

**RAPPORTER**

**85/7**

**MODELL FOR REGIONALE  
BEFOLKNINGSFRAMSKRIVINGER**

AV  
ARNE RIDENG, KNUT Ø. SØRENSEN OG KJETIL SØRLIE

---

STATISTISK SENTRALBYRÅ  
CENTRAL BUREAU OF STATISTICS OF NORWAY

RAPPORTER FRA STATISTISK SENTRALBYRÅ 85/7

# MODELL FOR REGIONALE BEFOLKNINGSFRAMSKRIVINGER

AV

ARNE RIDENG, KNUT Ø. SØRENSEN OG KJETIL SØRLIE

STATISTISK SENTRALBYRÅ  
OSLO — KONGSVINGER 1985

ISBN 82-537-2162-5  
ISSN 0332-8422

**EMNEGRUPPE**

Økonomisk og statistisk teori og analyse

**ANDRE EMNEORD**

Befolkningsmodell

Demografi

Framskrivingsmodell

Prognosemodell

## FORORD

I denne rapporten gir vi en redegjørelse for oppbygging og virkemåte for den modellen til framskriving av folkemengden, som Statistisk Sentralbyrå brukte for de siste offentliggjorte framskrivingsberegninger (Statistisk Sentralbyrå, 1982). Beregningene gir tall for riket, for fylket og for kommuner. Redegjørelsen er skrevet av Arne Kideng.

Rapporten gir også en detaljert formell framstilling av de likninger og estimerings- og beregningsrutiner som inngår i beregningsprosessen. Denne beskrivelsen er forfattet av Knut Ø. Sørensen.

I en modell der mange tall for persongrupper skal beregnes ved hjelp av rater oppstår det en del brysomme avrundingsproblemer. Kjetil Sørli gjør rede for de algoritmer som er utviklet for å mestre slike problemer. Publikasjonen inneholder også fullstendige beskrivelser av de regionale inndelinger som anvendes i beregningene.

Etter planene vil den neste regionale befolkningsframskriving bli utarbeidd i 1985. Modellen vil da i det store og hele være den samme som den som er beskrevet her. Men det kan bli aktuelt å prøve ut en del nye utforminger i tillegg til den vi har nå, samtidig som de regionale inndelinger som brukes i noen av beregningsrutinene, blir revidert.

Statistisk Sentralbyrå, Oslo, 5. februar 1985

Arne Øien

## INNHOLD

	Side
1. Innledning .....	7
2. Oversikt over framskrivingsmodellen .....	7
2.1. Trinn I: Primære prognoseregioner .....	7
2.2. Trinn II: Nedbryting til kommunenivå .....	9
2.3. Samarbeidsprogram med fylkene .....	9
2.4. Befolkningsframskrivningen 1985 .....	10
3. Teknisk dokumentasjon av framskrivingsmodellen .....	11
3.1. Generelt om notasjon .....	11
3.2. Alternativ uten flytting .....	11
3.3. Alternativ med flytting .....	15
3.4. Rateberegninger .....	22
3.5. Rateberegninger (formler) .....	24
4. Metoder for avrunding av tall i modellen .....	28
4.1. Innledning .....	28
4.2. Spesiell prosedyre for avrunding av tall på døde .....	29
4.3. Generell prosedyre for avrunding av tall .....	36
Litteratur .....	39
Vedlegg	
1. Primære prognoseregioner .....	41
2. Regioner til bruk ved beregningen av fruktbarhetsrater i første trinn av modellen .....	47
3. Fruktbarhetsområder .....	49
4. Nye prognoseregioner .....	63
Utkommet i serien Rapporter fra Statistisk Sentralbyrå (RAPP) .....	70

## 1. INNLEDNING

Den siste befolkningsframskrivingen for alle landets kommuner ble foretatt i 1982 (Statistisk Sentralbyrå 1982). Formålet med denne publikasjonen er å gi en dokumentasjon og oversikt over den regionale framskrivingsmodell som da ble brukt. Den siste samlede tekniske oversikt over denne modellen ble publisert så langt tilbake som i 1978 (Sørensen 1978). Senere er det publisert en summarisk beskrivelse av framskrivingsmodellen i en artikkel om den befolkningsutvikling vi kan vente oss i framtida (Rideng 1982). I denne rapporten vil vi beskrive framskrivingsmodellen slik den var ved siste framskriving i 1982. Dessuten vil vi tilslutt i rapporten gjøre rede for de endringer som er planlagt for den neste regionale framskriving i 1985.

## 2. OVERSIKT OVER FRAMSKRIVINGSMODELLEN

Modellen er delt i to adskilte deler. I første trinn beregnes tall for de såkalte primære prognoseregioner. I andre trinn brytes så disse tallene ned på kommunenivå.

Hver av de 96 primære prognoseregionene består av en eller flere kommuner som er valgt slik at de kan sies å utgjøre en egen arbeidsmarkedsregion. Inndelingen er gjengitt i vedlegg 1. Vi vil først se på beregningen av befolkningstall for de primære prognoseregionene.

### 2.1. Trinn I: Primære prognoseregioner

Framskrivningen tar utgangspunkt i folkemengden slik den var registrert i Det sentrale personregisteret ved utløpet av et gitt år. Folkemengden framskrives ved for hvert år framover å anslå størrelsen av fødsler og dødsfall og dessuten (i alternativene med flytting) inn- og utflytting for hver primær prognoseregion (heretter kalt p.p.region).

Tallet på fødte i løpet av året blir anslått ved å anvende aldersspesifikke fruktbarhetsrater på bestanden av kvinner i alderen 15-44 år. Disse ratene har som grunnlag observasjoner av fruktbarheten i de enkelte p.p.regioner i observasjonsperioden. Ved beregningen har vi slått sammen de minste p.p.regionene til større enheter, se vedlegg 2. Datagrunnlaget er likevel så lite at enkelte årsklasser kan ha fått svært lave eller svært høye rater av ren tilfeldighet. Dette motvirkes ved at vi glatter de observerte ratene ved hjelp av en matematisk funksjon. Det finnes flere slike glattingsfunksjoner å velge mellom; i denne modellen brukes den såkalte Hadwigerfunksjonen, beskrevet av Hoem et. al. (1974) og Berge og Hoem (1974). Anslag for fruktbarhetsratene for framskrivingsperioden får vi ved å justere ratene fra observasjonsperioden for de endringer vi venter i fruktbarhetsnivået. Beregningene gjennomføres med alternative forutsetninger om hvilke endringer som vil inntreffe.

For det enkelte beregningsalternativ gjennomføres justeringen for hvert år i framskrivingsperioden ved at fruktbarhetsratene for alle aldersklasser i alle regioner i samme år endres forholdsvis like mye i forhold til anslagene for observasjonsperioden. Den felles korreksjonsfaktoren for et gitt år er lik forholdet mellom samlet fruktbarhetstall i dette året for det aktuelle beregningsalternativet og samlet fruktbarhetstall for hele landet i observasjonsperioden. Til slutt fordeles antallet fødte på kjønn ifølge kjønnsproporsjonen for de siste årene.

Tallet på døde i løpet av ett år beregnes ved å multiplisere tallet på personer ved begynnelsen av året med de tilhørende dødsrater for hvert kjønn og for hver ettårig aldersklasse. (Formel 3.3 a,b i kapittel 3.) Dødsratene er beregnet på grunnlag av tall for en toårig observasjonsperiode. Med dette utgangspunkt er det gjort anslag for utviklingen i dødelighetsratene i framskrivingsperioden. Det har ikke vært ansett for nødvendig å regne med flere alternative anslag for dødelighetsutviklingen.

For å kunne ta vare på de regionale forskjeller i dødeligheten, er det beregnet indekser for hvert fylke med grunnlag i den registrerte dødeligheten i en to-årig observasjonsperiode. De dødsrater som er brukt for hvert enkelt fylke, finnes da ved å multiplisere dødsratene for hele landet med indeksen for vedkommende fylke. Ved beregningen av de regionale indeksene har vi anvendt en inndeling i til sammen 7 kjønns- og aldersklasser, slik at flere ett-årige aldersklasser får samme indeks.

Framgangsmåten ved beregningene av flyttingene i første trinn av modellen er følgende:

Vi har ikke regnet med flyttinger for personer som er 70 år og over. For de øvrige ettårige aldersklasser beregnes tallet på utflyttere fra hver p.p.region på grunnlag av de utflyttingsrater som er registrert i observasjonsperioden. (Formel 3.11 a,b i kapittel 3). Utflyttingsraten for en befolkningsgruppe i en periode er tallet på utflyttere i perioden sett i forhold til befolkningen i gruppen ved periodens begynnelse. Her er både innenlandske flyttere og flyttere til utlandet regnet med. Ved å summere de beregnede tall for utflyttere får en et anslag for det totale antall utflyttere fra samtlige prognoseregioner. Den del av flytterne som flytter ut av landet bestemmes deretter ved å anvende egne utvandringsrater på befolkningen for landet under ett. Også disse ratene er spesifisert på kjønn og ettårige aldersklasser.

Et sumtall for bruttoinnvandring beregnes ved å ta antall utvandrere for landet under ett og legge til et anslag på nettoinnvandring (Formel 3.12 i kapittel 3). Ved de siste to framskrivninger har dette anslaget vært på 4 000 personer. Bruttoinnvandringen fordeles så på ettårige aldersklasser og kjønn ifølge tilsvarende observerte andeler i observasjonsperioden. Ved å summere anslaget for tallet på innvandrere og tallet på innenlandske flyttere for hver enkelt aldersgruppe og for hvert kjønn, får vi total innflytting fordelt på alder og kjønn. Disse innflytterne er deretter fordelt på regionene i forhold til den andel hver region mottok som innflyttere av det totale antall flyttere (innenlandske og innvandrere) i observasjonsperioden. (Innflyttingsandelen er antall innflyttere til en region i perioden satt i forhold til det totale antall flyttere i perioden.) Andelene er beregnet for hver aldersklasse og for hvert kjønn i hver enkelt prognoseregion. (Formel 3.13 i kapittel 3.)

Vi vil gjøre oppmerksom på en spesiell effekt som oppstår når vi behandler flyttingene på denne måten. For regioner som har netto utflytting i observasjonsperioden, vil denne utflytting dempes utover i framskrivingsperioden. Jo sterkere netto utflytting, desto sterkere vil denne "dempningseffekten" være. Dette skyldes at antall utflyttere blir færre utover i framskrivingsperioden, fordi disse beregnes som en fast prosent (utflyttingsraten) av en stadig minkende bestand. Tallet på innflyttere beregnes som en fast andel av det totale antall flyttere i landet, som i vår modell er konstant eller svakt økende. Dermed vil tallet på utflyttere minke og tallet på innflyttere holde seg konstant, med mindre netto utflytting som resultat.

Nøyaktig den samme dempningseffekt vil gjøre seg gjeldende i regioner med netto innflytting, men da med motsatt fortegn. Her vil tallet på utflyttere øke fordi det beregnes av en stadig økende bestand. Tallet på innflyttere er stort sett konstant og vi får utover i framskrivingsperioden en mindre netto innflytting som registrert i observasjonsperioden. For å få frem hva endringene i fødsler og dødsfall alene betyr for utviklingen i den enkelte region gjennomfører vi også beregninger der vi forutsetter at det ikke skal forekomme flytting til eller fra regionene i framskrivingsperioden. Disse alternativene blir gjerne kalt nullflyttealternativene.

## 2.2. Trinn II: Nedbryting til kommunenivå

I annet trinn av framskrivningen blir tallene for beregnet befolkning i hver av de 96 p.p.-regionene fordelt på de kommuner regionen omfatter. Tall for p.p.regionene vil foreligge som resultat av første trinn. Fordelingsprosessene er noe forskjellige for de forskjellige aldersgrupper, men de er alle avstemt slik at sum av tall fra kommunene i en p.p.region stemmer med det gitte tall for hele regionen for såvel kvinner som menn i alle aldersklasser. Vi ser først på alternativene uten flytting:

For hvert beregningsår beregnes først et foreløpig tall for nyfødte, aldersklassen 0 år, i den enkelte kommune. Ved denne beregningen anvendes aldersspesifikke fruktbarhetsrater på tallet på kvinner i den enkelte aldersklasse, som var bosatt i kommunen ved begynnelsen av beregningsåret. Disse foreløpige tallene avstemmes deretter ved proporsjonale justeringer for alle kommuner i den enkelte p.p.region, slik at summen av 0-åringer i kommunene stemmer med tallet på 0-åringer i p.p.regionen, slik det ble beregnet i første trinn.

De aldersspesifikke fruktbarhetsratene som brukes til beregning av de foreløpige tall på 0-åringer for den enkelte kommune er beregnet ut fra gjennomsnittet i en fireårig observasjonsperiode for det "fruktbarhetsområde" kommunen tilhører. Fruktbarhetsområdene er dannet ved å slå sammen kommuner

som vi kan anta har likeartet fruktbarhetsstruktur, og formålet er å jevne ut de store tilfeldige utslag vi får om vi beregner fruktbarhetsraten for så små enheter som den enkelte kommune. Inndelingen i fruktbarhetsområder går på tvers av inndelingen i p.p.regioner, siden fruktbarhetsmønsteret kan vise betydelige variasjoner mellom kommunene i samme p.p.region. En oversikt over kommunenes fordeling på de 85 fruktbarhetsområder er gitt i vedlegg 3.

For hver enkelt av de øvrige aldersklasser regner en med at den enkelte kommune har en fast andel av befolkningen i denne aldersklassen i den prognoseregionen den tilhører. En kommunes andel av f.eks. 35-åringene et år, settes da lik samme kommunes andel av 34-åringene året før. Ettersom null-flytteealternativet ikke tar hensyn til flytting inn og ut av kommunene, innebærer denne forutsetningen at vi regner med samme dødelighet i hele p.p.regionen.

Når det gjelder alternativene med flytting, skjer fordelingen av 0-åringene og i aldersklassene 50 år og over på samme måte som i alternativene uten flytting. Vi forutsetter altså at flyttingene for aldersgruppen 50 år og over ikke endrer de enkelte kommuners andel av prognoseregionens befolkning i en gitt aldersklasse.

For hver av aldersgruppene menn og kvinner 1-15 år, menn 16-24 år, kvinner 16-24 år og menn og kvinner 25-49 år beregnes tall for kommunene ved utgangen av et nytt år ved å bruke en netto vekstrate på antallet ved årets begynnelse. Vekstratene er beregnet på grunnlag av befolkningsutviklingen i den enkelte kommune i observasjonsperioden. (Formel 3.15a i kapittel 3). Fra og med andre år i prognoseperioden blir imidlertid vekstratene justert slik at forskjellene i vekstrater mellom kommunene i en prognoseregion reduseres med 7 prosent hvert år (formel 3.15b i kapittel 3), og slik at endringstallene for hver prognoseregion stemmer med dem som følger av beregningene på første trinn. (Formel 3.16a,b i kapittel 3). Fordelingen på hver enkelt aldersklasse i den enkelte kommune finnes deretter ved å ta hensyn til de demografiske endringsfaktorene dødsfall, utflytting og innflytting.

### 2.3. Samarbeidsprogram med fylkene

Som det framgår av modellbeskrivelsen, bygger Byråets regionale framskrivingsmodell på gitte forutsetninger om utviklingen i fruktbarhet, dødelighet og flyttinger. Framskrivingsresultatene er derfor i høy grad avhengige av de forutsetninger vi velger å bygge på. For fruktbarhetens og dødelighetens del er forutsetningene dels valgt ut fra dagens nivå, dels er det lagt inn en utviklingstrend som vi mener er en rimelig gjetning for de første årene framover. Noen ganger bruker vi i tillegg alternative forutsetninger for å illustrere utviklingsbaner som kan være like sannsynlige, eller for å vise mulige utviklingsbaner som er av spesiell interesse, selv om de må vurderes som noe mindre sannsynlige.

Vi registrerer fortsatt klare regionale nivåforskjeller for fruktbarhet og dødelighet, men utviklingstrendene vil som oftest være felles for hele landet eller større deler av det. Samtlige kommuner i Norge har f.eks. lavere fruktbarhet i 1984 enn de hadde ti år tidligere. Også i årene framover er det god grunn til å tro at utviklingstrendene for fruktbarhet og dødelighet i store trekk vil være de samme over hele landet.

For flyttingene mellom kommunene er det derimot nettopp de regionale ulikheter som er viktige. I de ordinære framskrivningene bygger anslagene for flytting til og fra kommuner og regioner på rater beregnet for en observasjonsperiode, gjerne de siste 4 år vi har statistikk for. Det er liten grunn til å tro at disse ratene skal holde seg uendret over en lengre periode, men Statistisk Sentralbyrå har små muligheter for å gjøre realistiske gjetninger om hvordan de eventuelt vil komme til å endre seg. Forutsetningen om konstante rater blir da et slags nøytralt kompromiss. Dessuten er mange planleggere interessert i en slik forutsetning, nettopp for å kunne se de mer langsiktige virkningene av at "dagens flyttemønster fortsetter å gjelde".

Det er åpenbart at en del kommuner kan ha så spesielle forhold i observasjonsperioden at ratene fra denne perioden gir et dårlig grunnlag for en framskrivning som skal brukes konkret i planleggingen.



I Byrådet har vi ikke tilstrekkelig lokalkunnskap om landets 454 kommuner til å foreta de nødvendige tilpasninger. Usikkerheten om det framtidige flyttemønsteret betyr særlig mye for framskrivingsresultatene for kommunene. Usikkerheten legger klare begrensninger på den nytten planleggere, sentralt og regionalt kan ha av framskrivingene. I mange tilfeller bør de suppleres med andre typer prognoser.

Siden 1976 har vi derfor samarbeidet med fylkenes utbyggingsavdelinger som igjen har kontaktet kommunene. Med utgangspunkt i vekstrater for hele aldersgruppen 16-49 år i de enkelte kommuner, slik de fremkommer i et av Byrådets ordinære framskrivingsalternativer, har vi bedt de lokale myndigheter utarbeide forslag til justerte vekstrater for denne aldersgruppen. Disse ratene blir deretter tilpasset, slik at framskrivningstallene på høyere regionale nivåer ikke endres. Første gang holdt vi fast ved tallene fra den ordinære framskrivningen for prognoseregionene. Senere har vi bare holdt tallene for det enkelte fylke fast. For å gjennomføre denne tilpasningen, enten vi tok utgangspunkt i prognoseregionen eller i fylker, og for å beregne justerte tall for alle enkelt-årsklasser av kvinner og menn kunne vi bruke programmet fra annet trinn i framskrivingsmodellen. I et arbeidsnotat av Rideng (1975) er det gjort nærmere rede for metoden.

Med utgangspunkt i Byrådets framskrivinger fra 1975 (Alternativ L) ble det i 1976 gjennomført et prøveprosjekt med eksogene anslag for vekstratene. Byrådet samarbeidet med fylkenes utbyggingsavdelinger, som igjen kontaktet kommunene. Den gang dannet de primære prognoseregionene rammer for justeringene. Framskrivningstallene for disse regionene var gitt i første trinn av modellen, og kunne ikke justeres. Når nedbrytingsmodellen skulle kjøres på nytt for en prognoseregion med eksogene anslag for vekstratene, måtte det derfor sørges for konsistens i modellen. Dette ble oppnådd ved en summarisk justering av de eksogene vekstanslagene innenfor rammen av prognoseregionen. Enhver endring av vekstraten for en kommune vil derfor også berøre de øvrige kommuner i samme prognoseregion og vil kunne føre til endrede vekstrater for disse.

Også ved de tre siste regionale befolkningsframskrivingene, i 1977, 1979 og 1982, har Byrådet gjennomført slike samarbeidsprosjekter med fylkenes utbyggingsavdelinger. Men allerede i 1977 ble rammen for justeringene utvidet fra primær prognoseregion til fylke. Dette var fordi vi erkjente at øket vekst eller nedgang i veksten for en kommune ikke nødvendigvis skyldes en utveksling bare med de øvrige kommuner i regionen, men også ofte med kommuner utenfor prognoseregionen. Flyttestudier viser at dette er riktig.

