d X_{t+1} = \Delta^d X_t$$

Prediktoren som defineres implisitt i (7.3.3) har en rekke gode egenskaper. Det kan vises at prediktoren er forventningsrett hvis $\Delta^d X_t$ er generert av en stasjonær autoregressiv prosess av endelig orden med et symmetrisk fordelt restledd. Dessuten inneholder ikke prediktoren andre ukjente

parametre enn d . En tredje fordel følger av at $\Delta^{d+1}X_{t+1} = 0$ impliserer at også $\Delta^{d+2}X_{t+1} = 0$. Hvis nivået på d valgt av økonometrikeren er $d^* \geq d + 1$ og d endres, men fortsatt er mindre enn d^* , så vil økonometrikerens modell gi forventningsrette estimatører, gitt ovenstående forutsetning, både før og etter endringen i d .

Anta nå at $d=1$. Da får vi ifølge (7.3.3) prediktoren:

$$(7.3.4) \quad X_{t+1}^e = \hat{X}_{t+1} = X_t + \Delta X_t = 2X_t - X_{t-1}$$

Denne prediktoren er enkel, men i mange anvendelser viser det seg at prediktorer av typen (7.3.3) treffer meget bra, se for eksempel Moene og Nymoen (1991) og Hendry og Ericsson (1991).

Vi vil i vår analyse benytte prediktoren som det her er redegjort for. På denne måten genereres dataserien for forventet salg. Det uventede salget fremkommer som differansen mellom faktisk og forventet salg. I de tilfellene hvor forventet salg er større enn det faktiske er det uventede salget satt lik null. Mer formelt definerer vi altså:

$$(7.3.5) \quad X_t^u = \max [X_t - X_t^e, 0]$$

Siden $X_t^u \geq 0$ og X_t^e kan være større enn det faktiske salget, kan vi ha at:

$$(7.3.6) \quad X_t^u + X_t^e \neq X_t$$

7.4 Variabelliste

I dette avsnittet setter vi opp en liste over de forkortelser vi vil benytte i neste kapittel.

A_n	: Variabel A lagget n perioder.
A	: Variabelen A i inneværende periode.
ESi	: Forventet salg i sektor i .
USi	: Uventet salg i sektor i .
LKi	: Effektiv lagringskostnad i sektor i , der forventet prisstigning er definert som i (3.3).
LK2i	: Effektiv lagringskostnad i sektor i , der forventet prisstigning er definert som i (3.4).
Ni	: Lagerbeholdningen i sektor i .
ΔA	: $A - A_{-1}$: Førstedifferansen av variabelen A.
Seasonal	: Sesongdummy som er lik 1 i 1.kvartal og 0 ellers.
Seasonal_n	: Sesongdummy som er lik 1 i kvartal $n+1$ og 0 ellers.
Dj	: Dummy som er 1 i j -te kvartal i perioden 1985.1-1991.4 og 0 ellers ($j=1, \dots, 4$).

8. Dynamisk modellering

I dette kapitlet skal vi modellere lageradferden for de tre industrisektorene, og deretter evaluere de fremkomne modellene. Modelleringsstrategien er beskrevet i kapittel 5. Estimeringsmetoden er vanlig minste kvadraters metode (OLS) og signifikansnivået som benyttes ved testing er 5% hvis ikke annet er oppgitt. Følgende føyningsmål og testobservatorer rapporteres¹:

R^2	:	Multipel korrelasjonskoeffisient
DW	: Durbin-Watson-testen for 1. ordens autokorrelasjon i restleddet.	
LM $F(q, T-K-q)$: Lagrangemultiplikator-test for autokorrelasjon inntil orden q i restleddet. Kilde: Harvey (1981).	
ARCH $F(q, T-K-2)$: Test for autoregressiv betinget heteroskedastisitet inntil orden q i restleddet. Kilde: Engle (1982).	
NORM $\chi(2)$: Test for normalfordelte restledd. Testobservatoren er χ^2 -kvadrat-fordelt med to frihetsgrader under nullhypotesen. Kilde: Jarque og Bera (1980).	
WHITE $F(p, q)$: Test for fravær av ubetinget homoskedastisitet. Kilde: White (1980).	

Her er T antall observasjoner i estimeringsperioden og K antall estimerte parametre. $F(g, h)$ betegner en testobservator som er F -fordelt med g, h frihetsgrader. Et utvalg av testene er nærmere forklart i appendikset.

I tillegg til ovennevnte feilspesifikasjonstester rapporteres også rekursive estimeringsresultater samt rekursive Chow-tester. Rekursiv estimering innebærer at vi estimerer parametrene i relasjonen over et suksessivt større sampel. Vi starter med et subsample på 30 observasjoner. Deretter økes størrelsen på subsamplet inntil det er identisk med det fulle samplet. Ved å se på koeffisientestimatene etterhvert som sampelstørrelsen øker kan vi få en indikasjon på om parameterestimatene er stabile over tid. Standardavvikene for estimatene er også beregnet rekursivt. De rekursive estimatene ± 2 standardavvik rapporteres for hver ligning. Vi rapporterer også tre typer rekursive Chow-tester. Disse tester stabiliteten av relasjonen som helhet når perioden stabiliteten testes over (i) blir suksessivt større ($N\hat{\uparrow}$ -Chow-testen),

(ii) blir suksessivt mindre ($N\hat{\downarrow}$ -Chow-testen), og (iii) alltid er ett kvartal (ett-trinns-Chow-testen). Nullhypotesen er at alle parametrene, restleddvariansen inkludert, er konstante i den perioden stabiliteten testes over. Intuisjonen i disse testene er forklart i avsnitt 8.1, mens en mer formell forklaring av Chow-testen er gitt i appendikset. Ofte kan det være nyttig å se de rekursive estimeringer og de rekursive Chow-tester i sammenheng. Dersom de rekursive estimatene (den estimerte restleddsvariansen ikke inkludert) er stabile og Chow-testen er signifikant, er dette et tegn på at restleddsvariansen har økt over tid.

Vi opererer med to forskjellige uttrykk for forventet prisstigning, (3.3) og (3.4), og får dermed to forskjellige spesifikasjoner av lagringskostnaden, henholdsvis LK og LK2. Vi har valgt den spesifikasjonen av lagringskostnaden som gir best føyning og/eller som gir de teoretisk sett rimeligste fortegnene. Det viser seg at i alle de tre sektorene er det LK som gir det beste resultatet. Estimeringsresultatene i de følgende rapporteres derfor med denne spesifikasjonen av lagringskostnaden.

Estimeringsresultatene for de tre sektorene er gjengitt i de følgende avsnitt. Variablene som benyttes er definert i variabelisten i avsnitt 7.4. Forøvrig bør bemerkes at tallene i hakeparentes i tabellene (8.1.1)-(8.3.1) er signifikanssannsynligheter, mens tallene i vanlige parenteser er standardavvik.

8.1 Sektor for produksjon av konsumvarer mv.

Estimeringsresultatet for sektoren for produksjon av konsumvarer er gjengitt i tabell (8.1.1). Det fremgår av denne tabellen at det er forventet salg som synes å ha betydning for lagerbeholdningen på lang sikt i denne sektoren. Forventet salg inngår som forklaringsvariabel både i produksjonsutjevning/buffer-modellen og (S,s)-modellen. Derimot er fortegnet til forventet salg negativt, noe som ikke er forenlig med produksjonsutjevning/buffermodellen. I (S,s)-modellen derimot er dette mulig. Samlet sett er det derfor (S,s)-modellen som synes å få mest støtte i data med hensyn til langsiktssammenheng. På kort sikt har både forventet og uventet salg samt lagringskostnaden signifikant effekt på lagerbeholdningen. Endring i uventet salg i inneværende

¹ Alle beregninger er utført ved bruk av PC-GIVE (versjon 7) dokumentert i J.A. Doornik og D.F. Hendry (1992).

Tabell 8.1.1 Venstresidevariabel: $\Delta N20$

Sampelet: 1978 (1) til 1991 (4)

$\Delta N20 = +46863$ (16714)	$-0,57528 \Delta N20_1$ (0,13794)	$-0,30192 \Delta N20_2$ (0,14881)
$-0,3498 \Delta N20_3$ (0,1232)	$-0,2309 \Delta N20_4$ (0,1176)	$-69910 \Delta LK20$ (31440)
$+0,10015 \Delta ES20_2$ (0,044757)	$-0,10449 \Delta ES20_3$ (0,035214)	$+0,11618 \Delta ES20_4$ (0,040375)
$+0,13745 \Delta US20$ (0,050422)	$+0,21897 \Delta US20_1$ (0,073125)	$+0,33738 \Delta US20_2$ (0,081434)
$+0,33479 \Delta US20_4$ (0,083383)	$-0,093132 \Delta ES20_1$ (0,030753)	$-0,17813 \Delta N20_1$ (0,088234)
$+11260 \text{ Seasonal}$ (4227,1)		

 $R^2 = 0,83478$

DW = 1,77

LM F(4,36) = 0,84941 [0,5034]

ARCH F(4,32) = 1,4249 [0,2483]

