Statistisk sentralbyrå
Statistics Norway

En tilnærmet sammenheng mellom rullerende tremånedersvekst og månedsvekst i Månedlig nasjonalregnskap

TALL SOM FORTELLER

Magnus Kvåle Helliesen

NOTATER / DOCUMENTS

2019 / 23

I serien Notater publiseres dokumentasjon, metodebeskrivelser, modellbeskrivelser og standarder.

Publisert 17. juni 2019

ISBN 978-82-537-9941-4 (elektronisk)
ISSN 2535-7271 (elektronisk)

Standardtegn i tabeller	**Symbol**
Tall kan ikke forekomme	.
Oppgave mangler	..
Oppgave mangler foreløpig	…
Tall kan ikke offentliggjøres	:
Null	-
Mindre enn 0,5 av den brukte enheten	0
Mindre enn 0,05 av den brukte enheten	0,0
Foreløpig tall	*
Brudd i den loddrette serien	—
Brudd i den vannrette serien	|
Desimaltegn	,

Forord

I september 2018 begynte Statistisk sentralbyrå å publisere Månedlig nasjonalregnskap. Dette notatet utleder og demonstrerer bruken av en formel som kan benyttes til å analysere tallene i månedsregnskapet.

Statistisk sentralbyrå, 6. juni 2019

Lise D. Mc Mahon

Sammendrag

I september 2018 begynte Statistisk sentralbyrå å publisere Månedlig nasjonalregnskap. I den forbindelse publiseres månedsvekst og såkalt rullerende tremånedersvekst for makroøkonomiske hovedstørrelser. Dette notatet viser en tilnærmet sammenheng mellom månedsveksten og den rullerende tremånedersveksten. Formelen kan bidra til å belyse hvordan månedsveksten og den rullerende tremånedersveksten henger sammen.

Innhold

1. Innledning

I Månedlige nasjonalregnskap publiserer Statistisk sentralbyrå rullerende tremånedersvekstrater sammen med månedlige vekst – begge deler sesongjustert. Sammenhengen mellom den rullerende tremånedersveksten og månedsveksten er ikke alltid åpenbar. I dette notatet viser jeg at den rullerende tremånedersveksten kan *approksimeres* som tre ganger et vektet snitt av den underliggende månedsveksten som følger:[1]

$$g_t^{(3)} \simeq 3\left(\frac{1}{9}g_t + \frac{2}{9}g_{t-1} + \frac{3}{9}g_{t-2} + \frac{2}{9}g_{t-3} + \frac{1}{9}g_{t-4}\right).$$

Her er $g_t^{(3)} \equiv X_t^{(3)}/X_{t-3}^{(3)} - 1$ (den rullerende tremånedersveksten i måned t), $g_t \equiv X_t/X_{t-1} - 1$ (månedsveksten i måned t), og $X_t^{(3)} \equiv X_t + X_{t-1} + X_{t-2}$ (den rullerende tremånederssummen i måned t). Tilnærmingen er god for små månedsvekstrater (for eksempel inntil pluss/minus et par prosent). Dersom månedsveksten blir svært høy (eller lav) bryter approksimasjonen sammen. Vi skal se at approksimasjonen er svært god for BNP Fastlands-Norge. I vedlegg A viser jeg at tilnærmingen også er svært god for flere andre makroøkonomiske hovedstørrelser. For bruttoinvesteringer, eksport og import er månedsveksten såpass volatil at tilnærmingene blir mindre god. Formelen kan for eksempel anvendes til å si noe om hvordan de underliggende månedsvekstratene «bidrar» til den rullerende tremånedersveksten.

I neste avsnitt viser jeg to stiliserte eksempler på bruk av formelen. Deretter anvender jeg formelen på BNP Fastlands-Norge. I siste avsnittet viser jeg utregningene som ligger til grunn for formelen.