Ved de siste befolkningsframskrivingene har omlag halvparten av fylkene deltatt i dette samarbeidsprosjektet. De fylker som ikke har vært med har begrunnet dette dels med at de ikke har behov for et alternativ av denne type, dels med at de ikke har ressurser til å arbeide tilstrekkelig med alternativet, selv om de prinsipielt er interessert.

For de fylker som deltar i prosjektet, gjelder det at utbyggingsavdelingen selv foretar meste- parten av arbeidet. Bare sjelden blir kommunene kontaktet direkte. Dette kan skyldes at fylkenes utbyggingsavdelinger etter hvert er blitt godt utbygd, og har meget god oversikt over hva som skjer i kommunene i "sitt" fylke. De forslag til justeringer som legges fram, viser at fylkene har god ekspertise på området og velbegrunnede endringsforslag.

#### 2.4. Befolkningsframskrivingen 1985

Byrådets neste regionale befolkningsframskrivning skal etter planen ta utgangspunkt i den registrerte folkemengde pr. 31/12 1984 og i løpet av første halvår 1985 vil det bli fastlagt hvilke forutsetninger framskrivningen skal bygge på og hvilke alternativer som skal utarbeides.

Framskrivingsmodellen blir i store trekk den vi har brukt de siste årene og som er dokumentert i denne rapporten. De primære prognoseregionene (vedlegg 1) vil bli erstattet av nye prognoseregioner (vedlegg 4). Dette innebærer ingen prinsipiell endring, fordi de nye prognoseregionene kan betraktes som en ajourføring av grensene til de "gamle" p.p.regionene.

Det vil imidlertid bli laget et nytt beregningsalternativ ved neste framskrivning. Foreløpig går dette under navnet "balansealternativet", og det er ment å komplettere beregningsalternativet uten flytting, det såkalte nullflytteealternativet. Det nullflytteealternativet vi nå lager, bygger på forutsetningen om at det ikke skjer noen flyttinger til eller fra kommunene. Denne forutsetningen er selv-

følgelig urealistisk, og har interesse bare ved at det rendyrker virkningene av fødsler og dødsfall. For mange planleggingsformål vil alternativet lett bli uinteressant.

Mange kommuner er imidlertid interessert i et alternativ der tallet på utflyttere og innflyttere balanserer, men der aldersfordelingen av utflytterne og innflytterne ikke nødvendigvis er den samme. Dette er nemlig en aktuell situasjon for en del kommuner i dag, og enda flere kommuner har dette som et konkret mål i plansammenheng. Byrået tror derfor at det er stor interesse for et slikt "balansealternativ". Aldersfordelingen på innflyttere og utflyttere vil bli estimert på grunnlag av observasjoner fra hver enkelt kommune, justert innenfor rammene av flyttingene for landet under ett.

### 3. TEKNISK DOKUMENTASJON AV FRAMSKRIVINGSMODELLEN

I dette kapitlet gir vi en presis, formell beskrivelse av modellen slik den var ved framskrivingsberegningene i 1981 for perioden 1982 - 2025. Framstillingen krever en omfattende bruk av symboler og likninger, men alle likningene er matematisk enkle.

#### 3.1. Generelt om notasjon

Symbolene som brukes i dette kapitlet består av en bokstav med en rekke indekser i parentes. I tillegg er det en fotskrift. Notasjonen er bygget opp slik: Symboler som er definert med store bokstaver betegner et absolutt antall personer. Rater og parametre betegnes med små bokstaver. Fotskriften og indeksene presiserer nærmere hvilke persongrupper det siktes til. Fotskriften betegner geografisk område. I dette kapitlet brukes fotskrift  $r$  til å angi primær prognoseregion (p.p.-region), og fotskrift  $k$  til å angi kommune. Størrelser uten fotskrift gjelder for hele landet. Av indeksene som står i parentes, betegner  $t$  årstall,  $x$  alder ved slutten av året og  $J$  kjønn.

Som et eksempel definerer vi nå symbolet for folketall:

$L_r(x,t,J)$  er antall  $x$  år gamle personer med kjønn  $J$  i p.p.-region  
 $r$  den 31/12 år  $t$ ;  $x=0,1,\dots,99$ ,  $J=M$  (menn),  $K$  (kvinner).

Den øvre aldersgruppen omfatter personer som er 99 år og eldre.

For eksempel vil  $L_{16}(25,1987,M)$  betegne antall 25 år gamle menn i primær prognoseregion 16 den 31/12 år 1987. Med vår aldersdefinisjon vil alle med samme alder være født i samme kalenderår, år  $(t-x)$ . Vi sier at de tilhører samme fødselskull eller kohort. De yngste vil ikke ha fylt år innen utgangen av året, og blir omtalt som nullåringer. De er altså født i løpet av kalenderåret.

Det siste året med kjent folketall som framskrivningene bygger på, kalles basisåret og betegnes med  $t_0$ , slik at  $t > t_0$  betegner år i framskrivingsperioden. En hatt (^) over en parameter betegner et anslag (estimat) på parameteren. Øvrige symboler er definert i de underavsnit der de først er brukt.

#### 3.2. Alternativ uten flytting

##### 3.2.1. Generelt

Alternativet uten flytting er det enkleste, og gjennomgås derfor først. I alternativet med flytting ses det bort fra flytting for personer som er 70 år og eldre. For denne aldersgruppen gjelder altså formlene i dette avsnittet også for alternativene med flyttinger. Formlene for framskrivning av antall fødte og døde er også de samme i alternativene med og uten flytting. Antall fødte og døde blir likevel forskjellig selv om formlene er like, fordi folketallet er et annet. Også for antall personer over 70 år blir det forskjeller mellom framskrivingsalternativet med og uten flytting, etter hvert som aldersgrupper som har vært utsatt for flytteberegninger tidligere i framskrivingsperioden blir eldre.

### 3.2.2. Framskrivingsmodellen for primære prognoseregioner (1. trinn)

#### 3.2.2.1. Framskrivning av antall fødte

Vi vil først definere følgende symboler:

- $B_r(t)$  er antall levendefødte i år  $t$  i p.p.-region  $r$ .  
 $B_r(t,M)$  er antall levendefødte gutter i år  $t$  i p.p.-region  $r$ .  
 $B_r(t,K)$  er det tilsvarende antall jenter.  
 $f_r(x,t)$  er forventet antall barn født i år  $t$  pr. kvinne i alder  $x$  (født i år  $t-x$ ) i region  $r$ ;  $x=15,\dots,44$ .  
 $c_M$  er sannsynligheten for at et barn som fødes er en gutt (guttefødselskvotienten).  
 $c_K$  er den tilsvarende størrelsen for jenter ( $c_M+c_K=1$ ).

Indeksen  $t$  betegner kalenderår (f.eks. 1981,2000).

#### Framskrivingsrelasjoner

Antall (levende-)fødte finnes ved å multiplisere antall kvinner i fødedyktig alder ved begynnelsen av året med de tilsvarende fruktbarhetsratene

$$(3.1) \quad B_r(t+1) = \sum_{x=15}^{44} \hat{f}_r(x,t+1) \cdot L_r(x-1,t,K)$$

Fødslene fordeles på gutter og jenter i samme forhold som observert i en basisperiode

$$(3.2a) \quad B_r(t+1,M) = \hat{c}_M \cdot B_r(t+1)$$

$$(3.2b) \quad B_r(t+1,K) = \hat{c}_K \cdot B_r(t+1)$$

#### 3.2.2.2. Framskrivning av antall døde

Definisjoner:

- $D_r(0,t,M)$  er antall gutter som dør i fødselsåret  $t$  i p.p.-region  $r$ .  
 $D_r(0,t,K)$  er det tilsvarende antall jenter.  
 $D_r(x,t,M)$  er antall dødsfall i år  $t$  i p.p.-region  $r$  blant menn som var født i år  $t-x$ ,  $x = 1,2,\dots,99$ . Disse personene ville altså vært  $x$  år gamle ved slutten av år  $t$ .  
 $D_r(x,t,K)$  er det tilsvarende tall for kvinner.  
 $D_r(100,t,M)$  er antall dødsfall i år  $t$  i p.p.-region  $r$  blant menn som var født år  $t-100$  eller før.  
 $D_r(100,t,K)$  er det tilsvarende tall for kvinner.  
 $q_r(x,M)$  er sannsynligheten for at en mann som lever i p.p.-region  $r$  ved utgangen av det kalenderår da han fyller  $x-1$  år skal dø innen utgangen av neste kalenderår;  $x = 1,2,\dots,99$ .  
 $q_r(x,K)$  er den tilsvarende størrelse for kvinner.  
 $q_r(100,M)$  er sannsynligheten for at en mann i p.p.-region  $r$ , som var 99 år eller eldre ved begynnelsen av et år, skal dø i løpet av året.  
 $q_r(100,K)$  er den tilsvarende størrelsen for kvinner.  
 $q_r(0,M)$  er sannsynligheten for at et levendefødt guttebarn i p.p.-region  $r$  dør i løpet av det kalenderår da han blir født.  
 $q_r(0,K)$  er den tilsvarende størrelsen for jenter.

Framskrivingsrelasjoner:

Dødsfallene beregnes ved å multiplisere antall personer ved begynnelsen av året h.h.v. de som er født i løpet av året med de tilhørende dødsratene.

$$(3.3a) \quad D_r(x,t+1,J) = \hat{q}_r(x,J) \cdot L_r(x-1,t,J); \quad J = M,K \\ x = 1, \dots, 100$$

$$(3.3b) \quad D_r(0,t+1,J) = \hat{q}_r(0,J) \cdot B_r(t+1,J); \quad J = M,K$$

### 3.2.2.3. Framskrivning av folketallet

Når vi ser bort fra flyttinger, er det bare fødsler og dødsfall som påvirker utviklingen i folketallet. Antall personer i en bestemt alder ved utgangen av et framskrivingsår er lik antall personer på et alderstrinn lavere ved utgangen av året før, minus de som dør i løpet av framskrivingsåret.

$$(3.4a) \quad L_r(x,t+1,J) = L_r(x-1,t,J) - D_r(x,t+1,J); \quad J = M,K \\ x = 1, \dots, 98$$

For aldersgruppen 99 år og over, må vi også trekke inn overlevende blant de som var 99 år og over ved begynnelsen av året.

$$(3.4b) \quad L_r(99,t+1,J) = L_r(98,t,J) - D_r(99,t+1,J) + L_r(99,t,J) - D_r(100,t+1,J); \quad J = M,K$$

For å finne det nye antallet null-åringer må vi ta utgangspunkt i de som blir født i løpet av året og trekke fra de som dør i løpet av det samme året.

$$(3.4c) \quad L_r(0,t+1,J) = B_r(t+1,J) - D_r(0,t+1,J); \quad J = M,K$$

## 3.2.3. Framskrivning for kommunene (trinn 2)

### 3.2.3.1. Generelt

I framskrivningens 2. trinn blir tallene for kommunene laget som en nedbryting av tallene for de primære prognoseregionene som beregnes i framskrivningens første trinn. Noen primære prognoseregioner består av bare en kommune. For slike regioner er det selvsagt ikke aktuelt med noen egen nedbryting. Ellers er beregningene de samme for alle primære prognoseregioner. I formlene er derfor referanse til p.p.region underforstått.

Målet for nedbrytingen er å beregne andelene av p.p.regionens befolkning som tilhører hver kommune i regionen. Disse andelene er definert slik:

$a_k(x,t,M)$  er kommune k's andel av p.p.-regionens befolkning av menn i alder x i år t;

$$x = 0, 1, \dots, 99. \quad \sum_k a_k(x,t,M) = 1.$$

$a_k(x,t,K)$  er den tilsvarende andel av kvinnene.

Folketallet i hver kommune finnes så ved å ta det folketallet som allerede er beregnet for p.p.-regionen, og fordele på kommuner i samsvar med andelene ovenfor.

$$(3.5) \quad L_k(x,t+1,J) = a_k(x,t+1,J) \cdot L(x,t+1,J); \quad J = M,K \\ x = 0, 1, \dots, 99$$

Her betegner  $L()$  uten fotskrift samlet befolkning i hele p.p.-regionen.

## 3.2.3.2. Fordeling av null-åringer.

Definisjoner:

$B_k(t)$  er antall levendefødte barn i år  $t$  i kommune  $k$ .

$f_k(x)$  er en fruktbarhetsrate for kvinner i alder  $x$  i kommune  $k$ ;  $x = 15, \dots, 44$ . (Dette er et annet sett fruktbarhetsrater enn de som ble definert i framskrivingsmodellens første trinn, der det brukes fruktbarhetsrater for p.p.-regionen). Vi bruker her ratene slik de er observert i en basisperiode, uten hensyn til senere endringer. Disse ratene brukes bare til å fordele p.p.-regionens fødselstall (0-åringer) på kommunene.

$L_k(x,t,M)$  er antall  $x$  år gamle menn i kommune  $k$  den 31/12 i år  $t$ ;  $x = 0, 1, \dots, 99$ . Den øvre aldergruppen omfatter personer som er 99 år og eldre.

$L_k(x,t,K)$  er det tilsvarende tall for kvinner.

Framskrivingsrelasjoner

$$B_k(t+1) = \sum_{x=15}^{44} \hat{f}_k(x) \cdot L_k(x-1, t, K)$$

Hver kommunes andel av befolkningen i alder null år settes så lik kommunens andel av samlet antall fødser i p.p.-regionen, beregnet på denne måten:

$$(3.6) \quad a_k(0, t+1, J) = \frac{B_k(t+1)}{\sum_k B_k(t+1)} ; J = M, K \quad \text{dvs. samme andeler for gutter og jenter}$$

I ligningen (3.6) har vi sett bort fra kjønnskvoienten ved fødselen og dødeligheten for null-åringer av hvert kjønn, siden disse faktorene er forutsatt å være like for alle kommuner i p.p.-regionen. Det samme gjelder nivået på fruktbarhetsratene, siden dette er justert med samme prosent i alle kommuner. Fødselsratene er beregnet med fruktbarhetsregioner som regional inndeling. Disse regionene krysser grensene for p.p.-regionene, slik at vi får tatt hensyn til forskjeller i fruktbarhet innen p.p.-regionene.

## 3.2.3.3. Fordeling av personer i andre aldersgrupper.

Definisjoner:

$v(t, M)$  er antall 98-årige menn i p.p.-regionen i prosent av menn i alderen 98 år og eldre i år  $t$ .

$v(t, K)$  er tilsvarende andel for kvinner.

Framskrivingsrelasjoner:

Også her vil vi benytte oss av at dødeligheten ikke påvirker andelen av en p.p.-regions fødselskull som bor i en kommune, siden dødeligheten pr. forutsetning er den samme i alle kommuner i samme p.p.-region. Siden dødeligheten i tilfellet uten flytting er den eneste faktor som påvirker størrelsen av en kohort etter at den først er født, blir derfor andelene av kullet som bor i hver av kommunene konstante over tid.

$$(3.7a) \quad a_k(x, t+1, J) = a_k(x-1, t, J); \quad x = 1, 2, \dots, 98 \\ J = M, K$$

Aldersgruppen 99 år og over ved utgangen av et år består dels av personer som var 98 år ved begynnelsen av året og som overlever, dels av de overlevende fra aldersgruppen 99 år og over i begynnelsen av året. De to aldersgruppene kan ha forskjellig fordeling på kommuner ved begynnelsen av året. Fordelingen av gruppen 99 år og over ved slutten av året er derfor bestemt som et veid gjennomsnitt av fordelingene til de to aldersklassene ved begynnelsen av året. Vektene er satt lik hver av de to aldersgruppenes andel av summen av befolkningen i de to aldersgruppene ved begynnelsen av året. De samme vektene brukes for alle kommunene i regionen.

Vi har ikke foretatt noen korreksjon av vektene på grunn av dødelighetsforhold. Her kan vi få inn en skjevhet, selv om dødeligheten er den samme for hver av de to aldersgruppene i alle kommunene i regionen. Ulik fordeling på de to aldersgruppene fra kommune til kommune kan gi ulik gjennomsnittlig dødelighet for de to aldersgruppene under ett. De tallmessige utslagene av dette momentet blir imidlertid små.

$$(3.7b) \quad v(t+1, J) = \frac{L(98, t, J)}{L(98, t, J) + L(99, t, J)}; \quad J = M, K$$

$$a_k(99, t+1, J) = v(t+1, J) \cdot a_k(98, t, J) + (1-v(t+1, J)) \cdot a_k(99, t, J); \quad J = M, K$$

Folketallet i kommunene beregnes så ved formel (3.5)

### 3.3. Alternativ med flytting

#### 3.3.1. Generelt

Store deler av framskrivingsopplegget i alternativene uten flytting gjelder også i alternativet med flytting. Dette gjelder beregningene av fødsler og dødsfall og framregningen av bestandene for personer som er 70 år og eldre. De symbolene som ble definert i kapittel 3.2 gjelder også her. Flytting beregnes bare for personer under 70 år.

#### 3.3.2. Framskrivingsmodellen for primære prognoseregioner (1. trinn)

I første trinn beregnes først ut- og innvandring fordelt på kjønn og årsklasse for landet under ett (3.3.2.1). Derneft beregnes utflytting fordelt på kjønn og årsklasse for hver p.p.-region og summen av slike utflyttinger (3.3.2.2). I neste omgang beregnes innflyttinger til p.p.-regionene (3.3.2.3) og til slutt beregnes folketall i de enkelte kjønns- og aldersklasser.

##### 3.3.2.1. Framskrivning av inn- og utvandring

Inn- og utvandring spesifiseres bare for hele landet under ett. I beregningene for regionene grupperes flytting til og fra utlandet sammen med innenlandsk flytting.

Definisjoner:

$U'(x,t,m)$  er antall menn i alder  $x$  som utvandrer i år  $t$ ;  $x = 0,1,\dots,69$

$U'(x,t,K)$  er det tilsvarende tall for kvinner.

$I'(x,t,M)$  er antall menn i alder  $x$  som innvandrer fra utlandet i løpet av år  $t$ ;  
 $x = 0,1,\dots,69$

$I'(x,t,K)$  er tilsvarende tall for kvinner.

$I'(t)$  er antall innvandrere til Norge i år  $t$ .

$N(t)$  er total årlig netto-innvandring fra utlandet i år  $t$ .

$u'(x,M)$  er sannsynligheten for at en mann som bor i Norge og er  $x-1$  år ved utgangen av et kalenderår skal utvandre i løpet av det neste kalenderåret;  $x = 0,1,\dots,69$ .

$u'(x,K)$  er den tilsvarende størrelsen for kvinner.

$i'(x,J)$  er sannsynligheten for at en innvandrer skal være  $x$  år og være av kjønn  $J$ ;  
 $x = 0,1,\dots,69$ ,  $J = M$  (for menn),  $K$  (for kvinner).  $(\sum_x i'(x,M) + \sum_x i'(x,K) = 1)$

Framskrivingsrelasjoner:

Utvandringen finnes ved å anvende utvandringsratene på bestanden av personer i hele landet ved begynnelsen av framskrivingsåret.

$$(3.8a) \quad U'(x,t+1,J) = \hat{u}'(x,J) \cdot L(x-1,t,J); \quad J = M,K \\ x = 1,\dots,99$$

$$(3.8b) \quad U'(0,t+1,J) = \hat{u}'(0,J) \cdot B(t+1,J); \quad J = M,K$$

Her er  $L(x-1,t,J) = \sum_r L_r(x-1,t,J)$  dvs. bestanden i hele landet

$$B(t+1,J) = \sum_r B_r(t+1,J) \quad B() \text{ angir antall fødte i hele landet.}$$

Når antall utvandrere er beregnet, finnes total innvandring ved å legge netto-innvandringen til den samlede størrelsen på utvandringen.

$$(3.9) \quad I'(t+1) = \sum_{x=0}^{69} \sum_{J=M,K} U'(x,t+1,J) + N(t)$$

Innvandrerne fordeles så på kjønn og alder i samsvar med andelene i  $(x,j)$ , slik de er beregnet i en basisperiode.

$$(3.10) \quad I'(x,t+1,J) = i'(x,J) \cdot I'(t+1); \quad J = M,K \\ x = 0,1,\dots,69$$

### 3.3.2.2. Framskrivning av brutto flytting

Definisjoner:

$U_r(x,t,M)$  er antall  $x$  år gamle menn som flytter ut fra p.p.-regionen  $r$  i år  $t$ ;  $x = 0,1,\dots,69$ . (Omfatter både innenlandske flyttere og utvandrere.) Det regnes ikke med flytting for personer på 70 år eller eldre.