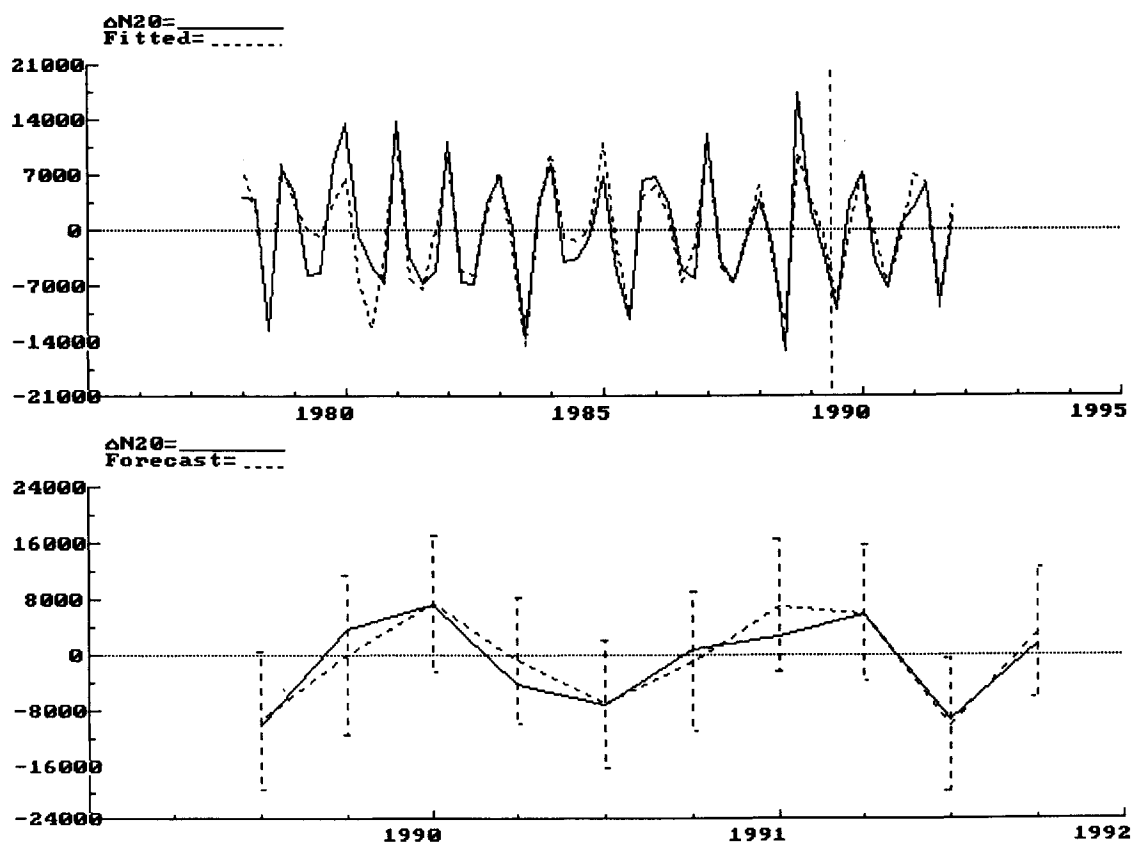
NORM $\chi(2) = 3,5063$

WHITE F(29,10) = 0,39215 [0,9760]

periode har positivt fortegn, noe som er i strid med produksjonsutjevnings/buffermodellen. I (S,s)-modellen derimot er dette rimelig gitt at endring i forventet salg også har positivt fortegn, jevnfør fortegnsdiskusjonen i kapittel 2. Videre ser vi at endring i lagringskostnaden i inneværende periode er signifikant negativ, slik som forventet med utgangspunkt i begge teorimodellene. Fortegnet til de tilbakedaterte differensierte variable avhenger av hvilket lag vi har feiljusteringsleddet på. Det er derfor vanskelig å gi fortegnet til disse variablene noen tolkning. Alt i alt er det (S,s)-modellen som i denne sektoren synes å få mest støtte i data.

Av tabell (8.1.1) ser vi også at ingen av de rapporterte feilspesifikasjonstestene er signifikante. La oss nå se på føyningen og prediksjonsegenskapene innen sampelet for lagerrelasjonen i sektoren for produksjon av konsumvarer m.v. I figur (8.1.1) har vi plottet faktisk lagerinvestering mot estimert lagerinvestering der lagerrelasjonen er estimert på bakgrunn av sampelet 1978.1 til 1989.1. Vi holder altså tilbake 10 observasjoner. Vi ser av det øverste plottet at føyningen er relativt god. I det nederste plottet viser vi prediksjonene for de 10 siste observasjonene som modellen gir på bakgrunn av sampelet 1978.1 til 1989.1. Prediksjonene presenteres sammen med det tilhørende 95% prediksjonsintervall som representeres ved de vertikale stiplede linjene. Disse prediksjonene sammenligner vi med faktisk lagerinvestering. Som vi ser gir modellen gode prediksjoner for lagerin-

Figur 8.1.1 Føyning og prediksjonsegenskaper for konsumvaresektoren

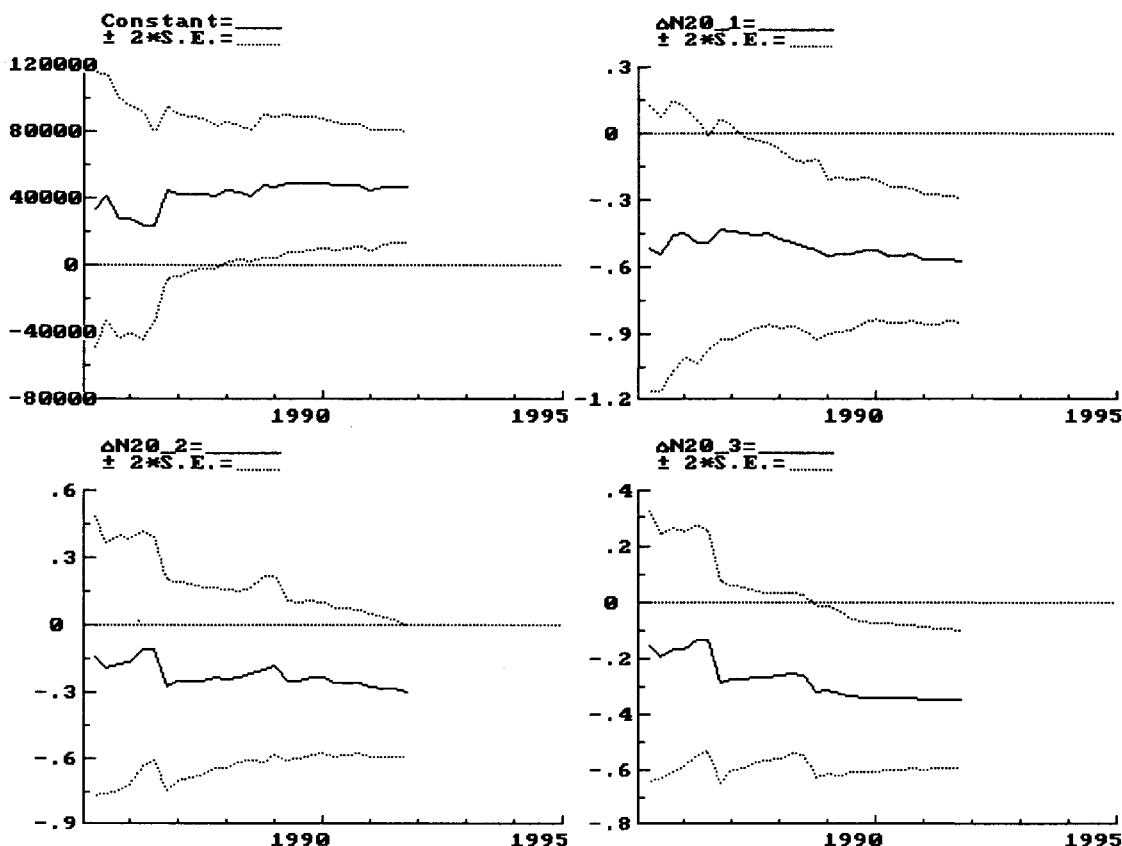


vesteringen for alle de 10 kvartalene, siden den faktiske lagerinvesteringen aldri faller utenfor prediksjonsintervallet.

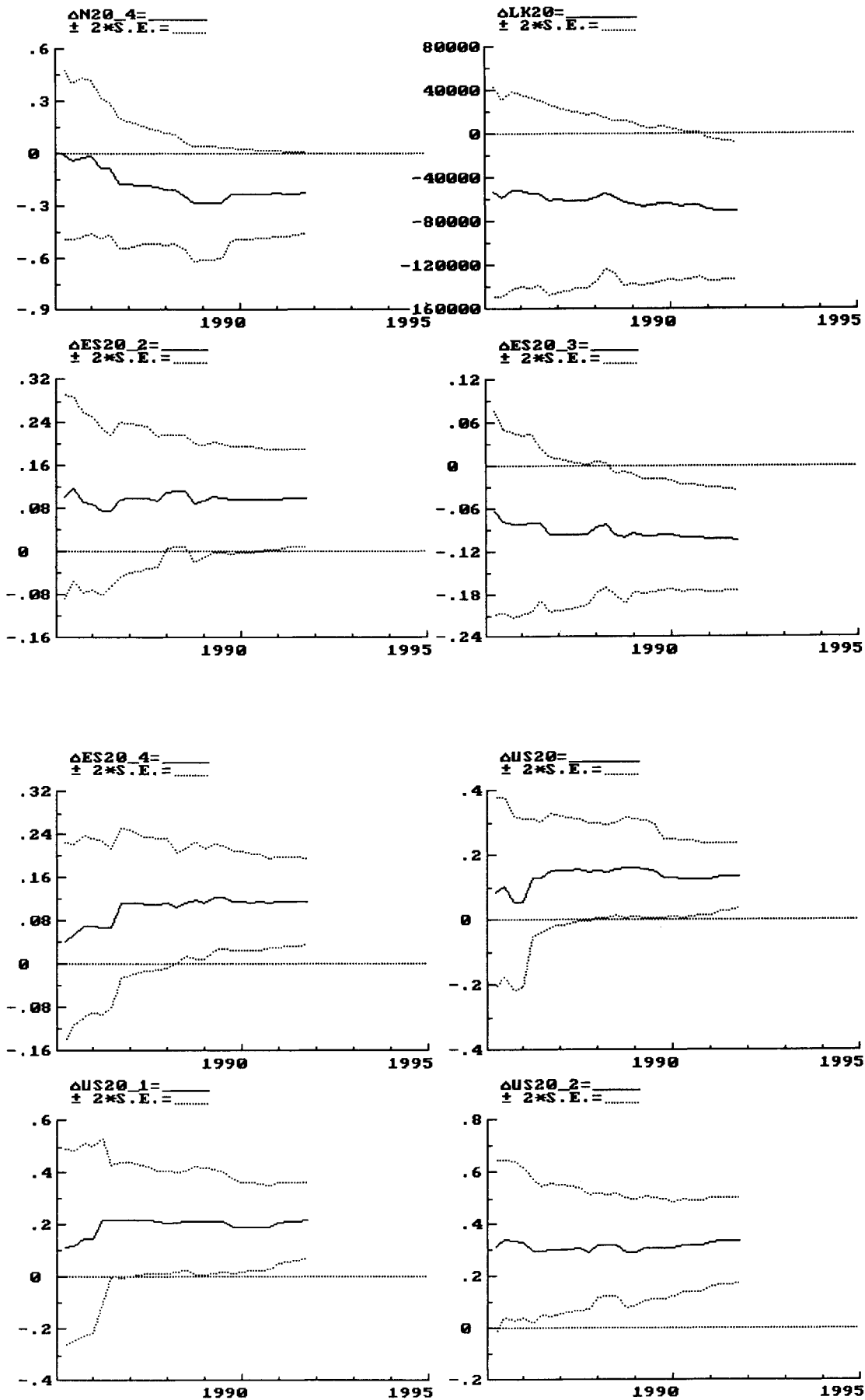
De rekursive estimatene er presentert i figur (8.1.2). Som det fremgår av plottene er parameterestimatene relativt stabile. I figur (8.1.3) er de tre rekursive Chow-testene samt et plott over residualene fra rekursiv estimering av modellen som helhet presentert. Vi ser at ett-trinns-Chow-testen er signifikant omkring 1988.3. På dette tidspunktet får vi altså et signifikant skift i en eller flere av parametrene i modellen når parameterstabiliteten testes over en periode på ett kvartal. Derimot ser vi av $N\uparrow$ -Chow-testen og $N\downarrow$ -Chow-testen at det ikke foreligger noe signifikant strukturelt skift i en eller flere av parametrene når perioden parameterstabiliteten testes over blir suksessivt lenger og suksessivt kortere. La oss se nærmere på intuisjonen i disse testene. Ved bruk av de rekursive Chow-testene deles det fulle sampelet i to: La T_1 betegne antall observasjoner i estimeringsperioden og la T_2 betegne antall observasjoner i post-sampel perioden. Med $N\uparrow$ -Chow-testen estimeres først modellen over de T_1 første observasjonene i estimeringsperioden. Den residuale kvadratsum korrigerert for antall frihetsgrader (KRSS) fra denne estimeringen sammenlignes så med den KRSS som fremkommer når modellen estimeres over de $T_1 + 1$ første observasjonene. Hvis KRSS fra første estimering er signifikant forskjellig fra KRSS fra annen estimering tyder dette på at en eller flere av parametrene i modellen har fått et sig-