2. Stiliserte eksempler

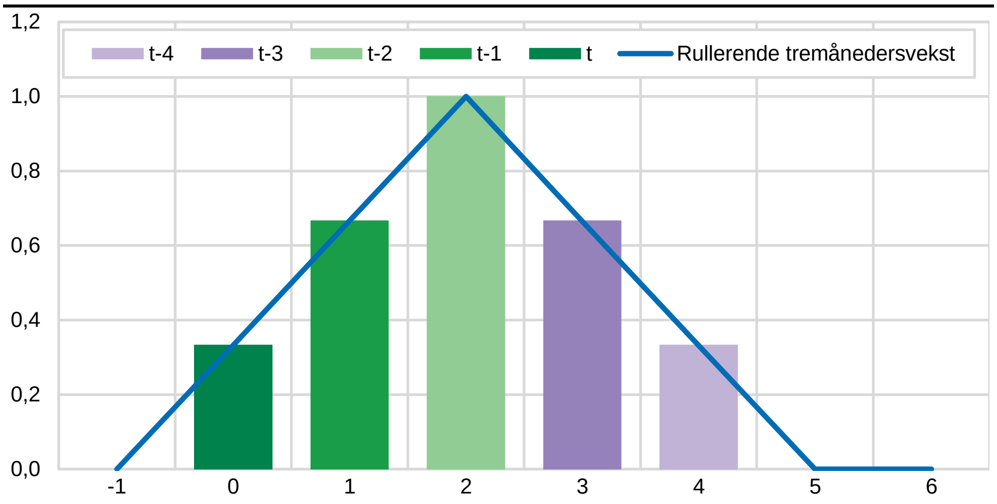
Formelen i likningen over kan være litt vanskelig å lese/fortolke, men den sier *for eksempel* at tremånedersveksten i mars 2019 *omtrent* er lik tre ganger et vektet snitt av månedsveksten i mars 2019, februar 2019, januar 2019, desember 2018 og november 2018, der vektene er henholdsvis 1/9, 2/9, 3/9, 2/9 og 1/9. Denne vektingen er ikke direkte intuitiv, så for å gi litt intuisjon er det hensiktsmessig å anvende formelen på to stiliserte og svært forenklede eksempler.

2.1. Eksempel A

La oss anta at nivået på tidsserien vi er interessert i er helt konstant fra én måned til den neste, foruten at den vokser med ett prosent fra måned -1 til måned 0. Hva skjer med den rullerende tremånedersveksten, og hva sier formelen om hvordan dette (omtrentlig) henger sammen med månedsveksten? Svaret på dette fremkommer i plottet under.

[1] I hele notatet skal toppskrift (3) tolkes som å distingvere rullerende tremånedersstørrelser fra månedsstørrelser.

Figur 2.1 Rullerende tremånedersvekst i prosent og bidrag fra månedsvekst i inneværende måned (t) og inntil fire måneder før (t-4) i prosentpoeng



Kilde: Statistisk sentralbyrå.

Før måned 0 er den rullerende tremånedersveksten null, siden tidsserien er konstant. I måned 0 er tremånedersveksten positiv. Dette kommer av at summen av tidsserien i måned 0, -1 og -2 (altså tremånederssummen i måned 0) er større enn summen i måned -3, -4 og -5 (altså tremånederssummen i måned -3). Forskjellen stammer *kun* fra måned 0, siden tidsserien jo er konstant i alle måneder før måned 0.