$U_r(x,t,K)$  er det tilsvarende tall for kvinner.

$u_r(x,M)$  er sannsynligheten for at en mann som bor i p.p.-region  $r$  og er  $x-1$  år ved utgangen av et kalenderår skal flytte ut i løpet av det neste kalenderåret;  $x = 0,\dots,69$ .

$u_r(x,K)$  er den tilsvarende størrelsen for kvinner.

Framskrivingsrelasjoner:

Vi regner ikke med inn- eller utflytting for personer som er 70 år eller eldre. For de øvrige aldersgruppene er utflyttingen beregnet ved å multiplisere antall personer ved inngangen av året med tilhørende flytterater. Utflyttingen omfatter både innenlandsk flytting og utvandring.

$$(3.11a) \quad U_r(x, t+1, J) = \hat{u}_r(x, J) \cdot L_r(x-1, t, J); \quad J = M, K \\ x = 1, \dots, 69$$

$$(3.11b) \quad U_r(0, t+1, J) = \hat{u}_r(0, J) \cdot B_r(t+1, J); \quad J = M, K$$

### 3.3.2.3. Framskrivning av brutto innflytting

$I_r(x, t, M)$  er antall menn i alder  $x$  som flytter inn til p.p.-region  $r$  i løpet av år  $t$ ;  
 $x = 0, 1, \dots, 69$ . (Omfatter både innenlandske flyttere og utvandrere.)

$I_r(x, t, K)$  er det tilsvarende tall for kvinner.

$I(x, t, M)$  er summen for riket av innenlandske flyttere og innvandrere for menn i alder  $x$  i år  $t$ ;  $x = 0, 1, \dots, 69$ .

$I(x, t, K)$  er tilsvarende tall for kvinner.

$i_r(x, M)$  er sannsynligheten for at en  $x$  år gammel mann skal bo i p.p.-region  $r$  den 31/12 et år, gitt at han flyttet mellom p.p.-regioner eller inn fra utlandet det året;

$$x = 0, 1, \dots, 69. \quad (\sum_r i_r(x, M) = 1).$$

$i_r(x, K)$  er den tilsvarende størrelsen for kvinner.

Framskrivingsrelasjoner:

Innflyttingen omfatter både innenlandsk flytting og innvandring. Innenlandsk flytting kan beregnes ved å summere utflyttingen, trekke fra utvandringen, og legge til innvandringen.

$$(3.12) \quad I(x, t+1, J) = \sum_r U_r(x, t+1, J) - U'(x, t+1, J) + I'(x, t+1, J); \quad J = M, K \\ x = 0, 1, \dots, 69$$

Innflyttingen fordeles så på de primære prognoseregionene ved å bruke innflyttingsandelene.

$$(3.13) \quad I_r(x, t+1, J) = \hat{i}_r(x, J) \cdot I(x, t+1, J); \quad J = M, K \\ x = 0, 1, \dots, 69$$

Innflyttingsregion er altså forutsatt uavhengig av fraflyttingsregion.

### 3.3.2.4. Framskrivning av folkemengen

De nye bestandene finnes som i tilfellet uten flytting, bortsett fra at vi nå må legge til innflytterne og trekke fra utflytterne. For personer i alder 70 år og over, er både antall utflyttere og antall innflyttere satt lik null. Gruppen "99 år og over" er behandlet som i alternativet uten flytting.

$$(3.14a) \quad L_r(x, t+1, J) = L_r(x-1, t, J) - D_r(x, t+1, J) - U_r(x, t+1, J) + I_r(x, t+1, J); \quad J = M, K \\ x = 1, \dots, 98$$

$$(3.14b) \quad L_r(0, t+1, J) = B_r(t+1, J) - D_r(0, t+1, J) - U_r(0, t+1, J) + I_r(0, t+1, J); \quad J = M, K$$

$$(3.14c) \quad L_r(99, t+1, J) = L_r(98, t, J) - D_r(99, t+1, J) + L_r(99, t, J) - D_r(100, t+1, J); \quad J = M, K$$



### 3.3.3. Framskriving for kommunene (trinn 2)

#### 3.3.3.1. Generelt

Nedbrytingen av tallene for de primære prognoseregionene til kommuner er den samme som for alternativet uten flytting for personer i alderen 50 år og over og for nullåringene.

For personer i alder 1-49 år tas det utgangspunkt i veksten i basisperioden for de fire gruppene gutter og jenter 1-15 år, menn 16-24 år, kvinner 16-24 år og kvinner og menn 25-49 år. Vi refererer til aldersgruppene med indeks  $z$ . Indeksen  $z_{-1}$  betegner aldersgruppen forskjøvet et år bakover. Sammenhengen mellom indeks og aldersgruppe er altså:

aldersgruppe	1	2	3
indeks $z$	1-15 år	16-24 år	25-49 år
$z_{-1}$	0-14 år	15-23 år	24-48 år

Når "aldersgruppe" ( $z$  eller  $z_{-1}$ ) innsettes for alder ( $x$ ), skal symbolet gjelde alle aldre i aldersgruppen under ett:

$$L_r(z,t,J) = \sum_{x \in z} L_r(x,t,J)$$

Vi har beregnet årlig vekstrate i basisperioden for kvinner og menn under ett for aldersgruppene 1-15 og 25-49 år, uten at dette er uttrykt eksplisitt i formlene nedenfor. Vekstratene uttrykker størrelsen på aldersgruppen ( $z$ , år  $t$ ) i forhold til størrelsen på de samme fødselskullene året før ( $z_{-1}$ , år  $t-1$ ). Endringen skyldes nettoflytting, tildels også dødelighet (ubetydelig).

#### 3.3.3.2. Fordeling av personer i aldersgruppen 1-49 år

I den videre beskrivelsen skal vi først stille opp noen definisjoner. Etter det forklarer vi de vekstratene som anvendes på alle årsklasser i hver av de fire gruppene av personer 1-49 år. Derneft forklares beregningene av avgang fra de enkelte årsklasser av kvinner og menn i kommunene på grunn av utflytting og død. Vekst (positiv eller negativ) i bestand og brutto avgang gir tilsammen brutto innflytting for hver årsklasse og hver kommune. Med den formelle beskrivelsen av disse sammenhengene er vi til slutt klar til å stille opp likningene for å framskrive tallet på personer i hver av årsklassene 1-49 år i hver kommune på en måte som gir tall som er konsistente med beregningene for p.p.-regionene i første trinn av framskrivingene.

Definisjoner:

$A_k(x,t,M)$  er samlet avgang ved dødsfall og utflytting fra kommune  $k$  av menn i alder  $x$  i år  $t$ ;  
 $x = 1, \dots, 49$ .

$A_k(x,t,K)$  er den tilsvarende størrelse for kvinner

$I(x,t,M)$  er et anslag på brutto innflytting til p.p.-regionen av menn i alder  $x$  i år  $t$ ;  
 $x = 1, \dots, 49$ .

$I(x,t,K)$  tilsvarende anslag for kvinner.

$I_k(z,t,M)$  er et anslag på brutto innflytting til kommune  $k$  av menn i aldersgruppe  $z$  i år  $t$ ;  
 $z = 1, 2, 3$ .

$I_k(z,t,K)$  er tilsvarende anslag for kvinner.

$q(x,M)$  er dødsraten for menn i alder  $x$ ;  $x = 1, \dots, 49$ . Dette er de samme dødsratene som er brukt i framskrivingens første trinn.

$q(x,K)$  er tilsvarende rate for kvinner.

- $u(x,M)$  er utflyttingsrate for flytting ut av bostedskommunen for  $x$  år gamle menn i p.p.-regionen;  $x = 1, \dots, 49$ . Denne raten er ikke lik den tilsvarende raten for samme p.p.-region i framskrivingens første trinn, siden den omfatter flytting også mellom kommuner innen regionen.
- $u(x,K)$  er den tilsvarende raten for kvinner.
- $u_k(x,M)$  er utflyttingsrate for  $x$  år gamle menn i kommune  $k$ ;  $x = 1, \dots, 49$ . Omfatter innenlandsk flytting, også flytting til andre kommuner i samme p.p.-region, og utvandring.
- $u_k(x,K)$  er tilsvarende rate for kvinner.
- $r_k(z,M)$  Årlig vekstprosent i basisperioden for menn i kommune  $k$  i aldersgruppe  $z$ ;  $z = 1, 2, 3$ .
- $r_k(z,K)$  er tilsvarende vekstprosent for kvinner.
- $p_k(z,t,M)$  er justert vekstprosent i år  $t$  for menn i kommune  $k$  som tilhørte aldersgruppe  $z$ ;  $z = 1, 2, 3$ .
- $p_k(z,t,K)$  er tilsvarende vekstprosent for kvinner.
- $m(z,t,M)$  er en korreksjonsfaktor til vekstprosentene for menn i aldersgruppe  $z$  i p.p.-regionen, som skal sikre at veksten samsvarer med beregningene i framskrivingens første trinn.
- $m(z,t,K)$  er tilsvarende størrelse for kvinner.
- $g$  dempningsfaktor. Forskjellene i vekstprosentene mellom kommuner dempes med  $100 \cdot (1-g)$  prosent pr. år.

Framskrivingsrelasjoner:

#### i. Vekstrater

I det første framskrivingsåret er de justerte vekstprosentene satt lik de observerte vekstprosentene i basisperioden pluss et korreksjonsledd som sikrer konsistens med tallene for p.p.-regionen fra 1.trinn i framskrivingen:

$$(3.15a) \quad p_k(z, t_1, J) = r_k(z, J) + m(z, t_1, J); \quad \begin{array}{l} J = M, K \\ z = 1, 2, 3 \\ t_1 \text{ er første framskrivingsår.} \end{array}$$

For de andre årene beregnes den justerte vekstprosenten ut fra den tilsvarende prosenten året før, men med en dempningsfaktor og et nytt korreksjonsledd:

$$(3.15b) \quad p_k(z, t+1, J) = g \cdot p_k(z, t, J) + m(z, t+1, J); \quad \begin{array}{l} z = 1, 2, 3 \\ J = M, K \\ t > t_1 \end{array}$$

Hensikten med korreksjonsfaktorene er å skape konsistens mellom den befolkningsveksten som modellen beregner for p.p.-regionen som helhet og beregningsresultater fra framskrivingens 1. trinn, som tas for gitt.

Korreksjonsfaktorene regnes ut slik:

$$(3.16a) \quad m(z,t,J) = \frac{L(z,t,J) - L(z_{-1},t-1,J)}{L(z_{-1},t-1,J)} - \frac{\sum_k r_k(z,J) \cdot L_k(z_{-1},t-1,J)}{L(z_{-1},t-1,J)} \quad \begin{array}{l} t = t_1 \\ z = 1,2,3 \end{array} \quad \begin{array}{l} t_1 \text{ er første fram-} \\ \text{skrivingsår} \end{array}$$

$$(3.16b) \quad m(z,t,J) = \frac{L(z,t,J) - L(z_{-1},t-1,J)}{L(z_{-1},t-1,J)} - \frac{\sum_k g \cdot p_k(z,t-1,J) \cdot L_k(z_{-1},t-1,J)}{L(z_{-1},t-1,J)} \quad \begin{array}{l} t > t_1 \\ M = J,K \\ z = 1,2,3 \end{array}$$

Uttrykket for korreksjonsfaktoren består av to ledd. Det første leddet svarer til vekstraten for p.p.-regionen under ett for kohortene som tilhører aldersgruppe  $z$  i år  $t$  (og  $z_{-1}$  i år  $t-1$ ). Denne vekstraten beregnes ut fra resultatene i framskrivingens første trinn. Det andre leddet gir veksten slik den beregnes (før justering) i nedbrytingsmodellen, regnet som gjennomsnitt for alle kommunene i regionen. Forskjellene mellom andre ledd i likning (3.16a) og (3.16b) tilsvarer forskjellen mellom (3.15a) og (3.15b), og skyldes at det før første framskrivingsår tas utgangspunkt i observerte vekstrater for en basisperiode. En kan vise at (3.15) og (3.16) tilsammen gir konsistens med beregningene for p.p.-regionen for modellens første beregningstrinn.

I likning (3.15) inngår det en dempningsfaktor  $g$ . Setter vi inn fra høyresiden i likning (3.15b) i differansen mellom de justerte vekstprosentene for kommune  $i$  og kommune  $j$ , får vi:

$$p_i(z,t+1,J) - p_j(z,t+1,J) = g \cdot [p_i(z,t,J) - p_j(z,t,J)]$$

Forskjellene mellom vekstratene for to kommuner et år er altså  $100(1-g)\%$  mindre enn forskjellen året før. Med tiden vil dermed vekstprosentene for alle kommunene i en region nærme seg den felles vekstprosenten for regionen som helhet.

Det er flere grunner til at denne dempningsfaktoren ble innført. Som nevnt skyldes vekstfaktorene stort sett netto flytting. Av flere grunner vil vi tro at flyttingen mellom kommuner innen en p.p.-region kan bli mer preget av tilfeldigheter enn flyttingen mellom primære prognoseregioner. For det første er mange kommuner svært små. For det andre er avgrensningen av de primære prognoseregionene foretatt slik at de, i hvert fall i sentrale strøk, skal ta sikte på å gruppere sammen kommuner med felles arbeids- og boligmarked. Flyttingen innen en slik region kan variere f.eks. avhengig av utbyggingen av nye boligfelt etc. Forskjellene mellom veksten for kommunene innen en p.p.-region kan derfor lett preges av spesielle forhold i basisperioden som kan endres raskt. Samtidig er det en tendens til at en eksponensiell vekst med faste vekstrater kan tillegge forskjellene i basisperioden urimelig stor vekt utover i framskrivingsperioden.

I modellens 1. trinn med faste utflyttingsrater og innflyttingsandeler kan en vise at det er en slik tendens til utjamning av forskjeller i nettoutflyttingen for de regionale enhetene. Vi mener at en slik utjamning bør gjennomføres også for kommunene innen regionene.

Størrelsen på dempningsfaktoren er ikke estimert i vanlig forstand, men har vært satt til 0,93, dvs. 7 prosent mindre forskjell mellom kommunenes vekstrater hvert år. Dette tallet har vi valgt etter prøveberegninger med en del alternative faktorer. Retningsgivende for valget har vært ønsket om en merkbar utjamning uten at forskjellene i vekstprosent er elimineres for raskt, samt en oppfatning av styrken på den tilsvarende dempningseffekten i modellens 1. trinn.

### ii. Samlet avgang ved dødsfall og utflytting

Summen av dødsfall og antall utflyttere finnes ved å multiplisere folketallet ved inngangen av året med de tilhørende døds- og utflyttingsrater:

$$(3.17) \quad A_k(x, t+1, J) = L_k(x-1, t, J) \cdot [q(x, J) + u_k(x, J)] ; \begin{matrix} J = M, K \\ x = 1, \dots, 49 \end{matrix}$$

Ratene for flytting og dødelighet er slått sammen for å slippe å beregne egne tall for dødelighet for kommunene.

### iii. Anslagene på brutto-innflytting

Netto-veksten i tallet på personer i hver kohort er lik netto-innflyttingen minus dødsfallene. Hvis vi derfor legger sammen tallet for netto tilvekst og tallet for samlet avgang gjennom dødsfall og utflytting, får vi tall for brutto-innflytting for p.p.-regionen under ett.

$$(3.18) \quad I(x, t+1, J) = [L(x, t+1, J) - L(x-1, t, J)] + \sum_k A_k(x, t+1, J); \begin{matrix} x = 1, \dots, 49 \\ J = M, K \end{matrix}$$

Dette tallet på bruttoinnflytting inkluderer i prinsippet både innflytting fra andre regioner (og utlandet), og flytting mellom kommunene innen regionen.

I formel (3.18) som gjelder hele regionen og hver enkelt årsklasse (x), kunne vi bruke den netto-veksten som er beregnet i 1. trinn av framskrivingsmodellen. I anslaget for innflytting til hver kommune bruker vi de justerte kommunevise vekstratene for hver av de tre gruppene av personer 1-49 år, z:

$$(3.19) \quad I_k(z, t+1, J) = L_k(z-1, t, J) \cdot p_r(z, t+1, J) + A_k(z, t+1, J); \begin{matrix} J = M, K \\ z = 1, 2, 3 \end{matrix}$$

Det er vist i Sørensen (1978), avs. 3.5.1 at anslagene på brutto-innvandring etter de to formlene (3.18) og (3.19) er konsistente, dvs.

$$\sum_k I_k(z, t+1, J) = \sum_{x \in Z} I(x, t+1, J); \begin{matrix} J = M, K \\ z = 1, 2, 3 \end{matrix}$$

Vi må nevne at det fins regioner der anslaget på brutto-innvandringen  $I(x, t, J)$  har blitt negativt et stykke ut i framskrivingsperioden. Tallverdien tilsvarer da imidlertid bare ca. 1 person. Vi har ikke foretatt oss noe spesielt i disse tilfellene. Tolkningen av variabelen  $I(x, t, J)$  som brutto-innvandring faller naturligvis sammen i slike tilfelle. Dette tolkningsproblemet er nærmere drøftet i Sørensen (1978), avsnitt 3.5.3.

I formel 3.19 beregnes innflytting for kommunene, men bare for de grove aldersgruppene 1-15, 16-24 og 25-49 år. Innflyttingen for ettårige aldersgrupper finnes ved å forutsette samme aldersfordeling for alle kommunene i regionen. For regionen under ett ble innflytting for ettårige aldersgrupper beregnet i formel (3.18). Vi beregner altså

$$(3.20) \quad I_k(x, t, J) = I_k(z, t, J) \cdot \frac{I(x, t, J)}{I(z, t, J)} \quad \begin{matrix} J = M, K \\ x = 1, \dots, 49 \\ x \in Z \\ z = 1, 2, 3 \end{matrix}$$

For aldersgruppene 1-15 og 25-49 blir også kjønnsfordelingen beregnet på denne måten.

iv. De nye bestandene for aldrene 1-49 i alternativet med flytting

Folketallet finnes ved å ta utgangspunkt i størrelsen på samme kohort ved begynnelsen av året, trekke fra avgangen ved dødsfall og utflytting, og til slutt legge til brutto-innflyttingen.

$$L_k(x, t+1, J) = L_k(x-1, t, J) - A_k(x, t+1, J) + I_k(x, t+1, J) \quad \begin{array}{l} J = M, K \\ x = 1, 2, \dots, 49 \\ x \in Z \\ z = 1, 2, 3 \end{array}$$

I Sørensen (1978) avsnitt 3.5.4, er det vist at for aldersgruppe  $z$  under ett, gjelder følgende sammenheng:

$$(3.22) \quad L_k(z, t+1, J) = L_k(z-1, t, J) \cdot [1 + p_k(z, t+1, J)] ; \quad \begin{array}{l} J = M, K \\ z = 1, 2, 3 \end{array}$$

For hver av de tre aldersgruppene under ett er det altså de justerte vekstprosentene som bestemmer folketallet. Beregningene av avgang ved fødsel og død og brutto innflytting har dermed ingen direkte virkning på totalt folketall i kommunen. Disse bevegningene bestemmer imidlertid aldersfordelingen innenfor de grove persongruppene etter alder og kjønn.