nifikant skift. På denne måten testes parameterstabiliteten over en horisont på en periode. Deretter sammenlignes den KRSS som fremkommer ved estimering av modellen over de $T_1 + 2$ første observasjonene med den KRSS som fremkommer ved estimering over de T_1 første observasjonene, og samme test utføres. Denne prosedyren gjentas, og på denne måten tester man parameterstabiliteten over en horisont som blir suksessivt større. Med $N\downarrow$ -Chow-testen estimeres først modellen over $T_1 + T_2$ observasjoner, dvs. over det fulle sampelet. Den KRSS som følger av denne estimeringen sammenlignes med den KRSS som fremkommer når modellen estimeres på bakgrunn av de T_1 første observasjonene. På samme måte som over testes parameterstabiliteten over denne horisonten, som nå er på T_2 observasjoner, ved å sammenligne KRSS fra de to estimeringene. Deretter estimeres modellen på bakgrunn av de $T_1 + 1$ første observasjonene, og den KRSS som følger av denne estimeringen sammenlignes med den KRSS som fremkommer ved estimering over det fulle sampelet. På denne måten testes parameterstabiliteten over en horisont som nå er $T_2 - 1$ observasjoner. Denne prosedyren gjentas, og man får da testet parameterstabiliteten over en horisont som blir suksessivt mindre. Prosedyren gjentas inntil estimeringssampelet er identisk med det fulle sampelet. Ett-trinns-Chow-testen tester, for hver periode t i post-sampel-perioden ($t = 0, 1, 2, \dots, T_2$), parameterstabiliteten over en horisont på en periode ved å sammenligne KRSS fra en estimering over

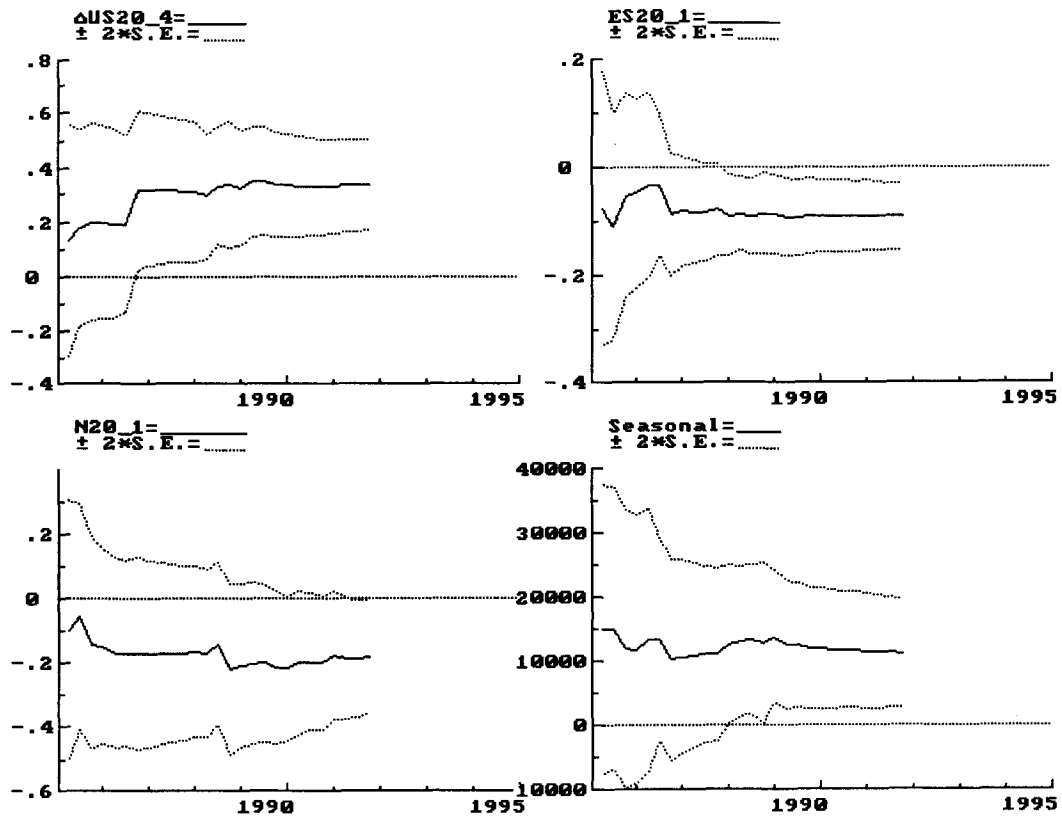
Figur 8.1.2 Rekursivt estimerte koeffisienter ± 2 -standardavvik



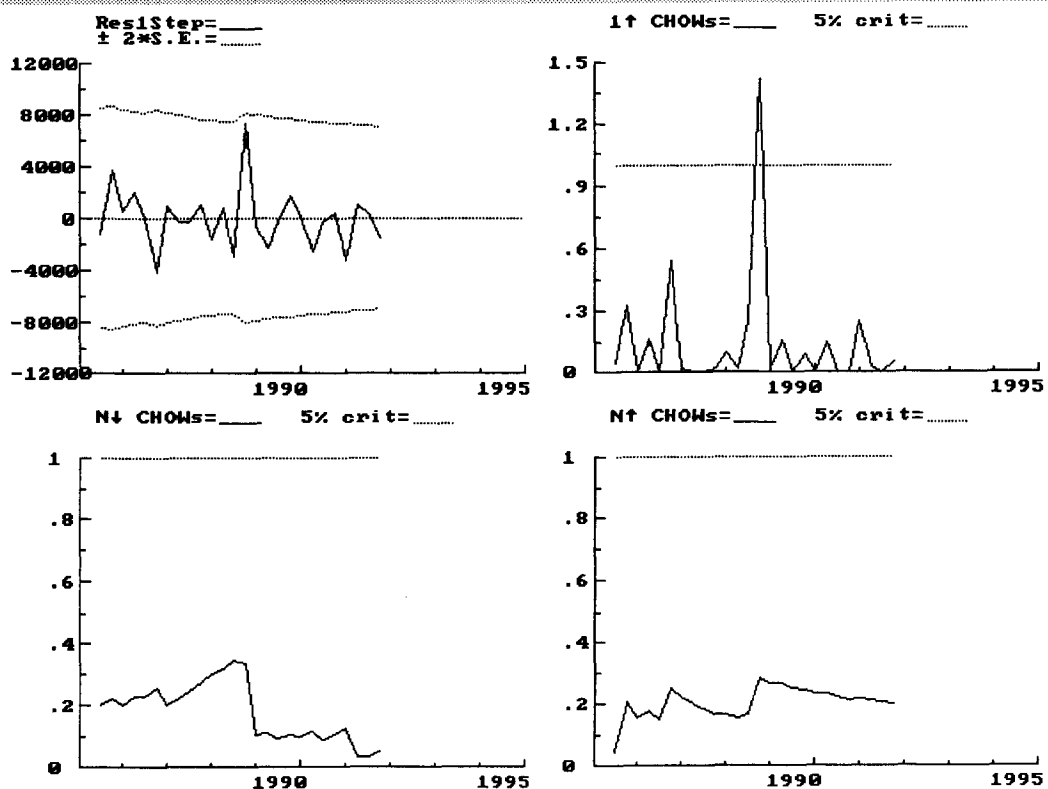
Figur 8.1.2 (forts.) Rekursivt estimerte koeffisienter +/-2standardavvik



Figur 8.1.2 (forts.) Rekursivt estimerte koeffisienter +/-2standardavvik



Figur 8.1.3 Rekursive Chow-tester



de $T_1 + t$ første observasjonene med KRSS fra en estimering over de $T_1 + t + 1$ første observasjonene. For en nærmere forklaring av Chow-testen henvises til appendikset. På bakgrunn av figur (8.1.2) og figur (8.1.3) kan vi derfor konkludere med at selv om parametrene kan være ustabile i enkelte kvartaler, har vi intet signifikant skift i parametrene når stabiliteten testes over en horisont som er større enn ett kvartal.

8.2 Sektor for produksjon av råvarer

Estimeringsresultatet for denne sektoren er rapportert i tabell (8.2.1). Også her tyder resultatene på at det er forventet salg som er av betydning for lagerbeholdningen på lang sikt. Forventet salg inngår med negativ koeffisient, noe som er i strid med produksjonsutjevnings/buffermodellen. Dette er imidlertid forenlig med (S,s)-modellen. Igjen er det altså (S,s)-modellen som synes å få mest støtte i data med hensyn til langsiktssammenhengen.