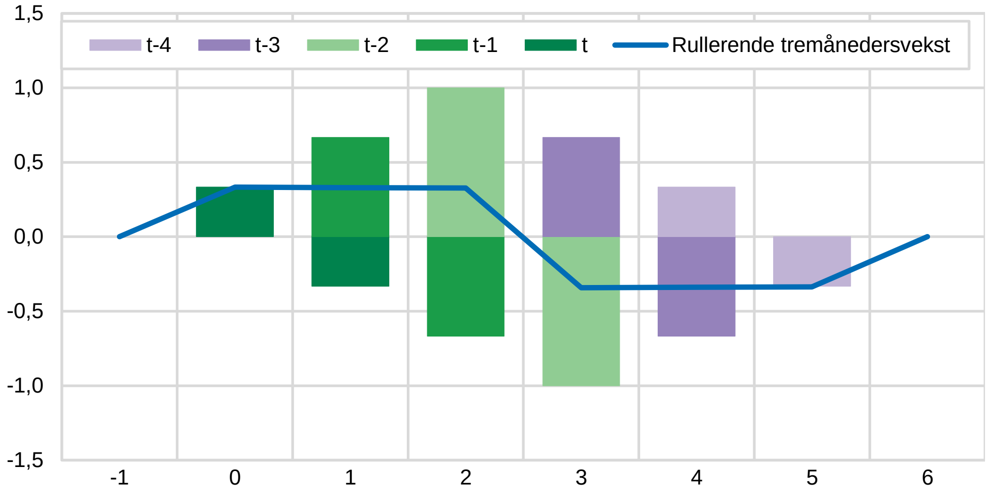
I måned 1 er tremånedersveksten positiv og større enn i måned 0. I måned 2 er tremånedersveksten enda større, og på sitt maksimale som er ett prosent. Dette kommer av at i måned 2 så er tidsserien i alle månedene i tremånederssummen (måned 2, 1 og 0) ett prosent større enn i tremånederssummen tre måneder før (måned -1, -2 og -3).

I måned 3 og 4 avtar tremånedersveksten. Dette kommer av at i disse periodene så havner måned 0 og månedene etter gradvis i nevneren i den rullerende tremånedersveksten. Fra og med måned 5 inngår ingen perioder før måned 0 i nevneren, slik at den rullerende tremånedersveksten går tilbake til og forblir null.

2.2. Eksempel B

La oss utvide eksempelet over ved at tidsserien i måned 1 returnerer til omtrent samme nivå som før måned 0 og forblir uendret etter dette. Mer konkret så tenker vi oss at vi har en månedsvekst på ett prosent i måned 0 etterfulgt av en månedsvekst på minus ett prosent i måned 1. Hva skjer nå med den rullerende tremånedersveksten, og hva sier formelen om hvordan dette (omtrentlig) henger sammen med månedsveksten? Svaret på dette fremkommer i plottet under.

Figur 2.2 **Rullerende tremånedersvekst i prosent og bidrag fra månedsvekst i inneværende måned (t) og inntil fire måneder før (t-4) i prosentpoeng**



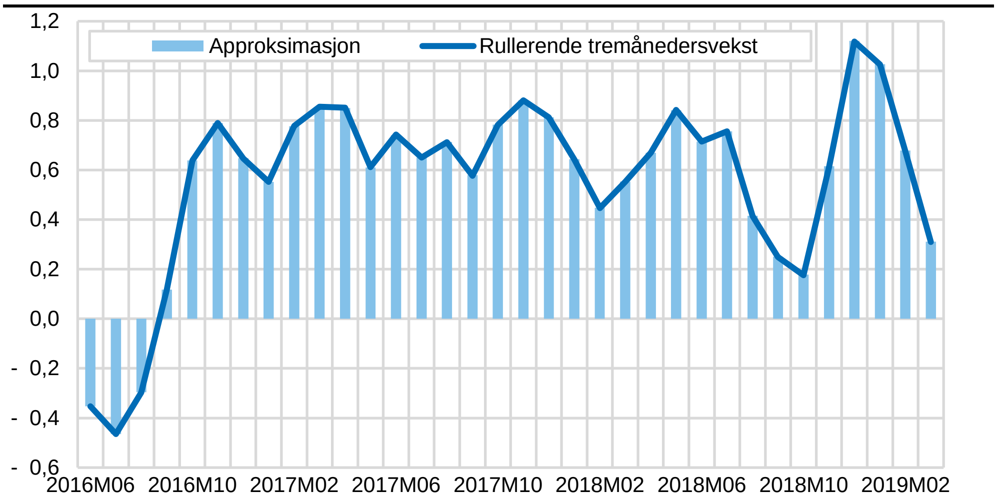
Kilde: Statistisk sentralbyrå.