### 3.4. Rateberegninger

#### 3.4.1. Generelt

Arbeidet med å beregne rater utgjør en stor del av beregningsarbeidet med framskrivingene. De ratene vi beregner er også mye brukt av andre som lager befolkningsframskrivinger. Dessverre får rateformlene ofte et komplisert utseende, selv om de uttrykker en enkel tankegang. Vi har derfor samlet rateformlene i et eget avsnitt (avsnitt 3.5). Her i avsnitt 3.4 vil vi gi en oversikt over hvilke rater som beregnes og hvilke prinsipper som følges.

Vi slår ofte sammen flere regioner (p.p.-regionen eller kommuner) når vi beregner rater, siden våre regioner er relativt små i demografisk sammenheng. I slike tilfelle vil flere regioner få samme rater. Selv om hver region da teknisk sett har sitt eget ratesett, kan altså den geografiske enheten som ratesettet er beregnet for, være et aggregat av regioner. For eksempel beregnes dødsratene for hele fylker. Et annet eksempel er fødselsratene for en kommune som er like for alle kommunene i samme fruktbarhetsregion.

#### 3.4.2. Beregning av fødselsrater

Det beregnes to sett av fødselsrater, ett til hvert trinn av modellberegningene. Til bruk i framskrivingene for de primære prognoseregionene (1. trinn) beregnes det rater for grupper av p.p.-regioner der noen av de minste regionene er slått sammen. Hvilke regioner som er slått sammen framgår av vedlegg 2. Råratene beregnes som antall barn født av kvinner på hvert alderstrinn i forhold til middelfolkemengden. Råratene blir deretter glattet ved hjelp av den såkalte Hadwigerfunksjonen (se Berge og Hoen 1974). Nivået på ratene blir tilpasset nivået i de ulike alternativene ved en proporsjonal justering av alle ratene med en felles faktor.

For bruk i modellens annet trinn beregnes det fruktbarhetsrater for de fruktbarhetsområdene som er definert i vedlegg 3. Beregningsmetode er som for de andre fruktbarhetsratene.

#### 3.4.3. Beregning av dødsrater

Dødsrater beregnes for hvert fylke som dødsrater for hele landet multiplisert med en indeks som uttrykker fylkesvise forskjeller i dødelighet.

Dødsratene for hele landet atskiller seg noe fra de som blir publisert fra Byrået i andre sammenhenger. Grunnen til dette er først og fremst at aldersdefinisjonen er forskjellig. I våre

beregninger er alder definert som dødsår minus fødselsår, noe som kan avvike fra alderen ved døds-fallet. Dødsintensiteten estimeres som antall døde i forhold til middelfolkemengden. Disse ratene blir glattet ved et treleddet glidende gjennomsnitt, og deretter transformert til anslag på dødssannsynligheter. Nivået blir tilpasset det siste året i basisperioden ved en proporsjonal justering av alle ratene.

Indeksene som uttrykker regionale (fylkesvise) forskjeller i dødelighet er beregnet for en lengre basisperiode, siste gang 1971-1979, enn ratene for hele landet. Indeksene er beregnet ved indirekte standardisering innen grove aldersgrupper, se Trønnes (1981).

#### 3.4.4. Beregning av rater for brutto utflytting

Det brukes forskjellige rater i modellens 1. og 2. trinn. Råratene beregnes som antall utflyttere i forhold til folketallet ved begynnelsen av hvert av årene i basisperioden. Flyttere mellom kommuner i samme primære prognoseregion er holdt utenom antall flyttere i modellens første trinn. Det samme gjelder utflyttere som flyttet tilbake før året er omme. Det er regnet felles rater for kvinner og menn i aldre under 16 år og over 50 år.

Råratene glattes med såkalte spline-funksjoner, se Sørensen (1979).

Til bruk i nedbrytingen fra primær prognoseregion til kommune beregnes det rater der flyttere mellom kommuner innen samme p.p.-region telles med. Det beregnes to typer av flytterater, ett sett for alle kommunene som tilhører samme p.p.-region og ett sett rater for alle kommuner som tilhører samme region etter en inndeling som grupperer sammen kommuner med relativt like flyttemønstre i 22 regioner.

I beregningene brukes ratene fra den siste typen av beregninger for enkeltkommunene. Men ratene for kommunene i samme p.p.-region justeres proporsjonalt slik nivået blir det samme som for det første settet av rater for p.p.-regionen. Disse ratene glattes ikke.

#### 3.4.5. Beregning av andre parametre i framskrivningen for de primære prognoseregionene (1. trinn)

Utvandringsrater beregnes som utvandrere i basisperioden i forhold til folketallet ved begynnelsen av hvert år. Som en form for glatting er det beregnet felles rater for noen enkeltaldre i aldersgrupper der utvandringen er liten. Innvandrernes kjønns- og aldersfordeling beregnes som den tilsvarende fordeling i en basisperiode. Innflyttingsandeler beregnes som innflyttere til de primære prognoseregionene i forhold til summen av innflyttere og innvandrere for hele landet i en basisperiode. Kjønnsproporsjonen (guttefødselskvotienten) beregnes som andelen gutter av de levendefødte i en basisperiode.

#### 3.4.5. Beregning av andre parametre i framskrivningen for kommunene (2. trinn i framskrivningen)

Vekstrater for de fire persongruppene barn 1-15 år, menn 16-24 år, kvinner 19-24 år og kvinner og menn 25-49 år for hver kommune beregnes som gjennomsnittlig årlig vekst i de aktuelle alderskullene i en basisperiode.

Andelen 98-åringene i p.p.-regionen blant de som er 98 år eller eldre er beregnet ut fra resultatene i 1. trinn av modellen.

#### 3.4.6. Basisperioder brukt i framskrivningen 1982

Som hovedregel har vi i 1982-framskrivningen brukt fireårsperioden 1977-1980 som basisperiode. I noen tilfelle er det avvik fra denne hovedregelen:

- For dødeligheten er basisperioden for dødsratene for hele landet 1979-1980, mens indeksene som uttrykker regionale forskjeller er beregnet for perioden 1971-1979. Vi ønsket her en lengre periode på grunn av usikkerheter i de (små) regionale tallene.
- Kjønnsproporsjonen ved fødselen er beregnet for perioden 1968-1975. Kjønnsproporsjonen endrer seg lite over tid.

### 3.5. Rateberegninger (formler)

#### 3.5.1. Generelt

Notasjonen følger definisjonene ellers i kapittel 3. Indeksen  $t$  betegner her ett eller flere år i basisperioden.

#### 3.5.2. Fruktbarhetsrater

Først har vi beregnet et sett av "råratene" ut fra observasjoner i basisperioden.

$$(3.23) \quad f_r(x) = \frac{\sum_t B_r(x,t)}{\sum_t 0,5 \cdot [L_r(x-1,t-1,K) + L_r(x,t,K)]}; \quad x = 15, \dots, 44$$

Ved beregningen av råratene har vi slått sammen endel av de minste primære prognoseregionene for å få et tilfredsstillende antall observasjoner bak hver rate. Vi har derfor 60 regioner ved rateberegningen. En liste over hvilke regioner som er slått sammen kan finnes i vedlegg 2.

For å utjevne virkningene av at noen årsklasser i et område av tilfeldige årsaker kan ha fått svært høye eller svært lave fødselsrater i observasjonsperioden, er råratene for hvert av de 60 områdene glattet ved hjelp av Hadwigerfunksjonen. Parametrene i denne funksjonen er estimert på grunnlag av råratene, som forklart av Berge og Hoem (1974). De glattede ratene er deretter beregnet ved hjelp av de estimerte Hadwigerparametrene.

Hadwigerfunksjonen beskriver mønstret i fruktbarhetsratene ved hjelp av bare fire parametre. Dette, sammen med sammenslåingen av p.p.-regionene, er en måte å møte problemet med små datagrunnlag på, samtidig som en får tatt hensyn til regionale forskjeller i fruktbarheten.

Fruktbarhetsratene har så langt et nivå som tilsvarer gjennomsnittet i basisperioden. Forutsetningene i framskrivningen knytter seg imidlertid som regel til nivået i basisåret, dvs. året før første framskrivningsår. Ratene justeres derfor proporsjonalt slik at framskrivningsformelen, anvendt på basisåret, gir det observerte barnetallet dette året.

$$(3.24a) \quad \hat{f}_r(x) = s \cdot \tilde{f}_r(x)$$

$$(3.24b) \quad \sum_r \sum_x s \cdot \tilde{f}_r(x) \cdot L_r(x-1, t_0, K) = B_{t_0}$$

Ratene  $\hat{f}_r(x)$  blir brukt i framskrivingsalternativer der vi forutsetter konstant fruktbarhet. I framskrivingsalternativer der vi forutsetter endringer i fruktbarhet i framskrivingsperioden justeres alle rater  $\hat{f}_r(x)$  proporsjonalt.  $\tilde{f}_r(x)$  betegner de glattede råratene før justering. Justeringsfaktorene  $s$  blir indirekte definert av likning (3.24.b), der  $B_{t_0}$  er samlet antall fødsler i basisåret.

Beregningen av fruktbarhetsrater for fruktbarhetsregionene skjer med de samme formlene, men uten justering som i formel (3.24).

#### 3.5.3. Dødsrater

Dødsratene er sammensatt av to komponenter:

$$(3.25) \quad \hat{q}_r(x, J) = T_r(x, J) \cdot q(x, J) \quad J = M, K$$

Her er  $q()$  dødsrater for hele landet, mens  $T_r()$  er en indeks som uttrykker regionale dødelighetsforskjeller. Oppsplittingen i to komponenter gjør det mulig å ta i betraktning regionale forskjeller for en lengre tidsperiode enn den som gir det aktuelle dødelighetsnivået.

## i. Beregning av dødsrater for hele landet

Vi har først estimert en dødsintensitet med formelen:

$$(3.26) \quad m(x,J) = \frac{\sum_t D(x,t,J)}{\sum_t G(x,t,J)} \quad \begin{array}{l} J = M,K \\ x = 0, \dots, 100 \end{array}$$

$G()$  er et anslag på gjennomlevet tid, og beregnes slik.

$$\begin{array}{l} G(0,t,J) = 0,5 (B(t,J) + L(0,t,J)) \\ G(x,t,J) = 0,5 (L(x-1,t-1,J) + L(x,t,J)) \end{array} \quad \begin{array}{l} J = M,K \\ J = M,K \\ x = 1, \dots, 100 \end{array}$$

Intensitetene beregnes altså, bortsett fra for nullåringene, som vanlige rater med middelfolkemengde i nevneren. De transformeres deretter til estimater på dødssannsynligheter slik:

$$(3.27) \quad \tilde{q}(x,J) = 1 - \exp(-m(x,J)) \quad \begin{array}{l} J = M,K \\ x = 0, \dots, 100 \end{array}$$

I uttrykket for gjennomlevet tid for nullåringene inngår antall fødte, siden alle nullåringene er født i løpet av året. Nullåringene har gjennomsnittlig ca. et halvt års levetid i det kalenderåret de blir født. En kan derfor oppfatte  $0,5 \cdot G(0,t,J)$  som anslag på gjennomlevet tid. En må da eventuelt ta hensyn til dette også i likning (3.27) ved å gange eksponenten med 0,5. Uttrykkene over følger ved forkorting. Begrepet dødsintensitet og sammenhengen med dødssannsynligheten er forklart f.eks. i Hoem (1970, kap. 7).

Tilslutt er ratene glattet ved 3-leddet, uveid glidende gjennomsnitt

$$(3.28) \quad q(x,J) = \frac{1}{3} [\tilde{q}(x-1,J) + \tilde{q}(x,J) + \tilde{q}(x+1,J)] \quad \begin{array}{l} J = M,K \\ x = 3, \dots, 99 \end{array}$$

For aldersgruppen 100 år og over er dødsraten satt til 0,7. Denne dødsraten er ikke estimert ut fra data i vanlig forstand. Den gir imidlertid en forventet levetid for 99-åringer som omtrent tilsvarer forventet gjenstående levetid i Byråets dødelighetstabeller, når vi tar hensyn til forskjell i aldersdefinisjoner.

## ii) Beregning av indekser for regionale dødelighetsforskjeller

Indeksene  $T_r(x,J)$  er beregnet ved indirekte standardisering (Standardized Mortality Ratio) innen aldersgruppene 1-49 år, 50-79 år og over 80 år, se Trønnes (1982), eller Matthiesen (1970) kap. 7.1). Indeksen angir observert antall døde i en gitt aldersgruppe i et fylke i forhold til det beregnede antall vi ville fått ut fra dødsrater for hele landet og befolkningen i fylket i hver enkelt aldersklasse.

For nullåringene har vi beregnet indeksten slik:

$$\frac{\sum_t D_r(0,t,J)}{\sum_t B_r(t,J)} / \frac{\sum_t D(0,t,J)}{\sum_t B(0,t,J)} .$$



### 3.5.4. Rater for brutto utflytting

Utflyttingsratene omfatter både innenlandsk flytting og utvandring.

Det er ikke gjort forsøk på å legge inn trender i flyttetilbøyelighetene. En person som har meldt flere flyttinger i et år, er regnet som utflytter dersom vedkommende ikke flyttet tilbake til utgangsregionen i løpet av året. En slik person blir regnet som innflytter til den primære prognoseregionen som var bostedet den 31/12 i året.

Utflyttingsratene er beregnet ved å sette antall utflyttere i hver kohort et år i forhold til kohortens størrelse ved begynnelsen av året.

Det er sett bort fra flytting for personer som er 70 år eller eldre.

Utflyttingsratene estimeres ved:

$$(3.29a) \quad u_r(x, J) = \frac{\sum_t U_r(x, t, J)}{\sum_t L_r(x-1, t-1, J)} ; \quad \begin{array}{l} J = M, K \\ x = 1, \dots, 69 \end{array}$$

$$(3.29b) \quad u_r(0, J) = \frac{\sum_t U_r(0, t, J)}{\sum_t B_r(t, J)} ; \quad J = M, K$$

Det er brukt samme rateformler for alle tre sett med utflyttingsrater. De ratene som er brukt i framskrivnings 1. trinn er glattet med en variant av spline-funksjoner (se Sørensen 1979). Det blir da regnet felles rater for menn og kvinner i aldre under 16 og over 49 år.

Til bruk i nedbrytingsmodellen er det beregnet to sett flytterater. Et sett flytterater er beregnet for de samme p.p.-regionene som ratene i modellens 1. trinn. Forskjellen består i at de ratene som brukes i nedbrytingsprogrammet også inkluderer flytting mellom kommuner i p.p.-regionen. Det andre ratesettet er beregnet for en kommunegruppering som er presentert i Stordahl (1973).

Denne kommunegrupperingen tar sikte på å gruppere sammen kommuner som er mest mulig homogene med hensyn på flytting. Gruppene, 22 i alt, danner ikke sammenhengende regioner. Ofte vil de primære prognoseregionene, som er tenkt som funksjonelle regioner, bestå av kommuner som tilhører ulike kommunegrupper. Vi får dermed på en måte tatt hensyn til forskjeller i flytteaktiviteten mellom kommunene i de primære prognoseregionene.

Nivået på disse flytteratene er justert ut fra ratene for p.p.-regionen under ett. I denne normeringen bruker vi de ratene for p.p.-regionen som inkluderer flytting innen regionen. Betegner vi de unormerte ratene med  $u_k(x, J)$  får vi:

$$(3.30a) \quad u_k(x, J) = \hat{u}_k(x, J) + v(x, J), \text{ der } v(x, J) \text{ finnes ved likningen}$$

$$(3.30b) \quad \sum_k [\hat{u}_k(x, J) + v(x, J)] \frac{L_k(x, t_0, J)}{L(x, t_0, J)} = u(x, J) \quad \begin{array}{l} J = M, K \\ x = 0, \dots, 49 \\ t_0 \text{ er basisåret.} \end{array}$$

### 3.5.5. Innflyttingsandeler

Innflyttingsandelene omfatter både innenlandsk flytting og innvandring. Innflyttingsandelene er estimert ved:

$$(3.31) \quad \hat{i}_r(x, J) = \frac{\sum_t I_r(x, t, J)}{\sum_t I(x, t, J)} ; \quad \begin{array}{l} J = M, K \\ x = 0, 1, \dots, 69 \end{array}$$

### 3.5.6. Utvandringsrater og kjønns- og aldersfordeling for (brutto-) innvandringen

En vurdering av inn- og utvandringsrelasjonene er gitt i kapittel 4 i Sørensen (1977).

Ratene for utvandring og aldersfordelingen for innvandrere er i store trekk beregnet som de tilsvarende rater og aldersfordelingen som gjaldt i basisperioden under ett.

Ved beregningen av utvandringsratene er det forutsatt like rater for begge kjønn i aldrene 0-15 år. Det samme gjelder aldersgruppen 50-54 år. Dette gir en viss glatting av ratene.

$$(3.32a) \quad \hat{u}'(0, J) = \frac{\sum_{i=M, K} \sum_t U'(0, t, i)}{\sum_t B_r(t)} ; J = M, K$$

$$(3.32b) \quad \hat{u}'(x, J) = \frac{\sum_{i=M, K} \sum_t U'(x, t, i)}{\sum_{i=M, K} \sum_t L(x-1, t-1, i)} ; x = \begin{matrix} J = M, K \\ 1, \dots, 15 \\ 50, \dots, 54 \end{matrix}$$

For aldersgruppene 16-49 år er utvandringsratene ikke glattet.

$$(3.32c) \quad \hat{u}'(x, J) = \frac{\sum_t U'(x, t, J)}{\sum_t L(x-1, t-1, J)} ; x = 16, \dots, 49 ; J = M, K$$

Vi har regnet med at utvandringsratene er uavhengig av alder og kjønn innen hver av aldersgruppene 55-59 år, 60-64 år og 65-69 år. Det er sett bort fra flytting for personer i alderen 70 år og eldre.

$$(3.32d) \quad \hat{u}'(x, J) = \frac{\sum_{i=M, K} \sum_t \sum_{n=s}^{s+4} U'(n, t, i)}{\sum_{i=M, K} \sum_t \sum_{n=s}^{s+4} L(n-1, t-1, i)} ; \begin{matrix} J = M, K \\ x = 55, \dots, 69 \\ s = 55 \text{ for } x = 55, \dots, 59 \\ s = 60 \text{ for } x = 60, \dots, 64 \\ s = 65 \text{ for } x = 65, \dots, 69 \end{matrix}$$

Aldersfordelingen for innvandrerne er glattet etter de samme prinsippene som utvandringsratene. 0 og 1-åringene er imidlertid holdt utenfor glattingen, siden det er en markert overvekt av jenter blant innvandrerne i disse aldrene.

$$(3.33a) \quad \hat{i}'(x, J) = \frac{\sum_t I'(x, t, J)}{\sum_t I'(t)} ; x = 0, 1, 16, \dots, 49 ; J = M, K$$

Det er forutsatt at fordelingen på ettårige aldersklasser innen aldersgruppen 2-15 år er lik for kvinner og menn. En tilsvarende forutsetning er gitt for aldersgruppen 50-54 år.

$$(3.33b) \quad \hat{i}'(x, J) = \frac{\sum_t \sum_{n=2}^{15} I'(n, t, J)}{\sum_t I'(t)} \cdot \frac{\sum_t \sum_{i=M, K} I'(x, t, i)}{\sum_t \sum_{i=M, K} \sum_{n=2}^{15} I'(n, t, i)} ; \begin{matrix} J = M, K \\ x = 2, \dots, 15 \end{matrix}$$

$$(3.33c) \quad \hat{i}'(x,J) = \frac{\sum_t \sum_{n=50}^{54} I'(n,t,J)}{\sum_t I'(t)} \cdot \frac{\sum_t \sum_{i=M,K} I'(x,t,1)}{54} ; J = M,K$$

$$; x = 50, \dots, 54$$

$$\sum_t \sum_{i=M,K} \sum_{n=50} I'(n,t,i)$$

Innen hver av aldersgruppene 55-59 år, 60-64 år og 65-69 år, er dessuten fordelingen av innvandrerne på ettårige aldersklasser forutsatt uavhengig av alder.

$$(3.33d) \quad \hat{i}'(x,J) = \frac{\sum_t \sum_{n=s}^{s+4} I'(n,t,J)}{\sum_t I'(t)} \cdot \frac{1}{5} ; J = M,K$$

$$x = 55, \dots, 69$$

$$s = 55 \text{ for } x = 55, \dots, 59$$

$$s = 60 \text{ for } x = 60, \dots, 64$$

$$s = 65 \text{ for } x = 65, \dots, 69$$

Det er sett bort fra innvandring av personer i alderen 70 år og over.