Ligningen inneholder videre signifikante korttidseffekter av forventet og uventet salg. Vi ser at endring i uventet salg i inneværende periode har negativt fortegn, noe som virker rimelig på bakgrunn av begge teorimodellene. Fortegnet til endring i forventet salg i inneværende periode er derimot også negativt, noe som strider mot det vi ville forvente med utgangspunkt i produksjonsutjevnings/buffermodellen. Dette vil imidlertid kunne være forenlig med (S,s)-modellen. Alt i alt er det også i denne sektoren mest støtte til (S,s)-modellen i data.

Videre ser vi av tabell (8.2.1) at ingen av de rapporterte feilspekifikasjonstestene er signifikante, men Lagrangemultiplikator testen for autokorrelasjon har signifikanssannsynlighet på 0.08. Føyningen og prediksjonegenskapene innen sampelet illustreres ved tilsvarende plott som for sektoren for produksjon av konsumvarer m.v. Som det fremgår av figur (8.2.1) er føyningen og prediksjonegenskapene innen sampelet relativt god. Vi går nå over til å se på parameter-

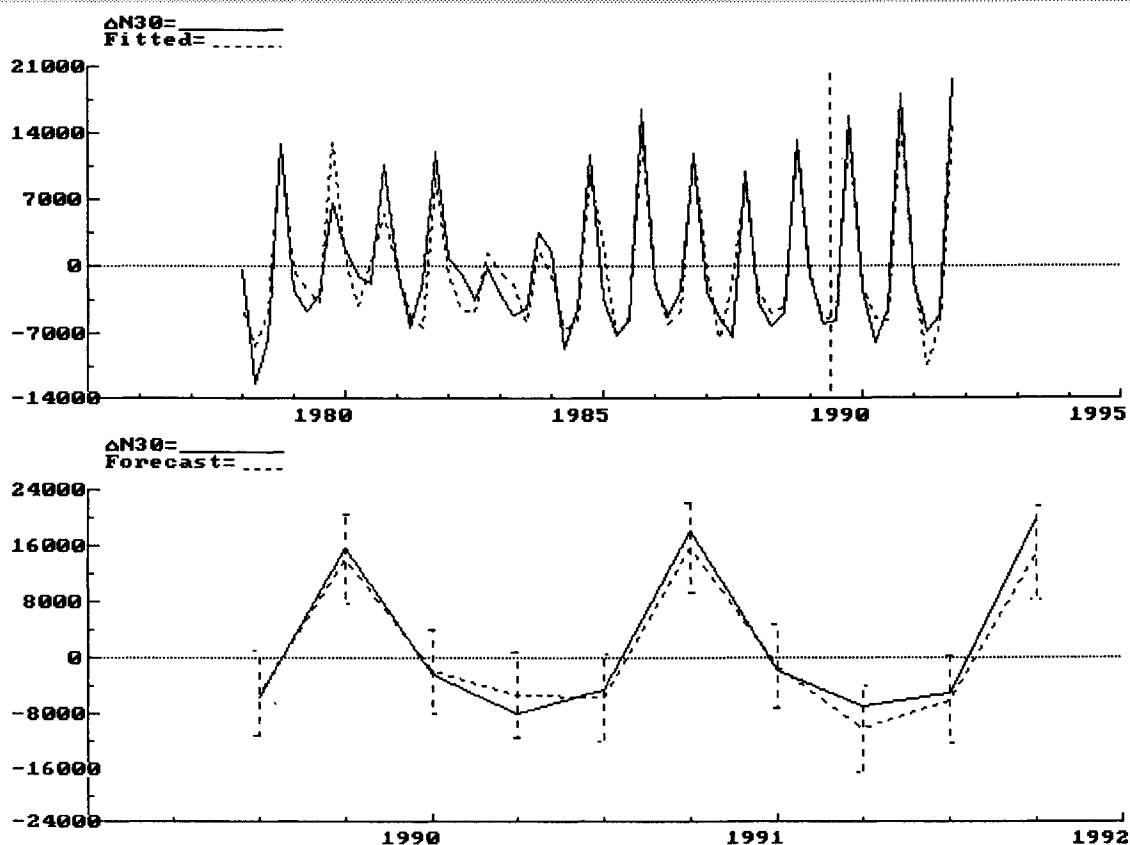
Tabell 8.2.1 Venstresidevariabel: $\Delta N30$

Sampelet: 1978 (1) til 1991 (4)

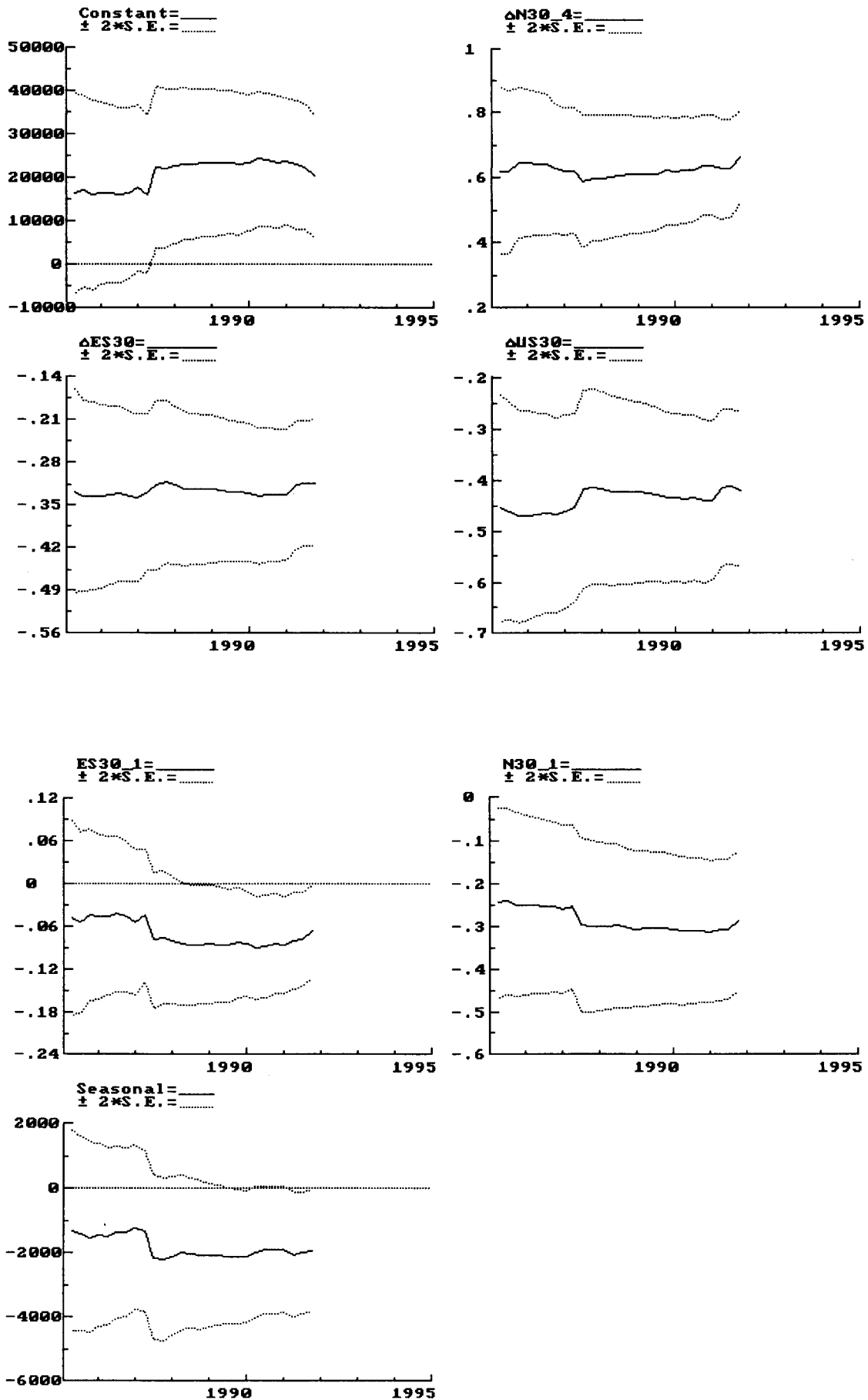
$\Delta N30 = +20476$ (7091)	$+0,66449 \Delta N30_4$ (0,071484)	$-0,31322 \Delta ES30$ (0,051915)
$-0,41996 \Delta US30$ (0,075717)	$-0,067886 ES30_1$ (0,032225)	$-0,2889 N30_1$ (0,08122)
$-1924,9 \text{ Seasonal}_2$ (948,52)		

$R^2 = 0,889706$
 DW = 2,13
 LM F(4,45) = 2,1966 [0,0845]
 ARCH F(4,41) = 0,39055 [0,8142]
 NORM $\chi(2) = 1,8447$
 WHITE F(11,37) = 0,99963 [0,4651]