Formelen foreslår at vi kan tenke på dette som helt likt som i forrige eksempel, foruten at vi i tillegg har en identisk effekt med motsatt fortegn som inntreffer én måned senere. De positive effektene av månedsveksten i måned 0 er identiske som i det forrige eksempelet. De negative effektene fra nedgangen i måned 1 er et speilbilde av de positive effektene, foruten at de altså inntreffer en måned senere. Nettoeffekten (summen) er at den rullerende tremånedersveksten er positiv i måned 0, 1 og 2, og negativ i måned 3, 4 og 5.

3. Anvendelse på BNP Fastlands-Norge

Formelen er som sagt en approksimasjon, og denne blir dårligere jo lengre månedsveksten er fra null. For de fleste makroaggregater er dog månedsvekstratene som regel små nok til at approksimasjonen er god. Grafen under sammenstiller den rullerende tremånedersveksten i BNP Fastlands-Norge med den tilhørende approksimasjonen.

Figur 3.1 **BNP Fastlands-Norge. Markedsverdi. Rullerende tremånedersvekst og approksimert rullerende tremåneders vekst i prosent**

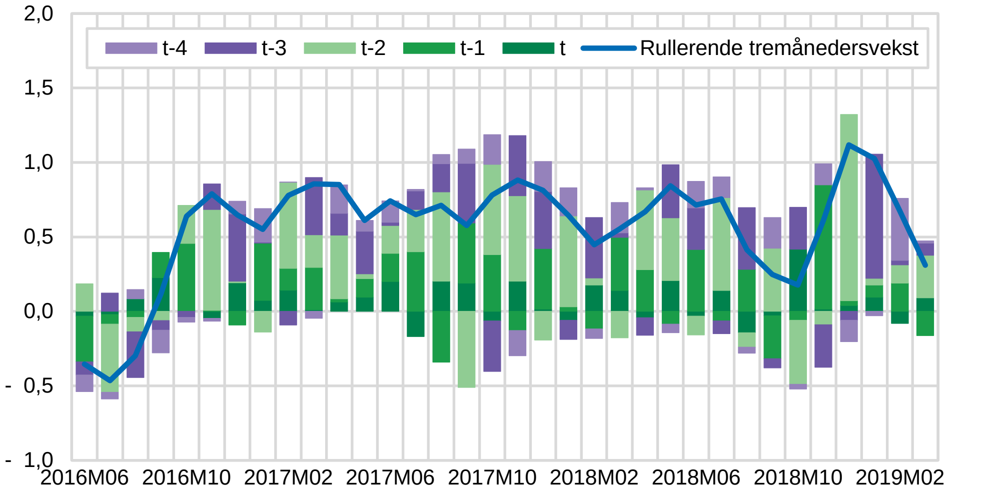


Kilde: Statistisk sentralbyrå.

Her har jeg beregnet veksten utfra nivåtallene, siden de publiserte vekstratene er rundet av til ett desimal som ville gitt avrundingsavvik. Vi ser at for alle praktiske formål så kan approksimasjonen anses å være eksakt for BNP Fastlands-Norge i det aktuelle tidsvinduet. I vedlegg A viser jeg at det største avviket i approksimasjonen fra den eksakte rullerende tremånedersveksten er null til to desimaler.

Formelen har flere mulige anvendelser. Én anvendelse er – som i de stiliserte eksemplene over – å benytte den til å si noe om hvordan de ulike månedsvekstratene «bidrar» til den rullerende tremånedersveksten. Grafen under gjør dette ved å sammenstille bidragene (approksimert altså) fra de enkelte månedene med den rullerende tremånedersveksten for BNP Fastlands-Norge.

Figur 3.2 **BNP Fastlands-Norge. Markedsverdi. Rullerende tremånedersvekst i prosent og bidrag fra månedsvekst i inneværende måned (t) og inntil fire måneder før (t-4) i prosentpoeng**



Kilde: Statistisk sentralbyrå.