### 3.5.7. Vekstrater for kommunene

De observerte vekstratene er beregnet slik:

$$(3.34a) \quad r_k(z,J) = \frac{\sum_t \sum_{J=M,K} [L_k(z,t,J) - L_k(z_{-1},t-1,J)]}{\sum_t \sum_{J=M,K} L_k(z_{-1},t-1,J)} ; J = M,K$$

$$z = 1,3, \text{ dvs. aldersgruppene 1-15 og 25-49 år}$$

$$(3.34b) \quad r_k(z,J) = \frac{\sum_t [L_k(z,t,J) - L_k(z_{-1},t-1,J)]}{\sum_t L_k(z_{-1},t-1,J)} ; J = M,K$$

$$z = 2, \text{ dvs. for aldersgruppene 16-24 år}$$

Her betegner  $z$  aldersgruppe. For aldersgruppene 1-15 år og 25-49 år er det altså regnet samme vekstrate for begge kjønn. Vekstratene uttrykker endringen (ved dødsfall og netto-flytting) for de samme kohortene fra et år til det neste.

## 4. METODER FOR AVRUNDING AV TALL I MODELLEN

### 4.1. Innledning

Ved befolkningsframskrivinger må vi alltid gi tall i hele personer. Når vi i modellen multipliserer persontall med andeler og rater får vi derfor behov for å avrunde resultatene.

Vanligvis betyr ikke avrundingsfeil så mye, de er som regel små, og en kan vente at positive og negative utslag grovt sett vil oppveie hverandre. To forhold gjør at det ikke alltid blir problemfritt i den regionale befolkningsmodellen:

- Små rater og små bestander fører til en mengde tall som blir under  $\frac{1}{2}$  og som faller bort ved avrundning. Tall mellom 1 og 2 vil uforholdsmessig ofte falle nær 1, osv. På den måten vil ikke negative og positive utslag oppveie hverandre
- Siden det stort sett er de samme (små) regionene som får brøker som avrundes til null år etter år i framskrivingsperioden vil feilene kumuleres og få tildels betydelig omfang.

Det har vist seg at ved bruk av vanlige avrundingsregler har vi bl.a. fått en årlig underestimering av tallet på døde på ca. 1 000 personer, eller 2,5 prosent for landet under ett.

Dette er bakgrunnen for at det er utviklet to spesialrutiner for avrundning av tall i modellen. Den ene rutinen er svært spesiell og gjelder særegne avrundingsproblemer i tilknytning til beregning av tall på døde. Den er beskrevet i kap. 4.2. Den andre rutinen som beskrives i kap. 4.3, er en mer

generell rutine for eliminering av normal avrundingsfeil, som f.eks. at summen av prosenttall skal summere seg til 100, og ikke til 99 eller 101. Rutinen er helt generell og kan brukes av alle som ønsker konsistens eller å fjerne skjønnhetsfeil i produksjon av tabeller. Den blir brukt i befolkningsmodellen og også i noen andre sammenhenger.

Både rutinene og dokumentasjonen av dem bærer preg av å være ganske nummerisk orientert. I rutinen i kap. 4.2 har vi imidlertid også et relativt komplisert samspill mellom numeriske og demografiske faktorer. Vi kan si at denne rutinen er bygget opp som et samspill mellom de tre faktorene "bruk av dødelighetstabeller", "regional nedbryting" og "teknikker ved behandling av tall".

#### 4.2. Spesiell prosedure for avrundning av tall på døde

##### 4.2.1. Illustrasjon av problemet

Hvert år beregnes det tall for døde fordelt etter alder, kjønn og primære prognoseregioner. Med 101 ettårige aldersklasser, 96 regioner og 2 kjønn blir det  $(101 \times 96 \times 2) = 19392$  tall for døde. De siste årene har summen av disse tallene, dvs. landssummen, ligget på vel 40 000 personer. I hver enkelt celle, dvs. hver enkelt kombinasjon av ettårsklasse, kjønn og region, har vi derfor i gjennomsnitt ca. 2 døde personer hvert år.

Problemet oppstår når hvert av de 19 392 tallene skal avrundes før de så trekkes fra de opprinnelige befolkningstall for å beregne nye tall på den levende befolkning. Det innebærer andre og til dels større problemer å ikke telle personer i hele antall, og det må også være overensstemmelse mellom tall på levende ved utgangen av to påhverandre følgende år og tall på døde i løpet av året. Overensstemmelse på alle sumnivåer forutsetter også at det er overensstemmelse innenfor hver av enkeltcellene. Hvis de 19 392 avrundingsfeilene hadde vært jevnt fordelt rundt null, slik avrundingsfeil vanligvis er, hadde problemet vært lite. Vi ville da hatt et standardavvik nær 40 på anslaget på landssummen og derfor aldri bommet med mer enn 100 personer totalt i året. At standardavviket i et slikt normaltilfelle blir nær 40 skyldes at hver enkelt avrundingsfeil er rektangulærfordelt over intervallet  $(-0.5, +0.5)$  og at variansen i den fordelingen er  $1/12$ . Dermed blir variansen til landssummen  $19\,392/12 = 1\,616$ , og standardavviket er kvadratroten av dette.

Før avrundning består tallet på døde i hver enkeltcelle av et helt tall og en rest. Normale avrundingsregler forutsetter at restene fordeler seg jevnt mellom 0 og 1, eller mer presist at de følger rektangulærfordelingen mellom 0 og 1. Med mange aldersklasser med svært lav dødsrisiko og i tillegg små prognoseregioner, er det naturlig at vi i mange av cellene får tall på døde som ligger langt under gjennomsnittet på 2 personer. Optelling av beregningene for året 1983 viser at tallene før avrundning blir mindre enn 0.5 døde i hele 9 896 av cellene. Dette er hele 51 prosent. 12 062 (62 prosent) av cellene har tall for døde mindre enn 1. Med slike skjevheter er det naturlig nå å tro at heller ikke restene kan fordele seg jevnt mellom de hele tall 0,1, osv. Som vi skal se i det videre, gjør de heller ikke det.

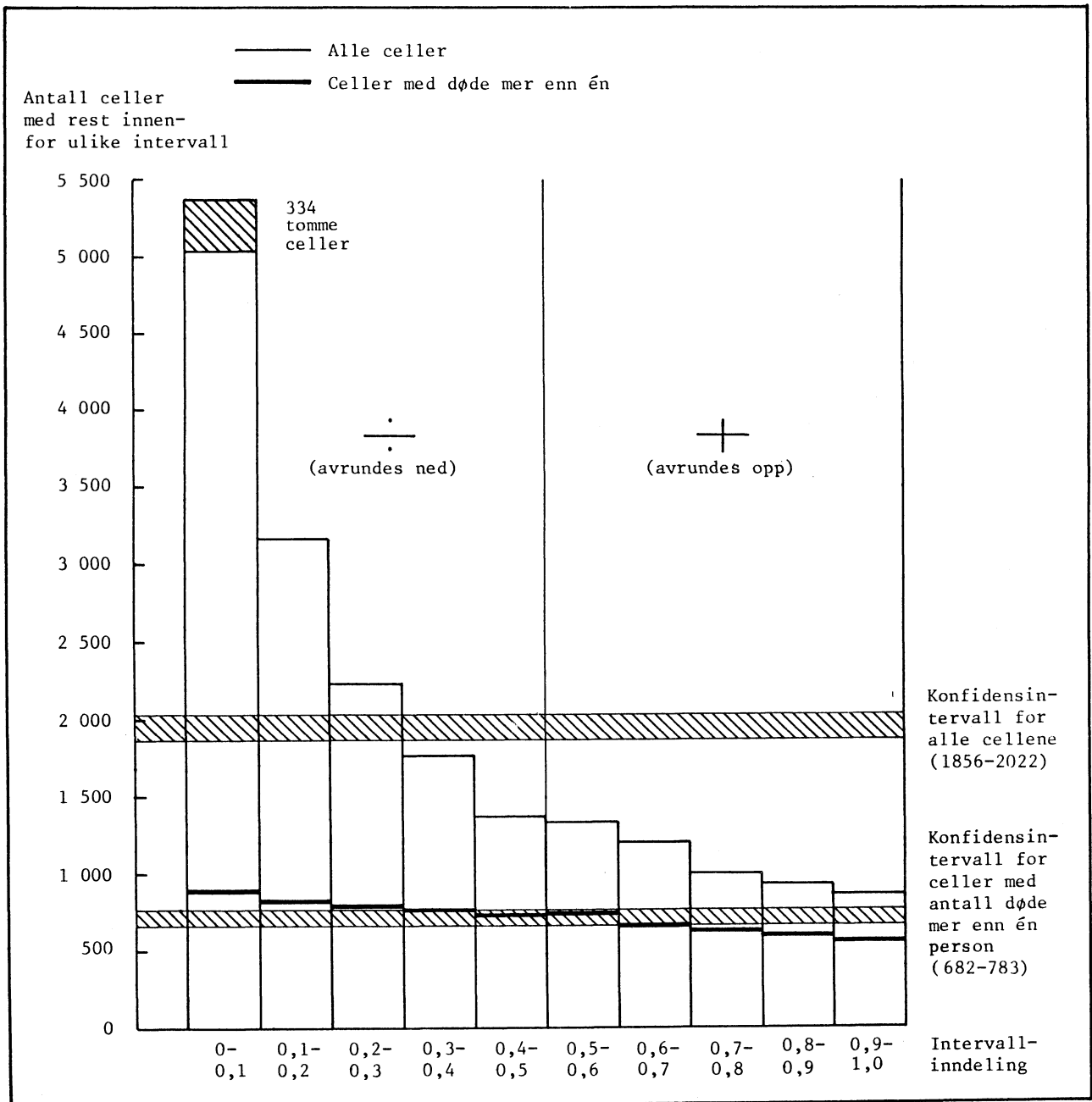
Tabell 4.1 viser fordeling av heltall og rester for de 19 392 cellene, og søylediagrammet i figur 4.1 viser fordelingen av restene alene ved beregningen av tall for døde i 1983. Tall-linjen mellom 0 og 1 er delt opp i 10 intervaller og vi har så talt opp hvor mange celler som har rest liggende mellom 0 og 0,1, mellom 0,1 og 0,2 osv. I tabellen er restene også fordelt etter størrelsen på heltallet (forspalten) t.o.m. 19 døde. For celler med 20 døde eller mer viser nest nederste linje restfordelingen for disse under ett. Vi ser uten videre at for disse 211 cellene er restene relativt jevnt fordelt.

Tabellen viser f.eks. at det er 4 478 celler som har tall på døde mellom 0 og 0,1, at det er 274 celler som har tall på døde mellom 1,2 og 1,3, at det er 21 celler har dødstall mellom 8.9 og 9,0 osv.

Tabell 4.1. Antall celler med dødstall innenfor intervaller på 0,1. P.p-regioner 1983. Døde, intervaller for rest

Heltall	[0,0- 0,1]	[0,1- 0,2]	[0,2- 0,3]	[0,3- 0,4]	[0,4- 0,5]	[0,5- 0,6]	[0,6- 0,7]	[0,7- 0,8]	[0,8- 0,9]	[0,9- 1,0]	Sum
0 .....	4 478	2 346	1 450	995	627	571	540	394	352	309	12 062
1 .....	287	244	274	269	230	218	213	197	174	170	2 276
2 .....	185	170	160	147	135	159	122	133	105	96	1 412
3 .....	125	117	77	84	113	112	92	86	96	73	975
4 .....	63	83	79	75	64	67	69	64	58	59	681
5 .....	55	41	45	51	37	52	37	36	35	32	421
6 .....	43	46	32	42	38	44	37	31	34	37	384
7 .....	27	30	21	28	19	32	28	22	15	17	239
8 .....	27	16	20	15	17	10	14	13	24	21	177
9 .....	13	15	12	12	12	7	13	19	9	16	128
10 .....	12	9	9	10	10	12	10	5	6	16	99
11 .....	16	9	6	9	9	6	11	5	5	5	81
12 .....	6	6	10	0	7	3	9	2	5	5	53
13 .....	9	3	4	6	3	5	2	2	7	3	44
14 .....	2	6	6	2	3	2	5	0	4	4	34
15 .....	3	4	1	3	2	5	3	1	4	4	30
16 .....	2	5	3	2	2	7	4	6	4	1	36
17 .....	0	1	2	4	2	1	1	2	4	3	20
18 .....	3	1	1	2	1	0	1	1	3	1	14
19 .....	3	0	4	0	1	1	0	1	3	2	15
20+ .....	20	19	29	20	26	23	15	23	18	18	211
Sum .....	5 379	3 171	2 245	1 776	1 358	1 337	1 226	1 043	965	892	19 392

Figur 4.1. Antall celler med "rest av døde" i 10 intervaller. Søylediagram. P.p regioner 1983



Hvis restene hadde vært rektangulærfordelt, skulle vi forventet å finne 19 392/10 i hvert av de 10 intervallene. Standardavviket til et vilkårlig av intervallene ville vært kvadratrotten av  $(19\ 392 \times 0,1 \times 0,9) = 41,5$ , jfr. den binomiske fordelingen. Det gir et 95 prosent konfidensintervall fra 1 856 til 2 022 celler for hvert av de 10 intervallene, (forventning  $\pm 2 \times$  standardavviket). Konfidensintervallet er markert med skravert felt på figur 4.1, mens søylene markerer de celletall vi fant. Ved rektangulærfordeling av avrundingsfeilen skulle altså søylene ha ligget innenfor det skraverte feltet mellom 1 856 og 2 022. Vi ser at søylene langt fra fordeler seg jevnt. Det avsløres også at det er cellene med de færreste brøkdeler av døde, dvs. søylene til venstre, som ødelegger jevnheten mest. I tabell 4.1 ser vi videre at det spesielt er de 12 062 cellene med døde mindre enn 1 (første linje i tabellen) som skaper skjevheten. På figuren er også inntegnet det søylediagram vi får når vi ser bort fra disse 12 062 cellene. Det er da 7 330 tilbake. Det skraverte feltet mellom 682 og 783 celler viser det tilsvarende konfidensintervallet. Vi ser at det fortsatt er skjevhet i fordelingen, men at den nå er betydelig mindre. Først ved mengden av celler med mer enn 8 hele døde tåler imidlertid materialet en test mot rektangulærfordelingen. Da er det kun 765 av cellene, eller snautt 4 prosent, som er med. Men hovedkonklusjonen ser vi av de to søylediagrammene: Det er mengden av celler med færre enn én død som skaper de enorme skjevhetene.

Av de 19 392 cellene er det noen som egentlig bør holdes utenfor betraktningen. Det gjelder celler hvor det ikke finnes personer ved begynnelsen av året, og som derfor alltid vil få null døde og da også 0,00 i rest. Slike celler finner vi særlig ved høye aldre og det er i alt 334 av dem i denne beregningen for 1983. De svarer til den skraverte toppen i venstre søyle i figuren. Vi ser at dette betyr lite for resonnementet ellers. Hvis vi holder dem utenfor de 4 478 (se tabell 4.1) er det fortsatt  $(9\ 896 - 334) = 9\ 562$  av  $(19\ 392 - 334) = 19\ 058$ , dvs. over 50 prosent av cellene som har ekte rester på mindre enn 0,5 person. Det betyr altså at halvparten av alle ikke-tomme celler vil få null døde ved bruk av vanlige avrundingsregler.

Den feil vi gjør ved bruk av vanlig avrundning fører til at vi på landsnivå mister ca. 1 000 dødsfall hvert år. Av disse har ca. 900 sin årsak i de  $(12\ 062 - 334)$  ikke-tomme cellene hvor tallet på døde ikke overstiger én person. I alt utgjør tapet ca. 2,5 prosent av totaltallet for døde. Sterkest slår det ut i de minste prognoseregionene, hvor tapet kan komme opp i over 10 prosent. For folketallet vil vi få en tilsvarende overestimering og det vil i tillegg oppstå en aggregeringseffekt utover i framskrivingsperioden. Det er også helt utilfredsstillende at det for enkelte aldersklasser med lav dødelighet, f.eks. 11-årige jenter, bare vil bli beregnet 1 død pr. år på landsnivå. Dette vil bare skje for stor-regionen Oslo og Akershus, mens for alle andre regioner vil tallet bli avrundet ned til null. Alle de små restene summerer seg opp til 8 døde i eksemplet med 11-årige jenter. Av disse ville vi altså ha mistet 7.

#### 4.2.2. Hvilke hensyn må vi ta ved utvikling av metode?

I avsnittet foran har vi illustrert hvordan vanlige avrundingsregler virker inn på nivå-tallet for døde. Ved valg av metode er det også et par andre hensyn vi må ta. Følgende tre faktorer bør tillegges vekt:

- (1) Nivå-tall på døde skal være i overensstemmelse med tall vi får når vi bruker en landsmodell direkte. Regionalisering av modellen skal altså ikke påvirke sumtallene på landsnivå, jfr. avsnittet foran.
- (2) Med unntak av forskjeller i regional dødelighet skal hver kohort reduseres eller dø ut i takt med gjeldende dødelighetstabell for alle prognoseregioner. Avrundingsreglene skal altså ikke føre til at det oppstår opphopning av avrundingsfeil i noen aldersklasser i noen av regionene.
- (3) Summen over alder og kjønn av døde i p.p.-regionene bør hvert år være tilnærmet proporsjonal med folketallet i regionene. Vi bør derfor ha regler som fordeler også avrundingsfeil jevnt på regionene.

Den metoden vi skal presentere i avsnitt 4.2.3 tar direkte hensyn til (1) og (2). Vi fant imidlertid ingen metode som samtidig direkte sikrer at også (3) blir oppfylt. Selv om tallet på døde i

den enkelte aldersklasse blir avstemt og fordelt på regionene og over tid i overensstemmelse med dødelighetsratene, risikerer vi at samlet tall på døde i den enkelte region kan få en ujevn og lite sannsynlig fordeling over tid. Imidlertid er metoden slik at forventningen til den skjevhet vi kan få av type (3) er null. Men dette blir vi ikke sikret helt automatisk. I kapittel 4.2.4 beskriver vi nærmere hvordan metoden virker på akkurat dette punkt.

#### 4.2.3. Metodens utforming

##### 4.2.3.1. Hvordan rutinen virker

Før vi gir den formelle beskrivelsen av metoden vil vi nærme oss den verbalt. Følgende er en beskrivelse av hvordan en vilkårlig kohort blir behandlet.

Første år i framskrivingsperioden gjør vi følgende for hver ett-årig aldersklasse:

1. Tall på døde regnes ut i hver p.p.-region v.h.j.a. den dødssannsynlighet som svarer til aldersklassen. Tallene avrundes foreløpig ikke.
2. Tallene summeres med alle desimaler til landsnivå og landssummen avrundes etter vanlig avrundingsregel. Dette tallet blir fasit og er det tall vi skal få ved summering etter at de regionale dødstall er avrundet.
3. Hvert av de ikke-avrundede tall for regionene splittes i heltall og rest. Heltallet regnes som foreløpig dødstall, etter avrunding vil endelig dødstall enten være dette eller én høyere.
4. De foreløpige dødstall summeres så til landsnivå og trekkes fra fasit-tallet i pkt. 2. Differensen er det tall på døde som skal fordeles på regioner i tillegg til de foreløpige dødstallene.
5. Restene fra hver av regionene rangeres etter synkende rekkefølge.
6. Regionen med den høyest rest får én død i tillegg til sitt foreløpige tall, regionen med nest høyest rest det samme, osv. helt til tallet på regioner som har fått én død i tillegg er lik differens-tallet vi regnet ut i punkt 4. For de øvrige regionene blir det foreløpige tallet også det endelige. Ved å forhøye oppover det nødvendige antall ganger har vi nå oppnådd at fasit-tallet i pkt. 2 stemmer. I mange tilfelle, tilsammen 1 000 i året på landsnivå, jfr. kap. 4.2.1, har vi nå forhøyet til en "ekstra død" i regioner hvor resten var mindre enn 0,5.