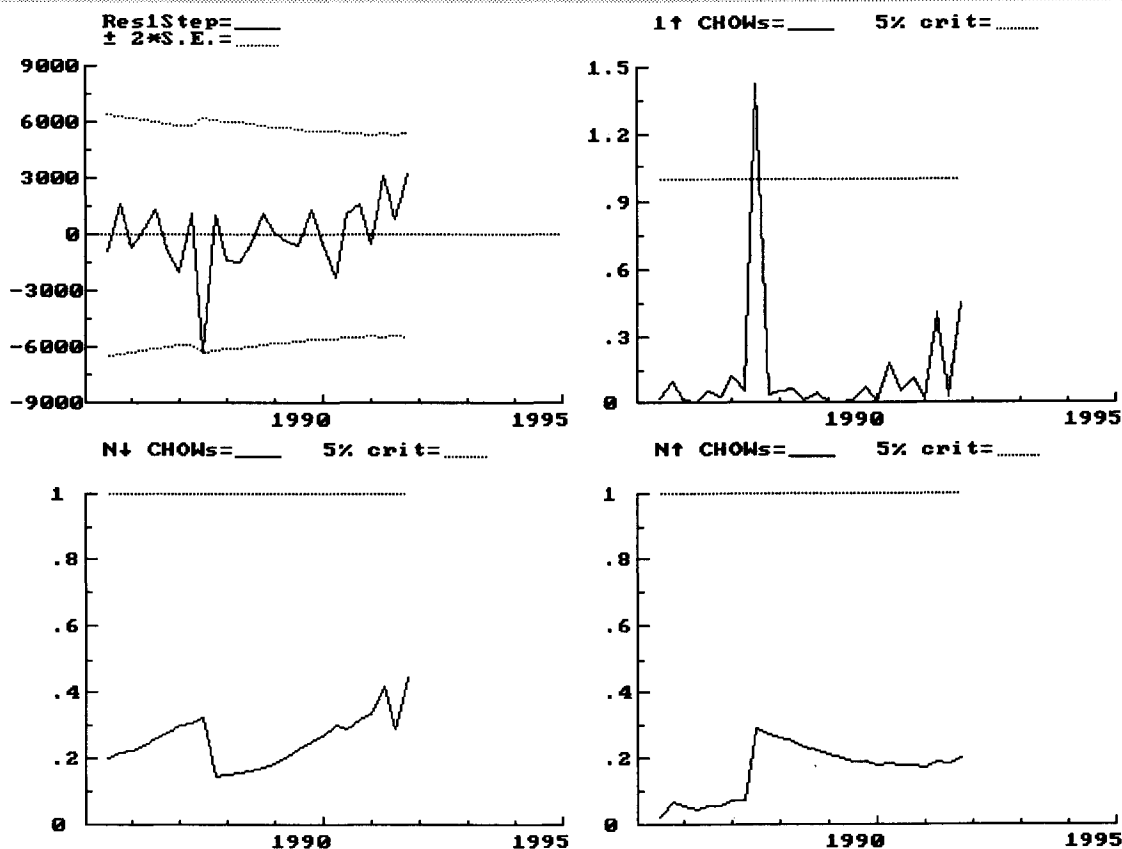
Figur 8.2.1 Føyning og prediksjonegenskaper for råvaresektoren



Figur 8.2.2 Rekursive koeffisientestimerer +/- 2standardavvik



Figur 8.2.3 Rekursive Chow-tester



stabiliteten til den estimerte modellen. De rekursive estimeringene er rapportert i figur (8.2.2).

Vi ser av figur (8.2.2) at parametrene i modellen er relativt stabile. Av ett-trinns-Chow-testen i figur (8.2.3) ser vi at vi får et signifikant skift i en eller flere av parametrene i modellen omkring 1987.2. Derimot ser vi av de to øvrige rekursive Chow-testene at vi ikke får noe signifikant skift i parametrene når perioden stabiliteten testes over er større enn ett kvartal. Konklusjonen blir at parametrene i modellen er relativt stabile.

8.3 Sektor for produksjon av verkstedprodukter

Estimeringsresultatene er rapportert i tabell (8.3.1). Disse tyder på at det er forventet og uventet salg som har betydning for lagerbeholdningen på lang sikt i sektoren for produksjon av verkstedprodukter. Det uventede salget har negativt fortegn, noe som er rimelig med utgangspunkt i produksjonsutjevnings/buffermodellen. I (S,s)-modellen har det uventede salget ingen effekt på lagerbeholdningen på lang sikt. Videre har det forventede salget positivt fortegn. Dette er i overensstemmelse med (S,s)-modellen, men i strid med produksjonsutjevnings/buffer-modellen, jevnfør fortegn-diskusjonen i kapittel 4. Vi kan her ikke trekke noen klar konklusjon om hvilken modell som har mest støtte i data med hensyn til langsiktssammenheng. Det forventede og uventede salget har også signifikant korttidseffekt på lager-

Tabell 8.3.1 Venstresidevariabel: $\Delta N45$

Sampele: 1978 (1) til 1991 (4)

$\Delta N45 = +39431$ (7019)	$-0,4593 \Delta N45_3$ (0,10128)	$+0,24503 \Delta N45_4$ (0,097764)
$-0,075559 \Delta ES45$ (0,030753)	$+0,11504 \Delta ES45_1$ (0,023627)	$-0,16637 \Delta US45$ (0,038298)
$-0,063939 \Delta US45_4$ (0,019788)	$+6388 D1$ (1870,2)	$+8389,2 D2$ (1952,4)
$-0,22863 ES45_1$ (0,047107)	$-0,15115 US45_1$ (0,061029)	$-0,395 N45_1$ (0,07505)

$R^2 = 0,764513$

DW = 1,82

LM $F(4,40) = 0,27904$ [0,8898]

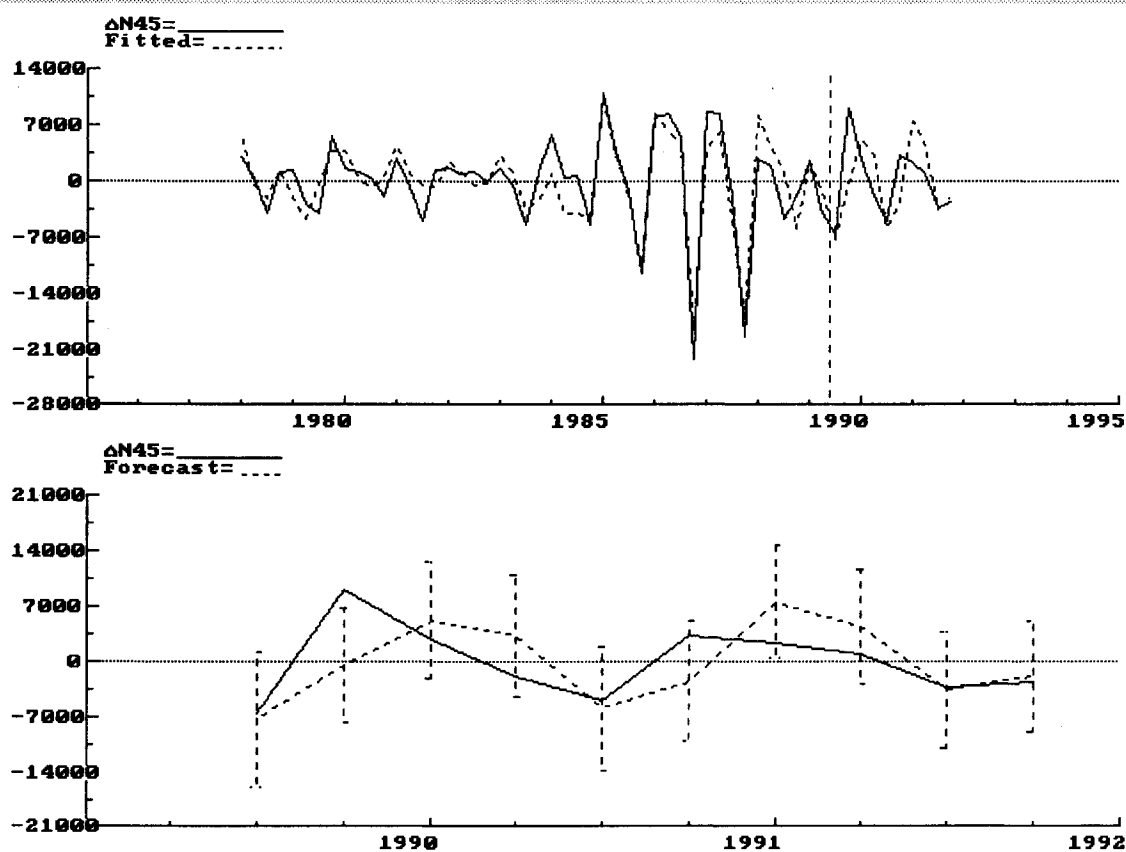
ARCH $F(4,36) = 0,61829$ [0,6523]

NORM $\chi(2) = 1,9246$

WHITE $F(20, 23) = 0,87867$ [0,6122]

beholdningen. Dette er i tråd med begge teorimodellene. Dessuten har endring i forventet salg og endring i uventet salg begge negativt fortegn. Dette er i tråd med (S,s)-modellen, mens produksjonsutjevnings/buffermodellen impliserer at endring i forventet salg har en positiv effekt på lager-

Figur 8.3.1 Føyning og prediksjonsegenskaper for verkstedproduktsektoren



beholdningen på kort sikt. Det faktum at lagringskostnaden ikke inngår signifikant i modellen, hverken på differensiert form eller nivåform, strider mot det vi ville forvente med utgangspunkt i begge de to teorimodellene. Med hensyn til kortsiktseffektene er det altså (S,s)-modellen som får mest støtte i data. Vi har i denne relasjonen også to dummys for første og annet kvartal i perioden 1985.1 til 1991.4 som har signifikant betydning for lagerendringen. Dette kan tyde på at vi har et signifikant brudd i sesongmønsteret omkring 1985.

Vi ser av tabell (8.3.1) at ingen av de rapporterte feilspesifikasjonstestene for autokorrelasjon, heteroskedastisitet og normalitet er signifikante.

La oss nå se på føyningen og prediksjonsegenskapene for modellen. Vi plottet på samme måte som foran faktiske lagerinvesteringer mot estimerte lagerinvesteringer. Dette gir en indikasjon på føyningen. Det nederste plottet viser modellens prediksjoner for lagerinvestering for de ti siste kvartalene sammenlignet med faktisk lagerinvestering. Som det fremgår av plottet er føyningen relativt god. Ser vi på