I grafen ser vi for eksempel at for tremånedersveksten i desember 2018 – som også sammenfaller med kvartalsveksten i fjerde kvartal 2018 – så kommer veksten nesten utelukkende av sterk månedsvekst to måneder før, altså i oktober. I oktober har vi effekter som trekker tremånedersveksten i ulik retning: Den sterke månedsveksten i oktober trekker opp, men svake månedstall i august trekker ned omtrent like mye. Bidraget fra den sterke månedsveksten i oktober til den rullerende tremånedersveksten er større i desember enn i oktober. Dette er noe av det ved formelen som er kontraintuitivt, men som er forsøkt forklart ved de stiliserte eksemplene over.

En alternativ anvendelse av formelen kan være å gi en pekepinn på hvordan store begivenheter – som streik, produksjonsstans og liknende – påvirker den rullerende tremånedersveksten over tid. La oss si at det er streik i et næringsområde i en måned, og at denne næringen bidrar til å trekke ned den samlete månedsveksten i BNP Fastlands-Norge med 0,5 prosentpoeng etterfulgt av et positivt bidrag på 0,5 prosentpoeng måneden etter.[2] Hvis vi tenker oss at disse bidragene har med streiken å gjøre, da foreslår formelen at streiken «bidrar» til å trekke ned den rullerende tremånedersveksten med 3*(1/9*0,5)≈0,16 prosentpoeng i samme måned som streiken inntreffer, 3*(2/9*0,5-1/9*0,5)≈0,16 prosentpoeng måneden etter også videre. Dette eksempelet er analogt med eksempel B over.

En annen mulig anvendelse kan være å raskt komme opp med et anslag på en kvartalsprognose. Dersom man har én eller to måneder av et kvartal, så kan man gjøre en prognose for den eller de manglende månedene og raskt få et anslag på

[2] En kan for eksempel tenke seg en næring som utgjør om lag 5 prosent av BNP Fastlands-Norge, og at streiken fører til en månedsvekst (i næringen) på minus ti prosent, da er månedsbidraget omtrent -0,5 prosentpoeng i samme måned, og om lag 0,5 prosentpoeng måneden etter.

kvartalsveksten. For eksempel, dersom vi har månedsvekstrater for februar til april på henholdsvis 0,4 prosent, -0,1 prosent og 0,2 prosent, og vi *gjetter* at månedsveksten i mai og juni begge blir 0,2 prosent, så er et raskt anslag på veksten i andre kvartal 3*(1/9*0,4-2/9*0,1+3/9*0,2+2/9*0,2+1/9*0,2)≈0,5 prosent.

4. Utregninger

Under viser jeg hvordan approksimasjonen i formelen kommer til. Utregningene kan virke noe tekniske, men krever kun kjennskap til eksponenter og logaritmer.[3]

Den rullerende tremånederssummen $X^{(3)}$ av en serie X er – som over – definert som $X_t^{(3)} \equiv X_t + X_{t-1} + X_{t-2}$. Denne størrelsen kan approksimeres som

$$X_t + X_{t-1} + X_{t-2} \simeq 3(X_t \cdot X_{t-1} \cdot X_{t-2})^{\frac{1}{3}},$$

altså som tre ganger det geometriske snittet av observasjonene som inngår i summen. Approksimasjonen legger til grunn at det aritmetiske og geometriske snittet er omtrent likt. Denne approksimasjonen er god dersom månedsveksten er nær null og dårlig dersom veksten er høy (eller lav).[4]

Med denne approksimasjonen for hånden har vi at den rullerende tremåneders-veksten kan tilnærmes som

$$g_t^{(3)} \equiv \frac{X_t^{(3)}}{X_{t-3}^{(3)}} - 1 = \frac{X_t + X_{t-1} + X_{t-2}}{X_{t-3} + X_{t-4} + X_{t-5}} - 1 \simeq \frac{(X_t \cdot X_{t-1} \cdot X_{t-2})^{\frac{1}{3}}}{(X_{t-3} \cdot X_{t-4} \cdot X_{t-5})^{\frac{1}{3}}} - 1.$$