Vi er nå ferdige med å beregne tall på døde i regionene det første året, og har tatt hensyn til (1) i kapittel 4.2.2. Vi må nå også ta hensyn til (2). Det innebærer at de regioner som fikk seg tildelt én ekstra død det første året uten at normal avrunding skulle tilsi det skal sikres mot å få en ekstra død i samme kohort også det neste året. Tvertimot skal det nå være slik at regioner som "sto for tur" ved utdelingen i pkt. 6 og som ikke fikk det foreløpige tallet forhøyet bør få større sjanse til det året etter. Dette har vi ordnet slik at vi i regionene akkumulerer restene for hver kohort over år. Når en region får én død person i tillegg til foreløpig tall, som følge av at resten er blitt blant de største, trekkes det én hel (den "ekstra døde") fra den akkumulerte resten, slik at den nå blir blant de minste. Restene vil initialt ligge mellom 0 og 1 og resultatet etter justeringen det første året er da at de regionene som fikk en ekstra død vil ha negativ rest. Restene varierer nå stort sett mellom -0,5 og +0,5.

Det neste år i framskrivingsperioden gjentas prosessen 1-6 med det unntak at resten som skilles ut i pkt. 3 legges til de gamle restene fra året før, og at det er disse summene som rangeres i pkt. 5 og som legges til grunn for tildeling av tilleggsdødsfall i pkt. 6. De regioner som får tildelt én "ekstra død" dette året, blir så fratrukket én i rest på samme måte som for året før. Slik fortsetter det gjennom hele framskrivingsperioden.

Dette fungerer slik at små regioner får små rester som akkumuleres sakte med årene. Dermed får disse sjeldent tilleggsdødsfall. Regioner som f.eks. er så store at dødstallet før avrunding for visse aldre ligger rundt 0,8 gjennom noen år, vil derimot få én "død ekstra" i 4 av de 5 første årene. Dette blir i tråd med det vi ønsker å ta hensyn til ved (2) i kap. 4.2.2.



## 4.2.3.2. Formell utforming av metoden

Til den formelle beskrivelsen er det nødvendig å innføre noen symboler. En del av dem er analoge med symbolene i kap. 3.

- $D_r(x,t,J)$  er tallet på døde før avrunding i p.p.-region  $r$ , kjønn  $J$ , år  $t$ , som var født i år  $t-x$ ,  $x=0,1,\dots,99$ .
- $D_r(100,t,J)$  er tallet på døde før avrunding i p.p.-region  $r$  av kjønn  $J$  i år  $t$  som var født i år  $t-100$  eller før.
- $DT_r(x,t,J)$  er den trunkerte verdi av  $D_r(x,t,J)$ , dvs. nærmeste hele tall mindre enn  $D_r(x,t,J)$ , altså det foreløpige tall på døde.

Når fotskriften  $r$  mangler på  $D$  og  $DT$  betyr det at tallene er summert over p.p.-region til landsnivå.

- $DR_r(x,t,J)$  er rest-tallet etterat  $DT_r(x,t,J)$  er trukket fra  $D_r(x,t,J)$ , dvs. et tall mellom 0 og 1.
- $DA_r(x,t,J)$  er akkumulert rest over flere år for personer av kjønn  $J$  i året  $t$ , p.p.-region  $r$  og født i år  $t-x$ ;  $x=0,1,\dots,99$ .
- $DA_r(100,t,J)$  er akkumulert rest over flere år for personer av kjønn  $J$  i år  $t$ , p.p.-region  $r$  og født i år  $t-100$  eller før.
- $DA_{r(q)}(x,t,J)$  er den samme som ovenfor hvor  $q$  er en rangordningsindeks som er slik at  $DA_{r(1)}(x,t,J) \geq DA_{r(2)}(x,t,J) \geq \dots \geq DA_{r(96)}(x,t,J)$ .
- $DH_r(x,t,J)$  er tallet på døde etter avrunding ved metoden (i p.p.-region  $r$ , år  $t$ , kjønn  $J$  født i år  $t-x$ ,  $x=0,1,\dots,99$ ).
- $DH_r(100,t,J)$  er tallet på døde etter avrunding ved metoden (i p.p.-region  $r$ , år  $t$ , kjønn  $J$  født i år  $t=100$  eller før

Trunkeringsfunksjonen betegnes ved  $[ ]$ . Normal avrunding av et tall  $T$  kan skrives  $[T+0,5]$ .

F.eks. er  $[2,7]=2$ ,  $[2,3=2]$  og  $[2,7 + 0,5]=3$ .

- $M(x,t,J)$  er tallet på døde som det gjenstår å beregne etterat  $D_r(x,t,J)$  er trunkert og summert over  $r$ , alle  $x$ ,  $t$  og  $J$ . Se punkt 4 i avsnitt 4.2.3.1.
- $\delta_r(x,t,J)$  er en enhetsoperator for hver  $r,x,t$  og  $J$  som vil få verdi 1 eller 0 avhengig av visse betingelser.

Når fotskriften  $r(q)$  blir brukt istedenfor  $r$  betyr det at p.p.-regionene logisk rangeres analogt med rangordningen til  $DA_r(x,t,J)$ . Det er altså entydig sammenheng mellom tellingsrekkefølgene  $r$  og  $q$  slik at  $r(1)$  er indeks til p.p.-regionen med høyest verdi av  $DA_r(x,t,J)$ ,  $r(2)$  indeks til den nest høyeste osv.

La nå  $t=0$  betegne utgangsåret. Vi setter initialverdier på akkumulert rest lik

$$(1) \quad DA_r(x,0,J) = 0 \text{ for alle } x,r \text{ og } J$$

Vi antar at beregningsprosedyren er kommet til år  $t$ . Etter at vi da har regnet ut de ikke avrundede tall  $D_r(x,t,J)$  for alle  $x,r$  og  $J$ , se kap. 3.2.2.2 formel (3a), går vi igjennom følgende prosedyre. Vi splitter tallene på døde i foreløpige heltall og rester:

$$(2) \quad DT_r(x,t,J) = [D_r(x,t,J)] \quad ; \text{ alle } x, J$$

$$(3) \quad DR_r(x,t,J) = D_r(x,t,J) - DT_r(x,t,J); \text{ alle } x, J$$

Vi beregner forventet antall døde på landsnivå (fasit) ved

$$(4) \quad D(x,t,J) = \sum_{r=1}^{96} D_r(x,t,J) + 0,5$$

og sum av foreløpige tall på døde på landsnivå for hver av p.p.-regionene ved

$$(5) \quad DT(x,t,J) = \sum_{r=1}^{96} DT_r(x,t,J)$$

Antall tilleggisdøde som det gjenstår å fordele på p.p.-regioner er heltallet

$$(6) \quad M(x,t,J) = D(x,t,J) - DT(x,t,J) \quad ; \text{ for alle } x, J$$

Vi akkumulerer restene beregnet i år t:

$$(7) \quad DA_r(x,t,J) = DA_r(x-1,t-1,J) + DR_r(x,t,J); \quad \begin{array}{l} x=1,2,..100 \\ J=M,K \end{array}$$

og

$$(8) \quad DA_r(0,t,J) = DR_r(0,t,J) \text{ for de nyfødte } (x=0)$$

Nå rangerer vi  $DA_r(x,t,J)$  og får den rangordnede  $DA_{r(q)}(x,t,J)$  slik at

$$(9) \quad DA_{r(1)}(x,t,J) \geq DA_{r(2)}(x,t,J) \text{ osv.}$$

Vi finner enhetsoperatoren for alle r, x og J ved å sette

$$(10) \quad \delta_{r(q)}(x,t,J) = \begin{cases} 1 & \text{hvis } q \leq M(x,t,J) \\ 0 & \text{ellers} \end{cases}$$

Tallet på døde i region r blir da for hver x og J i år t

$$(11) \quad DH_{r(q)}(x,t,J) = DT_{r(q)}(x,t,J) + \delta_{r(q)}(x,t,J)$$

Til slutt akkumuleres restene for bruk i året t+1:

$$(12) \quad DA_r(x+1,t+1,J) = DA_r(x,t,J) - \delta_r(x,t,J)$$

#### 4.2.4. Om forventet tall for summen av døde innen p.p.-regionene

##### 4.2.4.1. Problemet med initial skjevhet

Dette avsnittet behandler punkt (3) i kapittel 4.2.2, dvs. at metoden til fordeling av avrundingsfeil ikke bør lage for store tilfeldige variasjoner på summen av dødstillene innenfor hver enkelt prognoseregion. De aggregerte rest-tallene, som er beskrevet foran, aggregeres opp i forskjellig takt for de ulike cellene. Takten påvirkes av to faktorer, befolkningsstørrelsen i cellen og dødssannsynligheten bestemt av personenes alder og kjønn. Hver rest vil jo være bestemt av produktet av disse. Nå er det naturlig å tro at siden de aggregerte restene følger forskjellig endringstakt over år, vil de store talls lov sørge for at tildelingen av ekstra døde fordeler seg jevnt på p.p.-regionene. Dette har også vist seg riktig. Men det gjelder ikke uten videre allerede fra start. Uten å ta spesielle hensyn i starten kommer vi litt galt ut for de første framskrivingsårene. I det videre redegjøres det for skjevheten og årsaken til den. Det vil også gå fram hvorfor skjevheten avtar for etter hvert å konvergere mot en helt jevn fordeling.

Slik metoden er beskrevet i kapittel 4.2.3 har vi altså med en slags initial skjevhet å gjøre. Den knytter seg direkte til formel (1) i kapittel 4.2.3.2, altså til det at vi setter alle initialverdier av aggregerte rester lik null. Første framskrivingsår skjer da all forhøyning kun på bakgrunn av rester beregnet for dette ene året, idet ingen aggregering til nå har funnet sted. Nå er det slik at aldersfordelingen for personer med lav dødelighet (yngre personer) i de fleste p.p.-regioner er relativt jevn. Det fører til at for hver p.p.-region vil det uavrundete tallet for døde i alle disse årsklassene bli av omtrent samme størrelsesorden. Samtidig er det disse tallene som utgjør det meste av de cellene hvor tallet på døde ligger mellom 0 og 1, dvs. de 12 062 cellene i første linje i tabell 4.1. Det betyr da at restene for mange celler i samme p.p.-region vil bli av omtrent samme størrelsesorden. Vi får da en tendens det første året i retning av at store p.p.-regioner vil få de fleste av sine rester forhøyet mens mindre regioner får forhøyet svært få. Tendensen videre vil være at regionene i størrelsessjiktet under "de store" vil få forhøyet en stor del av sine (aggregerte) rester det

neste året, osv. På den måten oppstår det enten en opphopning eller en mangel på døde innen p.p.-regionene de første årene, og vi får nettopp en slik skjevhet som vi bør ta sikte på å unngå ifølge punkt (3) i kapittel 4.2.2. Etterhvert som forskjeller i dødelighet og aldersstruktur skaper differanser mellom de aggregerte restene framover i perioden forsvinner disse skjevhetene gradvis. De store talls lov overtar.

Selv om skjevhetene de første tre-fire årene er såpass store at bølgebevegelsen i summen av døde for en del av p.p.-regionene kan bli opptil 10-15 prosent, er problemet likevel relativt lite. Vi må huske på at dette stort sett gjelder aldersklasser med få døde. Aldre med høy dødelighet vil i p.p.-regioner over en viss størrelse i liten grad rammes av dette. De dødstall som tross alt monner mest i summene er altså lite berørte av problemet.

#### 4.2.4.2. Hvordan skjevheten kan fjernes

Det er mulig å bygge inn et opplegg i modellen som også regionaliserer antall "tilleggsdøde" størrelsene  $M(x,t,J)$ , se formel (6), kap. 4.2.3. Et slikt opplegg vil måtte ta hensyn både til p.p.-regionenes størrelse og til størrelsesorden av rester for aldre i nærheten av den vi til enhver tid beregner. Vi har imidlertid ikke gått inn på det.

Det finnes imidlertid en annen og mer direkte metode til å rette opp forventningsskjevheten på. Den går i all enkelhet ut på å la initialverdiene av de aggregerte rester være tilfeldig fordelt mellom  $-0,5$  og  $+0,5$ . På den måten oppnår vi å skape differanse mellom celler av lik størrelsesorden allerede det første året. De store talls lov vil da begynne å virke med en gang.

Ved bruk av denne metoden må en passe på at en ikke får døde i celler der det ikke finnes personer i utgangsåret. Dette kan en oppnå ved å gi de akkumulerte restledd en initialverdi lik  $-0,5$  for slike celler.

Ved framskrivingsberegningene i 1981 ble ikke denne metoden benyttet, og tallene for de første årene i den framskrivingen er derfor ikke justert for slike svingninger som de vi her har snakket om. Til senere bruk av modellen er dette nå lagt inn, og resultatene viser som ventet at skjevhetene jevner seg ut.

### 4.3. Generell prosedure for avrunding av tall

#### 4.3.2. Formål

Både i befolkningsmodellen og i andre sammenhenger vil vi ofte ha eksempler på at sett av avrundete tall ikke summerer seg opp til den avrundete sum av de tilsvarende ikke-avrundete desimaltall. I slike situasjoner vil vi ofte ha at forventningsverdien av avviket mellom avrundet sum og summen av de avrundete deltall blir null. I situasjonen med beregning av dødstall i kapittel 4.2. hadde vi imidlertid ikke det. Men selv om de avrundete summene er forventningsrette kan de i tilfelle med mange addender (deltall) bli store og være brysomme. I befolkningsmodellen kan det f.eks. være brysomt at summen av innenlandske flyttere ikke blir den samme når vi summerer dem som utflyttere som når vi summerer dem som innflyttere. I nedbrytingsmodellen oppstår det tilsvarende avvik når tall for p.p.-regionene skal spres ut på kommuner. Avvikene vanskeliggjør formelle kontroller og de kan skape forvirring ved tabellering.

Vi har valgt å unngå slike avrundingsfeil i modellen, og det gjøres ved hjelp av en rutine vi skal beskrive her. Den er utviklet i forbindelse med befolkningsmodellen, men er helt generell og blir også brukt i noen andre sammenhenger.

#### 4.3.2. Rutinens virkemåte og formell beskrivelse

Vi tenker oss den vanlige situasjonen at vi har et helt tall  $N$  som skal brytes ned i  $M$  tall etter en gitt prosentfordeling. Hvis de  $M$  tallene avrundes på vanlig måte, vil ikke summen av dem nødvendigvis gi tallet  $N$  som resultat. Denne avrundingsrutinen sikrer imidlertid at summen i slike

tilfelle alltid blir lik  $N$ . Kaller vi de ikke-avrundete tallene for  $X_i$ ;  $i=1,2,\dots,M$  og de avrundete tallene etterat metoden er brukt for  $L_i$ ;  $i=1,2,\dots,M$ , skal vi ha at

$$(1) \quad \sum_{i=1}^M X_i = N$$

og

$$(2) \quad \sum_{i=1}^M L_i = N$$

Tallet  $N$  skal brytes ned i  $M$  hele tall  $L_1, L_2, \dots, L_M$  etter prosentfordelingen  $a_1, a_2, \dots, a_M$  hvor

$$(3) \quad \sum_{i=1}^M a_i = 1$$

slik at (2) er oppfylt. Framgangsmåten består i at vi først beregner og avrunder det minste deltallet. Dernest beregner vi det nest minste tallet som andel av den rest av summen som nå er igjen, og avrunder dette, osv. Metoden sikrer at summen av de avrundete tallene blir lik det gitte sumtall. Den innebærer også at sjansen for avrundinger på mer enn 0,5 blir størst for de største tallene, se avsnitt 4.3.3.

La oss anta at vi har ordnet rekkefølgen av  $a$ -ene slik at  $a_1 \leq a_2 \leq \dots \leq a_M$ .

Vi innfører to hjelpevektorer  $K_i$  og  $b_i$ , hvor  $K$  er en heltallsvektor og  $b$  en vektor med brøkverdier gjeldende for  $i=1,2,\dots,M$ . Algoritmen beskrives av formlene (4)-(8). Initialverdier av  $K_1$  og  $b_1$  er

$$(4) \quad K_1 = N$$

$$(5) \quad b_1 = a_1$$

Relasjonene (6)-(8) utføres for  $i=1,2,\dots,M-1$

$$(6) \quad L_i = [b_i \cdot K_i + 0,5], \text{ der } [x] \text{ som før betyr heltallsverdien av } x$$

$$(7) \quad K_{i+1} = N - \sum_{j=1}^i L_j$$

$$(8) \quad b_{i+1} = \frac{a_{i+1}}{1 - \sum_{j=1}^i a_j}$$

Til slutt utføres formel (6) også for  $i=M$ .

Formel (6) multipliserer ut og avrunder vårt resultat-tall  $L_i$ . Formlene (7) og (8) klargjør et heltall og et prosenttall til bruk for neste element. Heltallet er det som er tilbake til fordeling av det opprinnelige heltallet  $N$ . Prosenttallet er det vi får når vi normerer den opprinnelige prosenten ( $a$ ) ved å holde utenfor de elementer som har vært gjennom algoritmen.

Et regneeksempel illustrerer metoden,

La  $N=19$ ,

$M=4$ ,

og  $a_1=0,1$ ,  $a_2=0,2$ ,  $a_3=0,3$ ,  $a_4=0,4$ .

Verdier i gjennomføringen av algoritmen (4)-(8):

$i$	$x_i$ avrundet på vanlig måte	$k_i$	$b_i$	$b_i \cdot k_i$	$L_i$
1	2	19	0,1	1,9	2
2	4	17	$\frac{0,2}{0,9}$	3,778	4
3	6	13	$\frac{0,3}{0,7}$	5,571	6
4	8	7	$\frac{0,4}{0,4}$	7,00	7
Sum	20			19,2	19

Resultatet er  $L = 2,4,6,7$ .

Algoritmen følges ved å gå radvis gjennom tabellen.

#### 4.3.3. Egenskaper ved metoden

Ved utformingen var det viktig å finne en metode som er effektiv på datamaskinen, fordi den skal brukes svært mange ganger i løpet av én modellkjøring. Samtidig bør den ha visse statistiske og numeriske egenskaper. Til å begynne med stiller vi opp to mulige krav:

(i) Rutinen skal minimere sum av relativ avrundingsfeil, som kan skrives

$$(9) \quad \sum_{i=1}^M \frac{(X_i - L_i)}{X_i}$$

(ii) Rutinen skal maksimere den multinomiske punktsansynligheten svarende til verdiene av  $L$ ,  $a$  og  $N$ :

$$(10) \quad h(L, a, N) = \frac{N!}{L_1! \cdot L_2! \cdot \dots \cdot L_M!} \cdot L_1^{a_1} \cdot L_2^{a_2} \cdot \dots \cdot L_M^{a_M}$$

Vi kunne nå ha valgt et av disse kravene og utformet rutinen strengt etter det, men ingen av løsningene ville gitt oss noen spesielt effektiv regnerutine. Vi oppdaget så videre at de to kravene i de aller fleste tilfelle gir samme løsning.

Metoden som er presentert er en forenklet versjon som kombinerer de to egenskapene og som nesten alltid oppfyller (i) og som nesten like ofte oppfyller (ii). I tillegg blir rutinen nesten like effektiv på maskinen som ved vanlig multiplisering av  $a$ -ene med  $N$ . I de tilfelle hvor (i) og (ii) ikke er oppfylt, det er gjerne når  $M$  blir stor, er det små marginer mellom de ulike løsningene. Det er da flatt rundt de optimale punktene. I praksis kan vi si at metoden er effektiv og at den tilnærmet innehar begge egenskapene (i) og (ii).