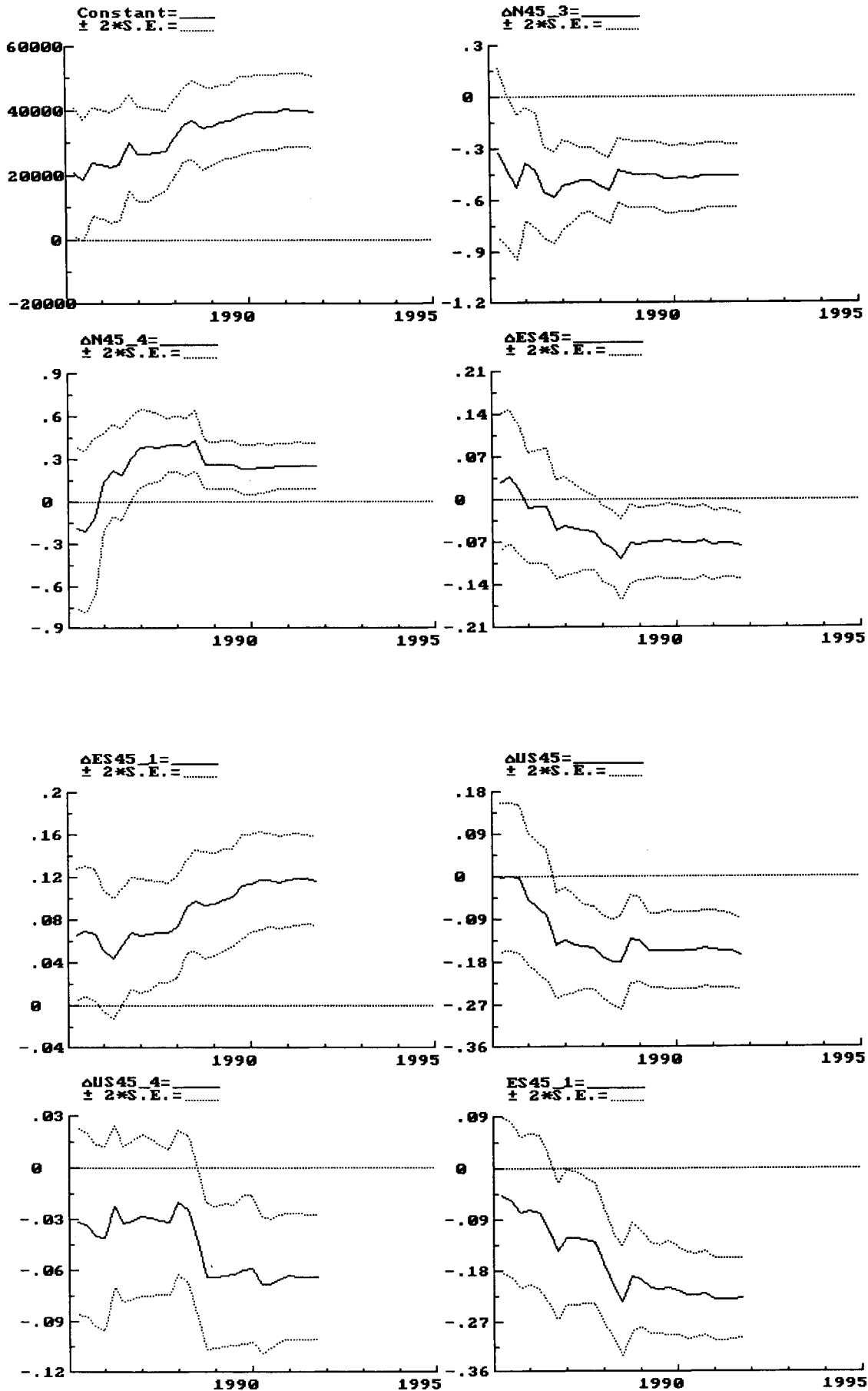
prediksjonene finner vi at modellen gir gode prediksjoner bortsett fra i 1989.3 hvor modellen underpredikerer.

Vi ser nå nærmere på parameterstabiliteten i lagerrelasjonen. På samme måte som foran ser vi først på de rekursive koeffisientestimaterne² og deretter på de tre rekursive Chow-testene. Som det fremgår av figur (8.3.2) og figur (8.3.3) har lagerrelasjonen for sektoren for produksjon av verkstedprodukter ustabile parametre. De rekursive estimatene viser at det er skift i de fleste koeffisientene. Dessuten er ett-trinns-Chow-testen signifikant omkring 1989.3 og 1988.2.

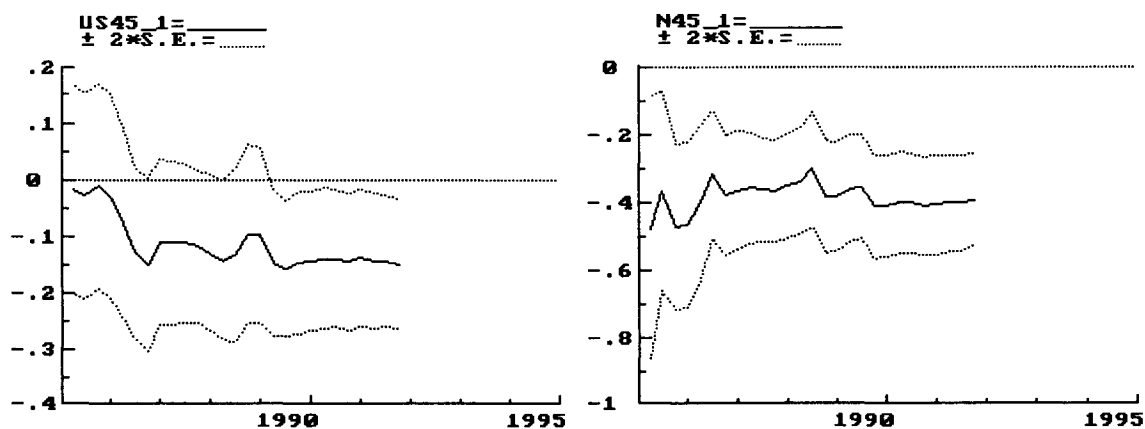
De to øvrige rekursive Chow-testene i figur (8.3.3) tyder på at vi har et signifikant skift i modellens parametre når perioden parameterstabiliteten testes over er på 3 til 4 år. Men ustabile rekursive estimater og signifikante rekursive Chow-tester kan også være et tegn på at den estimerte ligningen er feilspesifisert. Dersom relevante forklaringsvariable er utelatt vil dette i allminnelighet føre til at parametrene i den estimerte ligningen får utelatt-variabel skjevhet. Dersom denne skjevheten varierer tilstrekkelig mye over tid, vil en eller flere av de rekursive estimatene bli ustabile.

2 Ved beregning av rekursive estimater for relasjonen i denne sektoren vil vi på grunn av dummyene D1 og D2 få perfekt multikollinearitet når subsamplet ikke omfatter observasjonene etter 1985.1. I tråd med prosedyren i Baba, Hendry og Starr (1992) pålegges da restriksjonene om at koeffisientene til D1 og D2 er lik de respektive full-sampel estimatene i tabell (8.3.1). Det blir da mulig å fremstille rekursive estimater for de øvrige koeffisientene i lagerrelasjonen i denne sektoren.

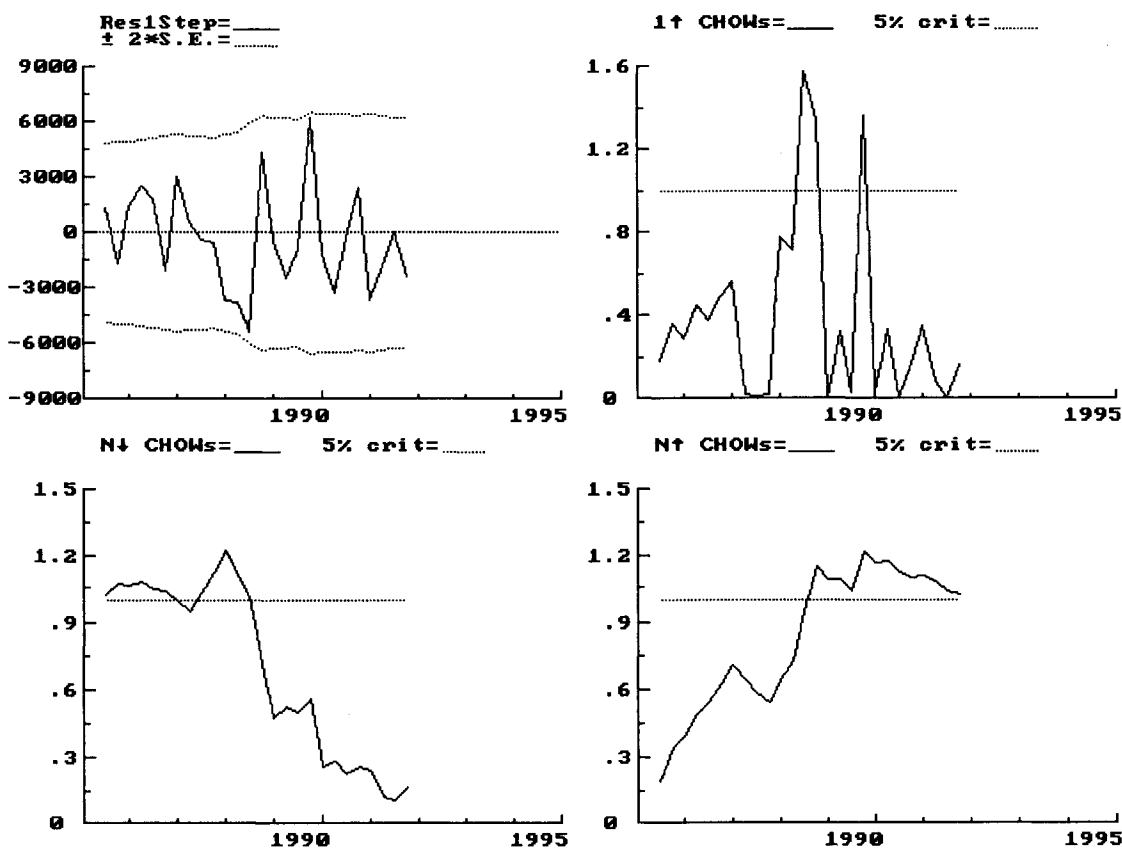
Figur 8.3.2 Rekursive koeffisientestimerer +/- 2standardavvik



Figur 8.3.2 (forts) Rekursive koeffisientestimer +/- 2standardavvik



Figur 8.3.3 Rekursive Chow-tester



Ustabiliteten i konstantleddet kan gis en bestemt tolkning. Måten vi har konstruert lagertallene på impliserer at konstantleddet vil bidra til å forklare diskrepansen mellom de konstruerte tall for ferdigvarelagerinvesteringen i fjerde kvartal og de nedskalerte lagerinvesteringstallene fra det kvartalsvise nasjonalregnskapet i samme kvartal, jevnfør diskusjonen omkring (7.1.4). Hvis denne diskrepansen er

positiv for alle kvartaler, vil dette bidra til å gjøre konstantleddet signifikant positivt. Vi har imidlertid ingen garanti for at diskrepansen vil være like stor og ha samme fortegn i alle perioder. Skiftet i konstantleddet som vi ser av figur (8.3.2) kan derfor skyldes at diskrepansen, representert ved restleddet i (7.1.4), har økt over tid.

8.4 Konklusjoner

Vi har i dette kapittelet modellert lagerinvesteringene i tre aggregerte industrisektorer.