Vi skal benytte oss av nok en approksimasjon, $\ln(1+\epsilon) \simeq \epsilon$, som lar oss skrive om høyresiden av forrige likning som[5]

$$\begin{aligned}\frac{(X_t \cdot X_{t-1} \cdot X_{t-2})^{\frac{1}{3}}}{(X_{t-3} \cdot X_{t-4} \cdot X_{t-5})^{\frac{1}{3}}} - 1 &\simeq \ln\left[\frac{(X_t \cdot X_{t-1} \cdot X_{t-2})^{\frac{1}{3}}}{(X_{t-3} \cdot X_{t-4} \cdot X_{t-5})^{\frac{1}{3}}}\right] \\ &= \frac{1}{3}[(x_t + x_{t-1} + x_{t-2}) - (x_{t-3} + x_{t-4} + x_{t-5})],\end{aligned}$$

der $x \equiv \ln X$. I likhet med den første approksimasjonen er denne god dersom veksten er nær null og eksakt dersom veksten er lik null. Dersom veksten blir svært ulik null blir approksimasjonen dårlig.

Working (1960) utledet en sammenheng mellom en endring fra ett år til det neste og de underliggende månedlige endringene.[6] Vi kan bruke denne idéen til å skrive

[3] Det viser seg at samme formel som den jeg utleder her dukker opp dersom en foretar en såkalt førsteordens Taylor-approksimasjon av $g_t^{(3)}$ omkring $g_t, \ldots, g_{t-4} = 0$. Denne fremgangsmåten krever dog at en skriver ned lange og uoversiktlige uttrykk, og den er derfor ikke gjengitt her.

[4] Dersom veksten er null er approksimasjonen eksakt. Dette kan skrives som $X_t = X_{t-1} = X_{t-2} = X$. Sum tre måneder er $X + X + X = 3X$. Approksimasjonen er $3(X^3)^{\frac{1}{3}} = 3X$. Summen er altså identisk approksimasjonen.

[5] Her har vi satt $\epsilon = \frac{(X_t \cdot X_{t-1} \cdot X_{t-2})^{\frac{1}{3}}}{(X_{t-3} \cdot X_{t-4} \cdot X_{t-5})^{\frac{1}{3}}} - 1$.

[6] Se Working (1960) Likning (3). Notasjonen i Working (1960) og dette notatet henger sammen som følger $\Delta_{i(3)}^* = g_t^{(3)}$ og $\delta_{i+k} = \Delta x_{t+k-2}$.

$$\begin{aligned}\frac{1}{3}&[(x_t + x_{t-1} + x_{t-2}) - (x_{t-3} + x_{t-4} + x_{t-5})] \\ &= \frac{1}{3}(\Delta x_t + 2\Delta x_{t-1} + 3\Delta x_{t-2} + 2\Delta x_{t-3} + \Delta x_{t-4}),\end{aligned}$$

der Δ er førstedifferanseoperatoren ($\Delta x_t = x_t - x_{t-1}$). Denne likningen er langt fra åpenbar, men dersom man skriver ut førstedifferansene og rydder opp, så vil en se at den holder.

Vi anvender nå approksimasjonen $\ln(1+\epsilon) \simeq \epsilon$ på hvert enkelt av leddene i parentesen på høyre side. For det første leddet har vi at[7]

$$\Delta x_t = \ln X_t - \ln X_{t-1} = \ln\left(\frac{X_t}{X_{t-1}}\right) \simeq \frac{X_t}{X_{t-1}} - 1 = g_t.$$

Vi gjør tilsvarende approksimasjon for de øvrige leddene, hvilket gir oss $2\Delta x_{t-1} \simeq 2g_{t-1}$, $3\Delta x_{t-2} \simeq 3g_{t-2}$, $2\Delta x_{t-3} \simeq 2g_{t-3}$ og $\Delta x_{t-4} \simeq g_{t-4}$. Setter vi alt sammen har vi dermed approksimasjonen som gitt ved formelen i første likning:

$$\begin{aligned}g_t^{(3)} &\simeq \frac{1}{3}(g_t + 2g_{t-1} + 3g_{t-2} + 2g_{t-3} + g_{t-4}) \\ &= 3\left(\frac{1}{9}g_t + \frac{2}{9}g_{t-1} + \frac{3}{9}g_{t-2} + \frac{2}{9}g_{t-3} + \frac{1}{9}g_{t-4}\right) \blacksquare\end{aligned}$$

[7] Her har vi satt $\epsilon = \frac{X_t}{X_{t-1}} - 1$.