## LITTERATUR

- Berge, Erling og Hoem, Jan M. (1974): "Nokre praktiske røynsler med analytisk glatting." Statistisk Sentralbyrå, Arbeidsnotat IO 74/73. Trykt i Statistisk tidskrift III B (4): 294-308 (1975).
- Hoem, Jan M. (1970): Grunnbegreper i formell befolkningslære. Universitetsforlaget, Oslo 1970.
- Hoem, Jan M. et.al. (1974): "Two papers on analytic graduation." Statistisk Sentralbyrå, Arbeidsnotat IO 74/17.
- Matthiessen, P. C. (1970): Teoretisk Demografi. Københavnuniversitet Gil Gads forlag, København
- Rideng, Arne (1975): "Statistisk Sentralbyrås befolkningsmodell: Primære prognoseregioner og samarbeid om framskrivingene." Statistisk Sentralbyrå, Arbeidsnotat IO 75/25.
- Rideng, Arne (1982): "Befolkningsutviklingen i Norge fram til år 2025." Statistisk Sentralbyrå, Artikler nr. 138.
- Statistisk Sentralbyrå (1982): "Framskrivning av folkemengden 1982-2025, Regionale tall." NOS B 317.
- Stordahl, Erik (1983): "Flyttemønstre i Norge 1971 - 1974." Statistisk Sentralbyrå, Samfunnsøkonomiske studier nr. 50.
- Sørensen, Knut Ø. (1977): "Inn- og utvandringsrelasjoner. Datamaterialet og valg av inn- og utvandringsrelasjoner til befolkningsframskrivingen 1977." Statistisk Sentralbyrå, Arbeidsnotat IO 77/36.
- Sørensen, Knut Ø. (1978): "Statistisk Sentralbyrås befolkningsprognosemodell: Teknisk dokumentasjon av framskrivingsmodellen 1977." Statistisk Sentralbyrå, Arbeidsnotat IO 78/26.
- Sørensen, Knut Ø. (1980): "Glatting av flytterater i Statistisk Sentralbyrås befolkningsframskrivinger." Statistisk Sentralbyrå, Rapport 80/32.

PRIMERE PROGNOSEREGIONER<sup>1</sup>

Region			Region		
nr.	Komm.nr.	Navn	nr.	Komm.nr.	Navn
011	0101	Halden	021	0228	Rælingen
	0118	Aremark		0229	Enebakk
012	0119	Marker		0230	Lørenskog
	0121	Rømskog		0231	Skedsmo
	0128	Rakkestad		0233	Nittedal
013	0102	Sarpsborg		0234	Gjerdrum
	0114	Varteig		0235	Ullensaker
	0115	Skjeberg		0236	Nes
	0130	Tune		0237	Eidsvoll
014	0103	Fredrikstad		0238	Nannestad
	0111	Hvaler	0239	Hurdal	
	0113	Borge	0301	Oslo	
	0131	Rolvøy	041	0402	Kongsvinger
	0133	Kråkerøy		0418	Nord-Odal
	0134	Onsøy		0419	Sør-Odal
015	0104	Moss		0420	Eidskog
	0135	Råde	0423	Grue	
	0136	Rygge	0425	Åsnes	
	0137	Våler	042	0401	Hamar
016	0122	Trøgstad		0412	Ringsaker
	0123	Spydeberg		0414	Yang
	0124	Askim	0415	Løten	
	0125	Eidsberg	0417	Stange	
	0127	Skiptvet	043	0426	Våler
	0138	Hobøl		0427	Elverum
021	0211	Vestby		0428	Trysil
	0213	Ski		0429	Åmot
	0214	Ås	0430	Stor-Elvdal	
	0215	Frogn	0423	Rendalen	
	0216	Nesodden	0434	Engerdal	
	0217	Oppegård	044	0436	Tolga
	0219	Bærum		0437	Tynset
	0220	Asker		0438	Alvdal
	0221	Aurskog-Høland	0439	Follidal	
	0226	Sørumsund	0441	Os	
0227	Fet	051	0511	Dovre	
			0512	Lesja	

<sup>1</sup> Anvendt ved de regionale befolkningsframskrivinger i perioden 1975 - 1983.

Region			Region		
nr.	Komm.nr.	Navn	nr.	Komm.nr.	Navn
051	0513	Skjåk	064	0626	Lier
	0514	Lom		0627	Røyken
	0515	Vågå		0628	Hurum
	0517	Sel			
052	0501	Lillehammer	065	0604	Kongsberg
	0516	Nord-Fron		0631	Flesberg
	0519	Sør-Fron	066	0632	Rollag
	0520	Ringebu		0633	Nore og Uvdal
	0521	Øyer			
	0522	Gausdal	071	0711	Svelvik
053	0502	Gjøvik		0713	Sande
	0528	Østre Toten	072	0702	Holmestrand
	0529	Vestre Toten		0703	Horten
		0714		Hof	
054	0532	Jevnaker		0716	Våle
	0533	Lunner		0717	Borre
	0534	Gran	073	0705	Tønsberg
055	0536	Søndre Land		0718	Ramnes
	0538	Nordre Land		0719	Andebu
	0541	Etnedal	0720	Stokke	
056	0540	Sør-Aurdal		0721	Sem
	0542	Nord-Aurdal		0722	Nøtterøy
	0543	Vestre Slidre		0723	Tjøme
	0544	Østre Slidre	074	0706	Sandefjord
	0545	Vang			
061	0605	Ringerike	075	0707	Larvik
	0612	Hole		0708	Stavern
				0725	Tjølling
062	0615	Flå		0726	Brunlanes
	0616	Nes		0727	Hedrum
	0617	Gol		0728	Lardal
	0618	Hemsedal	081	0805	Porsgrunn
	0619	Ål		0806	Skien
	0620	Hol		0811	Siljan
063	0621	Sigdal		0814	Bamble
	0622	Krødsherad		0819	Nome
064	0602	Drammen	082	0815	Kragerø
	0623	Modum		0817	Drangedal
	0624	Øvre Eiker	083	0807	Notodden
	0625	Nedre Eiker		0821	Bø



Region			Region		
nr.	Komm.nr.	Navn	nr.	Komm.nr.	Navn
083	0822	Sauherad	103	1004	Flekkefjord
	0827	Hjartdal		1037	Kvinesdal
				1046	Sirdal
084	0826	Tinn	111	1101	Eigersund
085	0828	Seljord		1111	Sokndal
	0829	Kviteseid	1112	Lund	
	0830	Nissedal	1114	Bjerkreim	
	0831	Fyresdal			
	0833	Tokke	112	1119	Hå
	0834	Vinje		1120	Klepp
		1121		Time	
091	0901	Risør	113	1102	Sandnes
	0911	Gjerstad		1103	Stavanger
	0912	Vegårshei		1122	Gjesdal
	0914	Tvedestrand		1124	Sola
092	0903	Arendal		1127	Randaberg
	0904	Grimstad			
	0918	Moland	114	1129	Forsand
	0919	Froland		1130	Strand
	0920	Øyestad		1133	Hjelmealand
	0921	Tromøy	1134	Suldal	
	0922	Hisøy			
	0929	Åmli	115	1135	Sauda
093	0926	Lillesand	116	1141	Finnøy
	0928	Birkenes		1142	Rennesøy
				1144	Kvitsøy
094	0935	Iveland	117	1106	Haugesund
	0937	Evje og Hornnes		1145	Bokn
	0938	Bygland		1146	Tysvær
	0940	Valle		1149	Karmøy
	0941	Bykle		1151	Utsira
101	1001	Kristiansand		1154	Vindafjord
	1014	Vennesla			
	1017	Songdalen	121	1211	Etne
	1018	Søgne		1214	Ølen
102	1002	Mandal		1216	Sveio
	1003	Farsund		1219	Bømlo
	1021	Marnardal		1221	Stord
	1026	Åseral		1222	Fitjar
	1027	Audnedal		1223	Tysnes
	1029	Lindesnes		1224	Kvinnherad
	1032	Lyngdal	122	1227	Jondal
	1034	Hægebostad		1228	Odda

Region			Region		
nr.	Komm.nr.	Navn	nr.	Komm.nr.	Navn
122	1231	Ullensvang	143	1432	Førde
	1232	Eidfjord		1433	Naustdal
123	1233	Ulvik	144	1401	Flora
	1234	Granvin		1438	Bremanger
	1235	Voss		1439	Vågsøy
	1238	Kvam		1441	Selje
	1241	Fusa			
124	1242	Samnanger	145	1443	Eid
	1251	Vaksdal		1444	Hornindal
	1252	Modalen		1445	Gloppen
	1253	Osterøy		1449	Stryn
125	1201	Bergen	151	1511	Vanylven
	1247	Askøy		1514	Sande
				1515	Herøy
126	1243	Os		1516	Ulstein
	1244	Austevoll		1517	Hareid
	1245	Sund	152	1519	Volda
	1246	Fjell		1520	Ørsta
	1256	Meland	153	1504	Ålesund
	1259	Øygarden		1523	Ørskog
127	1260	Radøy		1526	Stordal
	1263	Lindås		1529	Skodje
	1264	Austrheim		1531	Sula
	1265	Fedje		1532	Giske
	1266	Masfjorden		1534	Haram
	141	1411	Gulen	154	1524
1412		Solund	1525		Stranda
1413		Hyllestad	1528		Sykkylven
1416		Høyanger	155	1502	Molde
1428		Askvoll		1535	Vestnes
1429		Fjaler		1539	Rauma
142	1417	Vik		1543	Nesset
	1418	Balestrand		1545	Midsund
	1419	Leikanger		1546	Sandøy
	1420	Sogndal		1547	Aukra
	1421	Aurland		1548	Fræna
	1422	Lærdal		1551	Eide
	1424	Årdal		1557	Gjemnes
	1426	Luster	156	1503	Kristiansund
143	1430	Gaular		1554	Averøy
	1431	Jølster		1556	Frei

Region			Region			
nr.	Komm.nr.	Navn	nr.	Komm.nr.	Navn	
156	1569	Aure	172	1702	Steinkjer	
	1572	Tustna		1724	Verran	
	1573	Smøla		1729	Inderøy	
1736				Snåsa		
157	1560	Tingvoll	173	1738	Lierne	
	1563	Sunndal		1739	Røyrvik	
	1566	Surnadal		1740	Namsskogan	
	1567	Rindal		1742	1742	Grong
	1571	Halsa				
161	1612	Hemne	174	1703	Namsos	
	1613	Snillfjord		1725	Namdalseid	
	1622	Agdenes		1743	Høylandet	
	1636	Meldal		1744	Overhalla	
	1638	Orkdal		1748	Fosnes	
162	1617	Hitra	175	1749	Flatanger	
	1620	Frøya		1750	Vikna	
163	1621	Ørland	181	1751	Nærøy	
				1755	Leka	
	1624	Rissa		1811	1811	Bindal
	1627	Bjugn	1812		Sømna	
	1630	Åfjord	1813		Brønnøy	
	1632	Roan	1815		Vega	
	1633	Osen	1816	Vevelstad		
164	1634	Oppdal	182	1818	Herøy	
	1635	Rennebu		1820	Alstahaug	
165	1640	Røros	183	1822	Leirfjord	
	1644	Holtålen		1827	Dønna	
	1648	Midtre Gauldal	1824	1824	Vefsn	
	1664	Selbu		1825	Grane	
	1665	Tydal		1826	Hattfjellidal	
166	1601	Trondheim	184	1828	Nesna	
	1653	Melhus		1832	Hemnes	
	1657	Skaun		1833	Rana	
	1662	Klæbu		1834	Lurøy	
	1663	Malvik		1835	Træna	
171	1711	Meråker	185	1804	Bodø	
	1714	Stjørdal		1836	Rødøy	
	1717	Frosta		1837	Meløy	
	1718	Leksvik		1838	Gildeskål	
	1719	Levanger		1839	Beiarn	
	1721	Verdal		1848	1848	Steigen
	1723	Mosvik				

Region nr.	Komm.nr.	Navn	Region nr.	Komm.nr.	Navn
186	1840	Saltdal	193	1927	Tranøy
	1841	Fauske		1928	Torsken
	1842	Skjerstad		1929	Berg
	1845	Sørfold		1931	Lenvik
	1849	Hamarøy			
187	1805	Narvik	194	1902	Tromsø
	1850	Tysfjord		1933	Balsfjord
	1851	Lødingen		1936	Karlsøy
	1852	Tjeldsund		1938	Lyngen
	1853	Evenes		1939	Storfjord
	1854	Ballangen	195	1940	Kåfjord
188	1856	Røst		1941	Skjervøy
	1857	Værøy		1942	Nordreisa
	1859	Flakstad		1943	Kvænangen
	1860	Vestvågøy	201	2011	Kautokeino
	1865	Vågan		2012	Alta
	1874	Moskenes		2014	Loppa
189	1866	Hadsel	202	2001	Hammerfest
	1867	Bø		2015	Hasvik
	1868	Øksnes		2016	Sørøysund
	1870	Sortland		2017	Kvalsund
	1871	Andøy		2018	Måsøy
191	1901	Harstad	203	2019	Nordkapp
	1911	Kvæfjord		2020	Porsanger
	1913	Skånland		2021	Karasjok
	1915	Bjarkøy		2022	Lebesby
	1917	Ibestad		2023	Gamvik
192	1919	Gratangen	204	2002	Vardø
	1920	Lavangen		2003	Vadsø
	1922	Bardu		2024	Berlevåg
	1923	Salangen		2025	Tana
				2027	Nesseby
193	1924	Målselv		2028	Båtsfjord
	1925	Sørreisa			
	1926	Dyrøy	205	2030	Sør-Varanger

## REGIONER TIL BRUK VED BEREGNINGEN AV FRUKTBARHETS RATER I FØRSTE TRINN AV MODELLEN

Regelen er at fruktbarhetsratene estimeres for hver enkelt primær prognoseregion. Primære prognoseregioner som har et lite antall innbyggere er imidlertid slått sammen med en eller flere andre prognoseregioner før estimeringen. Det er lagt vekt på å slå sammen regioner som antas å ha omtrent samme fruktbarhetsnivå. Listen nedenfor gir en oversikt over de primære prognoseregionene som er slått sammen, og nummereringen av regionene framgår av vedlegg 1.

012 + 016	144 + 151
044 + 051	152 + 154
054 + 061	157 + 161
055 + 056	162 + 163
062 + 063 + 066 + 085	164 + 165
065 + 083 + 084	173 + 174 + 183
071 + 072	175 + 181 + 182
082 + 091	185 + 186
093 + 094 + 103	187 + 192
111 + 112	188 + 189
114 + 115 + 116 + 122	193 + 195
124 + 126	201 + 202
127 + 141	203 + 204 + 205
143 + 145	

---

FRUKTBARHETSOMRÅDER<sup>1</sup>

Fruktbarhets- område nr.	Kommune		FOLKETALL 1/1-1984
	Nr.	Navn	
1.	0101	Halden	26 051
	0118	Aremark	1 523
			27 574
2.	0102	Sarpsborg	12 038
	0114	Varteig	2 132
	0115	Skjeberg	13 478
	0130	Tune	18 485
			46 133
3.	0103	Fredrikstad	27 280
	0133	Kråkerøy	7 390
			34 670
4.	0104	Moss	24 892
	0135	Råde	5 776
	0136	Rygge	11 532
			42 200
5.	0111	Hvaler	2 872
	0113	Borge	11 257
	0131	Rølvøy	5 594
	0134	Onsøy	12 366
			32 089
6.	0119	Marker	3 494
	0122	Trøgstad	4 768
	0127	Skiptvet	3 158
	0128	Rakkestad	7 240
	0137	Våler	3 492
	0138	Hobøl	3 755
	0211	Vestby	10 503
	0214	Ås	11 365
			47 775
7.	0121	Rønnskog	699
	0123	Spydeberg	4 110
	0124	Askim	12 530
	0125	Eidsberg	9 087
	0221	Aurskog-Høland	12 479
			38 905

<sup>1</sup> Anvendt ved de regionale befolkningsframskrivinger i perioden 1977 - 1983.

Fruktbarhets- område nr.	Kommune		FOLKETALL
	Nr.	Navn	1/1-1984
8.	0213	Ski	20 554
	0215	Frogn	8 927
	0216	Nesodden	10 737
	0217	Oppegård	18 327
			58 545
9.	0219	Bærum	81 294
			81 294
10.	0220	Asker	36 952
			36 952
11.	0226	Sørum	9 764
	0228	Rælingen	13 431
	0230	Lørenskog	23 251
			46 446
12.	0227	Fet	7 433
	0229	Enebakk	7 349
	0233	Nittedal	14 768
	0234	Gjerdrum	3 338
	0238	Nannestad	7 802
			40 690
13.	0231	Skedsmo	32 347
			32 347
14.	0235	Ullensaker	17 099
	0236	Nes	14 464
	0237	Eidsvoll	15 641
	0239	Hurdal	2 493
			49 697
15.	0301	Oslo	447 123
			447 123
16.	0401	Hamar	15 787
	0414	Vang	8 843
	0415	Løten	6 967
	0417	Stange	17 903
			49 500
17.	0402	Kongsvinger	17 427
	0423	Grue	6 087
	0427	Elverum	16 964
			40 478
18.	0412	Ringsaker	30 425
			30 425

Fruktbarhets- område nr.	Kommune		FOLKETALL
	Nr.	Navn	1/1-1984
19.	0418	Nord-Odal	5 350
	0419	Sør-Odal	7 388
	0420	Eidskog	6 398
	0425	Åsnes	8 903
	0426	Våler	4 603
	0432	Rendalen	2 735
			35 377
20.	0428	Trysil	7 477
	0429	Åmot	4 733
	0430	Stor-Elvdal	3 643
	0434	Engerdal	1 776
	0436	Tolga	1 899
	0437	Tynset	5 468
	0438	Alvdal	2 469
	0439	Folldal	2 165
	0441	Os	2 096
			31 726
21.	0501	Lillehammer	22 095
	0536	Søndre Land	6 340
	0542	Nord-Aurdal	6 565
	0620	Hol	4 637
	0622	Krødsherad	2 349
			41 986
22.	0502	Gjøvik	25 989
	0532	Jevnaker	5 577
			31 566
23.	0511	Dovre	3 215
	0512	Lesja	2 476
	0513	Skjåk	2 692
	0514	Lom	2 775
	0515	Vågå	4 152
	0516	Nord-Fron	6 367
	0517	Sel	6 662
	0519	Sør-Fron	3 584
	0521	Øyer	4 529
	0522	Gausdal	6 592
			43 044
24.	0520	Ringebu	5 334
	0538	Nordre Land	7 107
	0540	Sør-Aurdal	3 711
	0541	Etnedal	1 710
	0544	Øystre Slidre	3 103
	0545	Vang	1 744
			22 709



Fruktbarhets- område nr.	Kommune		FOLKETALL
	Nr.	Navn	1/1-1984
25.	0528	Østre Toten	14 118
	0529	Vestre Toten	13 659
	0533	Lunner	7 326
	0534	Gran	12 545
			47 648
26.	0543	Vestre Slidre	2 467
	0618	Hemsedal	1 605
	0621	Sigdal	3 817
	0631	Flesberg	2 565
	0633	Nore og Uvdal	2 966
	0718	Ramnes	3 238
	0817	Drangedal	4 560
	0828	Seljord	3 214
	0830	Nissedal	1 522
	0831	Fyresdal	1 450
	0833	Tokke	2 738
	0834	Vinje	4 016
27.	0602	Drammen	50 815
			50 815
28.	0604	Kongsberg	20 710
	0703	Horten	12 917
			33 627
29.	0605	Ringerike	26 807
	0612	Hole	4 146
			30 953
30.	0615	Flå	1 294
	0616	Nes	3 361
	0617	Gol	4 099
	0619	Ål	4 713
	0632	Rollag	1 473
	0727	Hedrum	10 208
	0728	Lardal	2 371
	0811	Siljan	2 084
	0821	Bø	4 525
	0822	Sauherad	4 317
	0827	Hjartdal	1 724
	0829	Kviteseid	2 972
31.	0623	Modum	12 163
	0624	Øvre Eiker	14 096
	0625	Nedre Eiker	17 806
			44 065