Estimeringsresultatene tyder på at for sektoren for produksjon av konsumvarer m.v. og sektoren for produksjon av råvarer er det forventet salg som er den relevante forklaringsvariabelen for lagerbeholdningen på lang sikt. Med hensyn til langsiktssammenhengen finner vi i disse sektorene mest støtte i data for (S,s)-modellen. Også når det gjelder korttidseffektene er det i disse to sektorene (S,s)-modellen som får mest støtte.

For sektoren for produksjon av verkstedprodukter tyder estimeringsresultatene på at både forventet og uventet salg er av betydning for lagerbeholdningen på lang sikt. I denne sektoren er det vanskelig å avgjøre hvilken av de to teori-modellene som får mest støtte i data med hensyn til langsiktssammenhengen. De signifikante korttidseffektene i lagerrelasjonen trekker imidlertid i retning av (S,s)-modellen. I denne sektoren har vi også et signifikant brudd i sesongmønsteret omkring 1985.

Ustabiliteten i konstantleddet i sektoren for produksjon av verkstedprodukter kan som nevnt være en konsekvens av måten vi har konstruert lagertallene på. Men de øvrige rekursive estimeringene viser at det er flere parametre som er ustabile. De rekursive Chow-testene tyder også på at vi har et signifikant skift i en eller flere av modellens parametre.

Ser vi på de tre sektorene under ett er det produksjonsutjevning/buffermodellen som kommer dårligst ut. På bakgrunn av andre empiriske arbeider, senest i Rossana (1993), er dette ingen overraskende konklusjon.

I avsnitt 5.4 viste vi at dersom målefeilen i lagerbeholdningstallene er ikke-stasjonær, vil variablene som inngår i lagerrelasjonen ikke kointegrere. Estimeringsresultatene tyder imidlertid på at vi har funnet en kointegrerende sammenheng for hver av de tre sektorene. Dette kan tas som en indikasjon på at målefeilen i lagerbeholdningstallene er $I(0)$.

Appendiks: Feilspesifikasjonstester

Det gjøres her rede for ulike feilspesifikasjonstester som er benyttet ved den dynamiske modelleringen. I det følgende er det nødvendig å splitte det fulle sampelet på T observasjoner opp i to: T_1 betegner antall observasjoner i estimeringsperioden og T_2 betegner antall observasjoner i post-sampel perioden. Vi har at $T_1 + T_2 = T$. Videre er K antall parametre i regresjonsmodellen som testes. u_t er restleddet for observasjon t ($t=1, \dots, T$) i ligningen som testes.

A.1 ARCH-test for heteroskedastisitet

La oss først se på hva ARCH (Auto Regressive Conditional Heteroskedasticity) innebærer. Dette gjør vi ved å se på en enkel førsteordens ARCH-modell. Denne kan skrives:

$$(A.1) \quad y_t = \beta x_t + u_t$$

der x_t er en vektor av forklaringsvariable. Vi antar videre at:

$$u_t | \Omega_{t-1} \sim N(0, h_t)$$

der $\Omega_{t-1} = (u_{t-1}, \dots, u_0)$ og h_t er den betingede variansen gitt ved:

$$h_t = E(u_t^2 | \Omega_{t-1}) = \alpha_0 + \alpha_1 u_{t-1}^2$$

Ved å bruke regelen om dobbel forventning gjentatte ganger kan vi vise at den ubetingede forventningen av restleddet i (A.1) også blir lik 0. Det følger også av regelen om dobbel forventning at den ubetingede variansen blir konstant. Dessuten kan det vises at:

$$E(u_t u_{t-\tau}) = 0 \quad \forall \tau \geq 1$$

OLS på (A.1) vil da være optimalt i Gauss-Markov-forstand, jevnfør Harvey (1981). Men selv om u-ene er ukorrelerte vil u^2 -ene være korrelerte. En estimator som tar hensyn til avhengigheten i variansen kan konstrueres ved å benytte maximum likelihood-metoden. En maximum likelihood-estimator vil under visse generelle regularitetsbetingelser være asymptotisk effisient. OLS på (A.1) vil, som sagt, generere den estimator innenfor klassen av lineære forventningsrette estimatorene som har minst varians. Men dersom vi utvider klassen av estimatorene til også å omfatte maximum likelihood-estimatorene vil OLS ikke lenger være effisi-

ent, fordi maximum likelihood-estimatoren har mindre varians.

ARCH-testen som benyttes her er en Lagrangemultiplikator-test for autoregressiv betinget heteroskedastisitet inntil grad n i restleddet. Vi antar her at $T = T_1$.

Testen tar utgangspunkt i ligningen:

$$(A.2) \quad u_t^2 = a + \sum_{i=1}^n b_i u_{t-i}^2 + \varepsilon_t$$

der a og b-ene er parametre. Vi tester:

$$H_0: b_1 = \dots = b_n = 0 \text{ versus } H_1: b_i \neq 0 \text{ for en eller flere } i (i=1, 2, \dots, n).$$

Siden restleddene ikke er observerbare erstattes disse med residualene fra estimering av den opprinnelige ligningen (A.1). Deretter estimeres (A.2), med residualene innsatt for restleddene, ved bruk av OLS. Man kalkulerer så testobservatoren:

$$(A.3) \quad ARCH(n, T - K - 2n) = \frac{r^2 / n}{(1 - r^2) / (T - K - 2n)}$$

Her er r^2 den multiple korrelasjonskoeffisienten fra estimeringen av (A.2) med residualene innsatt. Denne testobservatoren er asymptotisk F-fordelt med (n, T-K-2n) frihetsgrader.

A.2 Lagrangemultiplikator-test for autokorrelasjon

Dette er en test for autokorrelasjon inntil orden n i restleddet. Vi antar også her at $T = T_1$. Man tar utgangspunkt i ligningen:

$$(A.4) \quad u_t = \sum_{i=1}^n a_i u_{t-i} + X_t \beta + \varepsilon_t$$

der X_t er vektoren med høyresidevariable i modellen som testes og β er en tilhørende parametervektor. Vi tester:

$H_0: a_1 = \dots = a_n = 0$ versus $H_1: a_i \neq 0$
for en eller flere i ($i=1, \dots, n$)

Vi erstatter de uobserverbare restleddene i (A.4) med de estimerte restleddene fra den opprinnelige ligningen, og estimerer deretter (A.4) med OLS. Deretter beregnes:

$$(A.5) \quad LM(n, T - K - n) = \frac{(RSS1 - RSS2) / n}{RSS2 / (T - K - n)}$$

Her er $RSS1$ summen av kvadrerte residualer i regresjonsmodellen som testes. $RSS2$ er summen av kvadrerte residualer fra estimering av (A.4) med restleddene erstattet med residualene. Denne testobservatoren er asymptotisk F-fordelt med $(n, T - K - n)$ frihetsgrader under nullhypotesen.

A.3 Chow-test for parameterstabilitet

Denne testen har som nullhypotese at alle parametrene i modellen, restleddsvariansen inkludert, er identiske i estimerings- og post-sampel-perioden. Alternativhypotesen er at en eller flere av disse parametrene har fått et strukturelt skift. Testobservatoren er gitt ved:

$$(A.6) \quad CHOW(T_2, T_1 - K) = \frac{(RSS2 - RSS1) / (T_1 - K)}{RSS1 / T_2}$$

Her er $RSS2$ summen av kvadrerte residualer når modellen estimeres over alle de T observasjonene. $RSS1$ er summen av kvadrerte residualer når modellen estimeres over estimeringsperioden, dvs. de T_1 første observasjonene.

Når nullhypotesen er korrekt er denne testobservatoren F-fordelt med $(T_2, T_1 - K)$ frihetsgrader. I dynamiske modeller gjelder denne egenskapen bare asymptotisk.

Det må understrekes at forkastning av nullhypotesen ved bruk av denne testen ikke nødvendigvis betyr at alternativhypotesen er sann. En signifikant Chow-test kan også skyldes at modellen er feilspesifisert, f.eks. i form av utelatte variable. Dette er illustrert bl.a. i Hendry (1979). Det kan også være et problem ved bruk av denne testen at man ikke vet om en signifikant verdi ikke skyldes ustabilitet i restleddvariansen eller parametrene i regresjonsligningen. En annen svakhet ved denne testen er at valg av estimerings- og post-sampel-periode kan være vilkårlig. Dette kan imidlertid løses ved bruk av rekursive Chow-tester. Disse testene kan beregnes ved å kalkulere verdien av testobservatoren når estimeringsperioden utvides med en og en observasjon. Det finnes flere alternative rekursive Chow-tester, og disse er nærmere forklart i avsnitt 8.1.

A.4 White-test for heteroskedastisitet

White-testen har som nullhypotese at restleddet er ubetinget homoskedastisk. Alternativhypotesen er at variansen til restleddet avhenger av forklaringsvariablene x_{jt} ($j=1, \dots, K$) og/eller de kvadrerte verdiene, x_{jt}^2 . White-testen består i å ta regresjonen av \hat{u}_t^2 , der \hat{u}_t er residualen i periode t i den opprinnelige ligningen, med hensyn på hver av de opprinnelige regressorene og de kvadrerte verdiene. Deretter testes om koeffisientene i disse regresjonene er signifikant forskjellig fra null.