Referanser

Working, H. (1960): Note on the Correlation of First Differences of Averages in a Random Chain. Econometrica, Vol. 28, No. 4 (Oct., 1960), pp. 916-918.

Vedlegg A: Analyse av utvalgte hovedstørrelser

For hver approksimasjon av den rullerende tremånedersveksten gjør vi en feil – liten eller stor.[8] Vi er interessert i den gjennomsnittlige absolutte feilen og den maksimale absolutte feilen.[9,10] Den gjennomsnittlige feilen sier noe om hvor stor en typisk feil er, mens den maksimale absolutte feilen sier noe om hvor stor den største feilen er.

I tabellen under viser jeg gjennomsnittlige og maksimale absolutte approksimasjonsfeil for utvalgte makroøkonomiske hovedstørrelsene i perioden juni 2016 til mars 2019.[11]

Tabell A.1 Gjennomsnittlige og maksimale absolutte approksimasjonsfeil for utvalgte makroøkonomiske hovedstørrelser juni 2016-mars 2019. Prosentpoeng

	Gjennomsnittlig absolutt feil. Prosentpoeng	Maksimal absolutt feil. Prosentpoeng
Konsum i husholdninger og ideelle organisasjoner	0,00	0,02
Konsum i offentlig forvaltning	0,00	0,01
Bruttoinvestering i fast realkapital	0,26	0,85
Bruttoinvestering i alt	0,16	0,34
Eksport i alt	0,06	0,17
Import i alt	0,15	0,42
Bruttonasjonalprodukt, markedsverdi	0,00	0,02
Bruttonasjonalprodukt Fastlands-Norge, markedsverdi	0,00	0,00
Bruttoprodukt Fastlands-Norge, basisverdi	0,00	0,00

Kilde: Statistisk sentralbyrå.

Tabellen viser at for mange makroøkonomiske hovedstørrelser så er approksimasjonen svært god. For konsum i husholdninger, ideelle organisasjoner og offentlig forvaltning og for alle bruttoproduktstørrelsene, så er den *største* feilen vi gjør ved å anvende formelen *mindre* enn 0,02 prosentpoeng. Den gjennomsnittlige absolutte feilen er null til to desimaler. Når det kommer til bruttoinvesteringer, eksport og import fungerer approksimasjonen dårligere. Dette kommer av at investeringer og utenrikshandel er volatile størrelser, slik at forutsetningen om små månedsvekstrater ikke holder. Når det er sagt så kan formelen trolig gi en pekepinn på hvilken månedsvekst som driver den rullerende tremånedersveksten, selv i tilfeller der approksimasjonen ikke er god.

[8] Vi lar feilen ved approksimasjonen i måned t være gitt ved

$$f_t^{(3)} \equiv 3\left(\frac{1}{9}g_t + \frac{2}{9}g_{t-1} + \frac{3}{9}g_{t-2} + \frac{2}{9}g_{t-3} + \frac{1}{9}g_{t-4}\right) - g_t^{(3)}.$$

[9] Den gjennomsnittlige absolutte feilen for den rullerende tremånedersveksten for månedene $T_0, T_0 + 1, \ldots, T_1$ er gitt ved

$$\frac{1}{1 + T_1 - T_0}\sum_{t=T_0}^{T_1}\left|f_t^{(3)}\right|.$$

[10] Den maksimal absolutte feilen for den rullerende tremånedersveksten for månedene $T_0, T_0 + 1, \ldots, T_1$ er gitt ved

$$\max\left(\left\{\left|f_t^{(3)}\right|\right\}_{t=T_0}^{T_1}\right).$$

[11] I tabellen er T_0 lik juni 2016, og T_1 er lik mars 2019.