Referanser

- Baba, Y., Hendry, D.F. og Starr, R.M. (1992): The Demand for M1 in the U.S.A., 1960-1988. *Review of Economic Studies*, 59, 25-61.
- Banerjee, A., Dolado, J., Hendry, D.F. og Smith, G. (1986): Exploring Equilibrium Relationships in Econometrics Through Static Models; Some Monte Carlo Evidence. *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, 48, 253-277.
- Biørn, E. (1985): *Produksjonstilpasning og lageradferd i industri - En analyse av kvartalsdata*. Rapport nr. 85/25. Statistisk sentralbyrå.
- Blinder, Alan S. (1981): Retail Inventory Behaviour and Business Fluctuations. *Brookings Papers on Economic Activity*, 2, 443-505.
- Blinder, Alan S. og Maccini, Louis J. (1991): The resurgence of inventory research: What have we learned?. *Journal of Economic Surveys*, Vol. 5, No. 4.
- Bårdsen, G. (1989): Estimation of Long-Run Coefficients in Error-Correction Models. *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, 51, 345-350.
- Chow, G.C. (1960): Tests of Equality Between Sets of Coefficients in Two Linear Regressions. *Econometrica*, 28, 591-605.
- Davidson, J.E.H., Hendry, D.F., Srba, F., og Yeo, S. (1978): Econometric Modelling of the Aggregate Time-Series Relationship between Consumers' Expenditure and Income in the United Kingdom. *The Economic Journal*, 88, 661-692.
- Doornik, J.A. og Hendry, D.F. (1992): *PC-GIVE. An Interactive Econometric Modelling System*. University of Oxford: Institute of Economics and Statistics. Nuffield College.
- Engle, R.F. (1982): Autoregressive Conditional Heteroskedasticity with Estimates of United Kingdom Inflation. *Econometrica*, 50, 987-1008.
- Engle, R.F. og Granger, C.W.J. (1987): Co-Integration and Error-Correction. Representation, Estimation and Testing. *Econometrica*, 55, 251-276.
- Feldstein, M. og Auerbach, A. (1976): Inventory Behaviour in Durable-Goods Manufacturing: The Target-Adjustment Model. *Brookings Papers on Economic Activity*, 2, 351-396.
- Gilbert, C.L. (1986): Professor Hendry's Econometric Methodology. *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, 48, 283-306.
- Granger, C.W.J. (1983): Co-Integrated Variables and Error-Correcting Models. Discussion Paper 83-13, University of California, San Diego.
- Harvey, A.C. (1981): *The Econometric Analysis of Time Series*. London: Phillip Allan
- Hendry, D.F. (1979): "Predictive Failure and Econometric Modelling in Macroeconomics: The Transactions Demand for Money". I P. Ormerod (red.) *Economic Modelling*. London: Heineman Education Books.
- Hendry, D.F. og Richard, J.F. (1983): The Econometric Analysis of Economic Time Series. *International Statistical Review*, 51, 111-163.
- Hendry, D.F. og Ericsson, N. (1991): Modelling Demand for Narrow Money in the United Kingdom and the United States. *European Economic Review*, 35, 833-866.
- Jarque, C.M. og Bera, A.K. (1980): Efficient Tests for Normality, Homoskedasticity and Serial Independence of Regression Residuals. *Economic Letters*, 6, 255-259.
- Kiviet, J.F. (1986): On the Rigour of Some Misspecification Tests for Modelling Dynamic Relationships. *Review of Economic Studies*, LIII, 241-261.
- Koskenkyla, H. og Puumanen, K. (1990): *The BOF-4 Quarterly Model of the Finnish Economy*. Bank of Finland, D:73, 1990.
- Lovell, Michael J. (1961): Manufacturers' Inventories, Sales Expectations, and the Acceleration Principle. *Econometrica*, 29, 3, 293-314.

Moene, K.O. og Nymoene, R. (1991): "The Dependency of Labour Demand on Unemployment: Norwegian Industry 1966(1)-1989(4)". Arbeidsnotat 91/3. Oslo: Norges Bank.

Rossana, R.J. (1993): The Long-Run Implications of the Production Smoothing Model of Inventories; An Empirical Test. *Journal of Applied Econometrics*, 8, 295-306.

Sargan, J.D. (1964): "Wages and Prices in the United Kingdom: A Study in Econometric Methodology". I P.E. Hart, G. Mills og J.K. Whitaker (red.): *Econometric Analysis for National Economic Planning*. London: Butterworths.

Stewart, M.B. og Wallis K.F. (1981): *Introductory Econometrics*. 2. utgave. Oxford: Basil Blackwell.

Stock, J.H. (1987): Asymptotic Properties of Least Squares Estimators of Co-Integrating Vectors. *Econometrica*, 55, 1035-1056.

Utkommet i serien Rapporter fra Statistisk sentralbyrå etter 1. juli 1993 (RAPP)

Issued in the series Reports from Statistics Norway since 1 July 1993 (REP)

ISSN 0332-8422

- | | | | |
|----------|--|----------|--|
| Nr. 93/7 | Dennis Fredriksen og Gina Spurkland: Framskrivning av alders- og uføretrygd ved hjelp av mikrosimuleringsmodellen MOSART. 1993-58s. 90 kr ISBN 82-537-3945-1 | Nr. 94/1 | Torstein Bye, Ådne Cappelen, Torbjørn Eika, Eystein Gjelsvik og Øystein Olsen: Noen konsekvenser av petroleumsvirksomheten for norsk økonomi. 1994-54s. 95 kr ISBN 82-537-3956-7 |
| - 93/20 | Dag Kolsrud: Stochastic Simulation of KVARTS91. 1993-70s. 95 kr ISBN 82-537-3952-4 | - 94/2 | Wenche Drzwi, Lisbeth Lerskau, Øystein Olsen og Nils Martin Stølen: Tilbud og etterspørsel etter ulike typer arbeidskraft. 1994-56s. 95 kr ISBN 82-537-3950-8 |
| - 93/23 | Torbjørn Eika: Norsk økonomi 1988-1991: - Hvorfor steg arbeidsledigheten så mye? 1993-38s. 75 kr ISBN 82-537-3912-5 | - 94/3 | Hilde-Marie Branæs Zakariassen: Tilbud av arbeidskraft i Norge En empirisk analyse på kvartalsdata for perioden 1972 til 1990. 1994-100s. 110 kr ISBN 82-537-3958-3 |
| - 93/24 | Kristin Rypdal: Anthropogenic Emissions of the Greenhouse Gases CO ₂ , CH ₄ and N ₂ O in Norway
A Documentation of Methods of Estimation, Activity Data and Emission Factors. 1993-65s. 90 kr ISBN 82-537-3917-6 | - 94/4 | Resultatkontroll jordbruk 1993 Tiltak mot avrenning av næringsalter og jorderosjon. 1994-96s. 95 kr ISBN 82-537-3966-4 |
| - 93/25 | Skatter og overføringer til private Historisk oversikt over satser mv. Årene 1975-1993. 1993-75s. 90 kr ISBN 82-537-3922-2 | - 94/5 | Haakon Vennemo: A Growth Model of Norway with a Two-way Link to the Environment. 1994-57s. 95 kr ISBN 82-537-3985-0 |
| - 93/26 | Thor Olav Thoresen: Fordelingsvirkninger av overføringene til barnefamilier Beregninger ved skattemodellen LOTTE. 1993-42s. 75 kr ISBN 82-537-3923-0 | - 94/6 | Odd Frank Vaage: Feriereiser 1992/93. 1994-49s. 80 kr ISBN 82-537-3983-3 |
| - 93/27 | Odd Frank Vaage: Holdninger til norsk utviklingshjelp 1993. 1993-41s. 75 kr ISBN 82-537-3931-1 | - 94/7 | Magnar Lillegård: Prisindekser for boligmarkedet. 1994-31s. 80 kr ISBN 82-537-3992-3 |
| - 93/28 | Kjetil Sørli: Bofasthet, flytting og utdanningsnivå i kommunene Åtte årskull fulgt gjennom aldersfasen 15-35 år Del 1: Østlandet. 1993-174s. 115 kr ISBN 82-537-3935-4 | - 94/8 | Grete Dahl, Else Flittig og Jorunn Lajord: Inntekt, levekår og sysselsetting for pensjonister og stønadsmottakere i folketrygden. 1994-57s. 95 kr ISBN 82-537-3998-2 |
| - 93/29 | Kjetil Sørli: Bofasthet, flytting og utdanningsnivå i kommunene Åtte årskull fulgt gjennom aldersfasen 15-35 år Del 2: Sørlandet og Vestlandet. 1993-179s. 115 kr ISBN 82-537-3936-2 | - 94/9 | Leif Brubakk: Estimering av en makrokonsumfunksjon for ikke-varige goder 1968-1991. 1994-42s. 80 kr ISBN 82-537-4003-4 |
| - 93/30 | Kjetil Sørli: Bofasthet, flytting og utdanningsnivå i kommunene Åtte årskull fulgt gjennom aldersfasen 15-35 år Del 3: Trøndelag og Nord-Norge. 1993-165s. 115 kr ISBN 82-537-3937-0 | - 94/10 | Marie Arneberg og Thor Olav Thoresen: Syke- og fødselspenger i mikrosimuleringsmodellen LOTTE. Under utgivelse |
| - 93/31 | Erling Holmøy, Torbjørn Hægeland, Øystein Olsen og Birger Strøm: Effektive satser for næringsstøtte. 1993-178s. 115 kr ISBN 82-537-3947-8 | - 94/11 | Klaus Mohn: Monetarism and Structural Adjustment - The Case of Mozambique. 1994-48s. 80 kr ISBN 82-537-4005-0 |
| | | 94/12 | Tom Langer Andersen, Ole Tom Djupskås og Tor Arnt Johnsen: Kraftkontrakter til alminnelig forsyning i 1993. 1994-53s. 80 kr ISBN 82-537-4007-7 |

- | | | | |
|-----------|---|-----------|---|
| Nr. 94/14 | Asbjørn Aaheim: Inntekter fra utvinning av norske naturressurser Noen teoretiske betraktninger. Under utgivelse | Nr. 94/17 | Lasse Sigbjørn Stambøl: Flytting, utdanning og arbeidsmarked 1986-1990 En interaktiv analyse av sammenhengen mellom endringer i flyttetilbøyelighet og arbeidsmarked. Under utgivelse |
| - 94/15 | Trine Dale og Arne Faye: Utenlandske statsborgere og Kommunestyre- og Fylkestingsvalget 1991. Under utgivelse | 94/18 | Anne Brendemoen, Mona I. Hansen og Bodil M. Larsen: Framskrivning av utslipp til luft i Norge En modell- dokumentasjon. Under utgivelse |
| - 94/16 | Tom-André Johansson: En økonometrisk analyse av lagertilpasningen i norske industrisektorer. Under utgivelse | | |



Returadresse:
Statistisk sentralbyrå
Postboks 8131 Dep.
N-0033 Oslo



Publikasjonen kan bestilles fra:

Statistisk sentralbyrå
Salg- og abonnementservice
Postboks 8131 Dep.
N-0033 Oslo

Telefon: 22 86 49 64
22 86 48 87
Telefaks: 22 86 49 76

eller:
Akademika - avdeling for
offentlige publikasjoner
Møllergt. 17
Postboks 8134 Dep.
N-0033 Oslo

Telefon: 22 11 67 70
Telefaks: 22 42 05 51

ISBN 82-537-4027-1
ISSN 0332-8422

Pris kr 80,00



Statistisk sentralbyrå
Statistics Norway



9 788253 740270