Fruktbarhets- område nr.	Kommune		FOLKETALL
	Nr.	Navn	1/1-1984
32.	0626	Lier	17 953
	0627	Røyken	13 466
			31 419
33.	0628	Hurum	7 635
	0711	Svelvik	5 443
	0814	Bamble	12 910
	0815	Kragerø	10 876
			36 864
34.	0702	Holmestrand	8 888
	0705	Tønsberg	8 929
	0707	Larvik	8 152
	0807	Notodden	12 720
	0819	Nome	7 174
			45 863
35.	0706	Sandefjord	35 077
			35 077
36.	0708	Stavern	2 633
	0713	Sande	6 390
	0714	Hof	2 641
	0716	Våle	3 711
	0717	Borre	8 870
	0719	Andebu	4 264
	0720	Stokke	8 147
	0725	Tjølling	7 556
	0726	Brunlanes	7 856
			52 068
37.	0721	Sem	21 509
	0722	Nøtterøy	17 010
	0723	Tjøme	3 582
			42 101
38.	0805	Porsgrunn	31 328
	0826	Tinn	7 356
			38 684
39.	0806	Skien	46 693
			46 693
40.	0901	Risør	6 952
	0903	Arendal	11 961
	0914	Tvedestrand	5 781
	0922	Hisøy	3 844
			28 538

Fruktbarhets- område nr.	Kommune		FOLKETALL
	Nr.	Navn	1/1-1984
41.	0904	Grimstad	14 546
	0926	Lillesand	7 377
	0928	Birkenes	4 008
	1029	Lindesnes	4 178
			30 109
42.	0911	Gjerstad	2 714
	0912	Vegårshei	1 806
	0918	Moland	7 610
	0919	Froland	3 838
	0920	Øyestad	8 334
	0921	Tromøy	4 457
	0929	Åmli	2 123
	0935	Iveland	1 164
	0937	Evje og Hornnes	3 434
	0938	Bygland	1 537
	0940	Valle	1 500
	0941	Bykle	628
			39 145
43.	1001	Kristiansand	61 703
			61 703
44.	1002	Mandal	12 226
	1014	Vennesla	11 077
	1017	Songdalen	4 587
	1018	Søgne	6 892
	1021	Marnardal	2 259
	1026	Åseral	838
	1027	Audnedal	1 612
45.	1003	Farsund	9 559
	1004	Flekkefjord	8 820
	1032	Lyngdal	6 468
	1034	Hægebostad	1 619
	1037	Kvinesdal	5 697
	1046	Sirdal	1 613
46.	1101	Eigersund	12 168
	1111	Sokndal	3 515
	1135	Sauda	5 498
	1228	Odda	8 787
			29 968
47.	1102	Sandnes	38 953
	1106	Haugesund	27 043
			65 996

Fruktbarhets- område nr.	Kommune		FOLKETALL
	Nr.	Navn	1/1-1984
48.	1103	Stavanger	92 938
			92 938
49.	1112	Lund	3 069
	1114	Bjerkreim	2 220
	1119	Hå	12 646
	1120	Klepp	11 180
	1121	Time	10 934
			40 049
50.	1122	Gjesdal	6 045
	1124	Sola	13 966
	1127	Randaberg	6 645
	1129	Forsand	981
	1130	Strand	8 929
	1133	Hjelmeland	2 850
	1134	Suldal	4 540
			43 956
51.	1141	Finnøy	2 750
	1142	Rennesøy	2 455
	1144	Kvitsøy	540
	1145	Bokn	734
	1146	Tysvær	7 398
	1149	Karmøy	33 453
	1151	Utsira	269
	1154	Vindafjord	4 899
			52 498
52.	1201	Bergen	207 232
			207 232
53.	1211	Etne	4 056
	1214	Ølen	3 069
	1216	Sveio	4 444
	1219	Bømlo	9 426
	1221	Stord	13 498
	1222	Fitjar	2 979
	1223	Tysnes	2 876
	1224	Kvinherad	13 076
	1227	Jondal	1 303
			54 727
54.	1231	Ullensvang	4 051
	1232	Eidfjord	1 022
	1233	Ulvik	1 298
	1234	Granvin	1 064
	1235	Voss	14 121

Fruktbarhets- område nr.	Kommune		FOLKETALL
	Nr.	Navn	1/1-1984
54.	1243	Os	11 448
	1251	Vaksdal	4 778
			37 782
55.	1238	Kvam	8 733
	1241	Fusa	3 817
	1242	Samnanger	2 380
	1253	Osterøy	6 871
	1260	Radøy	4 465
	1263	Lindås	10 947
	1264	Austrheim	2 617
			39 830
56.	1244	Austevoll	4 088
	1252	Modalen	356
	1256	Meland	3 970
	1259	Øygarden	2 618
	1265	Fedje	836
	1266	Masfjorden	1 915
	1401	Flora	9 263
	1411	Gulen	2 687
	1412	Solund	1 162
	1413	Hyllestad	1 793
	1428	Askvoll	3 427
			32 115
57.	1245	Sund	4 414
	1246	Fjell	11 632
	1247	Askøy	17 952
			33 998
58.	1416	Høyanger	4 967
	1417	Vik	2 551
	1418	Balestrand	1 906
	1419	Leikanger	2 809
	1420	Sogndal	5 653
	1421	Aurland	1 973
	1422	Lærdal	2 240
	1424	Årdal	6 486
	1426	Luster	5 081
	1429	Fjaler	3 387
	1432	Førde	7 785
			44 838

Fruktbarhets- område nr.	Kommune		FOLKETALL
	Nr.	Navn	1/1-1984
59.	1430	Gaular	2 839
	1431	Jølster	3 037
	1433	Naustdal	2 737
	1438	Bremanger	4 986
	1439	Vågsøy	6 435
	1441	Selje	3 453
	1443	Eid	5 233
	1444	Hornindal	1 247
	1445	Gloppen	6 320
	1449	Stryn	6 593
			42 880
60.	1502	Molde	21 146
	1503	Kristiansund	17 881
			39 027
61.	1504	Ålesund	35 097
	1531	Sula	6 670
			41 767
62.	1511	Vanylven	3 945
	1514	Sande	3 482
	1515	Herøy	8 042
	1516	Ulstein	5 434
	1517	Hareid	4 329
	1532	Giske	6 134
	1534	Haram	8 771
63.	1519	Volda	7 950
	1520	Ørsta	10 262
	1523	Ørskog	1 970
	1524	Norddal	2 075
	1525	Stranda	4 804
	1526	Stordal	1 028
	1528	Sykkylven	6 690
	1529	Skodje	3 063
64.	1535	Vestnes	6 405
	1539	Rauma	8 112
	1543	Nesset	3 418
	1546	Sandøy	1 649
	1547	Aukra	3 059
	1556	Frei	4 265
	1563	Sunndal	7 581

Fruktbarhets- område nr.	Kommune		FOLKETALL	
	Nr.	Navn	1/1-1984	
65.	1545	Midsund	2 142	
	1548	Fræna	8 934	
	1551	Eide	3 091	
	1554	Averøy	5 571	
	1557	Gjemnes	3 000	
	1573	Smøla	3 014	
	1617	Hitra	4 407	
	1620	Frøya	4 571	
			34 730	
66.	1560	Tingvoll	3 549	
	1566	Surnadal	6 442	
	1567	Rindal	2 347	
	1569	Aure	2 954	
	1571	Halsa	2 127	
	1572	Tustna	1 135	
	1612	Hemne	4 390	
	1622	Agdenes	2 003	
	1648	Midtre Gauldal	6 201	
				31 148
67.	1601	Trondheim	134 170	
			134 170	
68.	1613	Snillfjord	1 220	
	1624	Rissa	6 803	
	1627	Bjugn	4 978	
	1630	Åfjord	3 780	
	1632	Roan	1 336	
	1633	Osen	1 393	
	1717	Frosta	2 474	
	1718	Leksvik	3 655	
	1750	Vikna	3 804	
	1751	Nærøy	5 869	
	1755	Leka	957	
				36 269
	69.	1621	Ørland	4 871
1653		Melhus	11 653	
1663		Malvik	8 804	
1714		Stjørdal	16 535	
			41 863	
70.	1634	Oppdal	6 109	
	1636	Meldal	4 591	
	1638	Orkdal	9 988	
	1640	Røros	5 457	
	1644	Holtålen	2 649	

Fruktbarhets- område nr.	Kommune		FOLKETALL
	Nr.	Navn	1/1-1984
70 (forts.).	1657	Skaun	5 204
	1662	Klæbu	3 593
	1664	Selbu	4 087
			41 678
71.	1635	Rennebu	3 083
	1665	Tydal	987
	1723	Mosvik	990
	1725	Namdalseid	2 073
	1736	Snåsa	2 655
	1738	Lierne	1 814
	1740	Namsskogan	1 401
	1743	Høylandet	1 463
	1744	Overhalla	3 644
	1748	Fosnes	834
	1749	Flatanger	1 577
	1811	Bindal	2 222
	1812	Sømna	2 222
	1813	Brønnøy	6 801
	1826	Hattfjelldal	1 772
			33 538
72.	1702	Steinkjer	20 658
	1719	Levanger	16 278
	1729	Inderøy	5 624
			42 560
73.	1703	Namsos	11 910
	1711	Meråker	2 908
	1721	Verdal	13 144
	1724	Verran	3 477
	1739	Røyrvik	721
	1742	Grong	2 592
			34 752
74.	1804	Bodø	33 813
	1840	Saltødal	5 353
			39 166
75.	1805	Narvik	18 989
	1841	Fauske	10 077
	1845	Sørfold	3 044
	1849	Hamarøy	2 354
			34 464



Fruktbarhets- område nr.	Kommune		FOLKETALL
	Nr.	Navn	1/1-1984
76.	1815	Vega	1 689
	1816	Vevelstad	755
	1818	Herøy	2 223
	1820	Alstahaug	7 537
	1822	Leirfjord	2 405
	1827	Dønna	2 029
	1828	Nesna	1 919
	1834	Lurøy	2 504
	1835	Træna	543
	1836	Rødøy	1 952
	1837	Meløy	7 012
	1838	Gildeskål	2 813
	1839	Beiarn	1 651
			35 032
77.	1824	Vefsn	13 265
	1825	Grane	1 761
	1832	Hemnes	5 009
	1833	Rana	25 486
		45 521	
78.	1842	Skjerstad	1 362
	1848	Steigen	3 702
	1851	Lødingen	3 075
	1856	Røst	786
	1857	Værøy	1 010
	1859	Flakstad	1 837
	1860	Vestvågøy	10 997
	1965	Vågan	9 571
	1874	Moskenes	1 629
			33 969
79.	1850	Tysfjord	2 783
	1852	Tjeldsund	2 049
	1853	Evenes	1 825
	1854	Ballangen	3 285
	1917	Ibestad	2 565
	1919	Gratangen	1 660
	1920	Lavangen	1 220
	1922	Bardu	4 157
	1923	Salangen	2 547
	1924	Målselv	7 816
	1925	Sørreisa	3 512
		33 419	

Fruktbarhets- område nr.	Kommune		FOLKETALL
	Nr.	Navn	1/1-1984
80.	1866	Hadsef	8 790
	1867	Bø	4 225
	1868	Øksnes	5 195
	1870	Sortland	8 148
	1871	Andøy	7 203
			33 561
81.	1901	Harstad	21 829
	1911	Kvæfjord	3 737
	1913	Skånland	3 486
	1915	Bjarkøy	844
	2001	Hammerfest	7 244
			37 140
82.	1902	Tromsø	47 412
			47 412
83.	1926	Dyrøy	1 750
	1927	Tranøy	2 207
	1928	Torsken	1 502
	1929	Berg	1 371
	1931	Lenvik	11 355
	1933	Balsfjord	6 873
	1936	Karlsøy	3 085
	1938	Lyngen	3 802
	1939	Storfjord	1 934
	1941	Skjervøy	3 437
	1942	Nordreisa	4 773
	1943	Kvænangen	1 788
84.	1940	Kåfjord	2 997
	2011	Kautokeino	2 962
	2012	Alta	13 785
	2014	Loppa	1 988
	2015	Hasvik	1 584
	2016	Sørøysund	2 265
	2017	Kvalsund	1 591
	2018	Måsøy	2 189
	2021	Karasjok	2 698
	2022	Lebesby	1 922
	2025	Tana	3 341

Fruktbarhets- område nr.	Kommune		FOLKETALL
	Nr.	Navn	1/1-1984
85.	2002	Vardø	3 460
	2003	Vadsø	6 013
	2019	Nordkapp	4 629
	2020	Porsanger	4 541
	2023	Gamvik	1 593
	2024	Berlevåg	1 597
	2027	Nesseby	1 056
	2028	Båtsfjord	2 685
	2030	Sør-Varanger	10 104

35 678

PROGNOSEREGIONER<sup>1</sup>

Prognose- regionnr.	Komm.nr.	Navn	Prognose- regionnr.	Komm.nr.	Navn
<u>01 ØSTFOLD</u>			021	0228	Rælingen
011	0101	Halden	Oslo (forts.)	0229	Enebakk
HALDEN	0118	Aremark		0230	Lørenskog
				0231	Skedsmo
012	0102	Sarpsborg		0233	Nittedal
SARPSBORG	0114	Varteig		0234	Gjerdrum
	0115	Skjeberg		0235	Ullensaker
	0130	Tune		0236	Nes
				0237	Eidsvoll
013	0103	Fredrikstad		0238	Nannestad
FREDRIKSTAD	0111	Hvaler		0239	Hurdal
	0113	Borge		0301	Oslo
	0131	Rolvsøy			
	0133	Kråkerøy			
	0134	Onsøy	<u>04 HEDMARK</u>		
			041	0401	Hamar
014	0104	Moss	HAMAR	0412	Ringsaker
MOSS	0135	Råde		0414	Vang
	0136	Rygge		0415	Løten
	0137	Våler		0417	Stange
015	0119	Marker	042	0402	Kongsvinger
ASKIM/MYSEN	0121	Rømskog	KONGSVINGER	0418	Nord-Odal
	0122	Trøgstad		0419	Sør-Odal
	0123	Spydeberg		0420	Eidskog
	0124	Askim		0423	Grue
	0125	Eidsberg			
	0127	Skiptvet	043	0425	Åsnes
	0128	Rakkestad	FLISA	0426	Våler
	0138	Hobøl			
			044	0427	Elverum
			SØR-ØSTERDAL	0428	Trysil
<u>02 AKERSHUS/03 OSLO</u>				0429	Åmot
021	0211	Vestby		0430	Stor-Elvdal
OSLO	0213	Ski		0432	Rendalen
	0214	Ås		0434	Engerdal
	0215	Frogn			
	0216	Nesodden	045	0436	Tolga
	0217	Oppegård	NORD-ØSTERDAL	0437	Tynset
	0219	Bærum		0438	Alvdal
	0220	Asker		0439	Follidal
	0221	Aurskog-Høland		0441	Os
	0226	Sørumsund			
	0227	Fet			

<sup>1</sup> Erstatte de primære prognoseregioner (jf. vedlegg 1) fra og med 1984.

Prognose-regionnr.	Komm.nr.	Navn	Prognose-regionnr.	Komm.nr.	Navn
<u>05 OPPLAND</u>			063	0602	Drammen
051	0511	Dovre	DRAMMEN	0621	Sigdal
NORD-GUDBRANDSDAL	0512	Lesja		0623	Modum
	0513	Skjåk		0624	Øvre Eiker
	0514	Lom		0625	Nedre Eiker
	0515	Vågå		0626	Lier
	0517	Sel		0627	Røyken
				0628	Hurum
052	0516	Nord-Fron			
VINSTRÅ	0519	Sør-Fron	064	0604	Kongsberg
	0520	Ringebu	KONGSBERG	0631	Flesberg
				0632	Rollag
053	0501	Lillehammer		0633	Nore og Uvdal
LILLEHAMMER	0521	Øyer			
	0522	Gausdal			
			<u>07 VESTFOLD</u>		
054	0502	Gjøvik	071	0711	Svelvik
GJØVIK	0528	Østre Toten	SVELVIK	0713	Sande
	0529	Vestre Toten			
	0536	Søndre Land	072	0702	Holmestrand
	0538	Nordre Land	HOLMESTRAND	0714	Hof
	0541	Etnedal			
			073	0703	Horten
055	0532	Jevnaker	HORTEN	0717	Borre
HADELAND	0533	Lunner			
	0534	Gran	074	0705	Tønsberg
			TØNSBERG	0716	Våle
056	0540	Sør-Aurdal		0718	Ramnes
VALDRES	0542	Nord-Aurdal		0719	Andebu
	0543	Vestre Slidre		0720	Stokke
	0544	Øystre Slidre		0721	Sem
	0545	Vang		0722	Nøtterøy
				0723	Tjøme
<u>06 BUSKERUD</u>			075	0706	Sandefjord
061	0605	Ringerike	SANDEFJORD		
HØNEFOSS	0612	Hole			
	0622	Krødsherad	076	0707	Larvik
			LARVIK	0708	Stavern
062	0615	Flå		0725	Tjølling
HALLINGDAL	0616	Nes		0726	Brunlanes
	0617	Gol		0727	Hedrum
	0618	Hemsedal		0728	Lardal
	0619	Ål			
	0620	Hol			

Prognose-regionnr.	Komm.nr.	Navn	Prognose-regionnr.	Komm.nr.	Navn
<u>08 TELEMARK</u>			094	0937	Evje og Hornnes
081	0805	Porsgrunn	SETESDAL	0938	Bygland
SKIEN/PORSGRUNN	0806	Skien		0940	Valle
	0811	Siljan		0941	Bykle
	0814	Bamble			
	0819	Nome			
			<u>10 VEST-AGDER</u>		
082	0815	Kragerø	101	1001	Kristiansand
KRAGERØ	0817	Drangedal	KRISTIANSAND	1014	Vennesla
				1017	Sogndalen
				1018	Søgne
083	0807	Notodden			
NOTODDEN	0821	Bø			
	0822	Sauherad	102	1002	Mandal
	0827	Hjartdal	MANDAL	1021	Marnardal
				1026	Åseral
084	0826	Tinn		1027	Audnedal
RJUKAN				1029	Lindesnes
085	0828	Seljord	103	1003	Farsund
VEST/TELEMARK	0829	Kviteseid	FARSUND	1032	Lyngdal
	0830	Nissedal		1034	Hægebostad
	0831	Fyresdal			
	0833	Tokke	104	1004	Flekkefjord
	0834	Vinje	FLEKKEFJORD	1037	Kvinesdal
				1046	Sirdal
<u>09 AUST-AGDER</u>			<u>11 ROGALAND</u>		
091	0901	Risør			
RISØR	0911	Gjerstad	111	1101	Eigersund
	0912	Vegårshei	EGERSUND	1111	Sokndal
	0914	Tvedestrand		1112	Lund
				1114	Bjerkreim
092	0903	Arendal			
ARENDAL	0904	Grimstad	112	1102	Sandnes
	0918	Moland	STAVANGER	1103	Stavanger
	0919	Froland		1119	Hå
	0920	Øyestad		1120	Klepp
	0921	Tromøy		1121	Time
	0922	Hisøy		1122	Gjesdal
	0929	Åmli		1124	Sola
				1127	Randaberg
093	0926	Lillesand		1129	Forsand
LILLESAND	0928	Birkenes		1130	Strand
	0935	Iveland		1133	Hjelmeland
				1141	Finnøy
				1142	Rennesøy
				1144	Kvitsøy

Prognose-regionnr.	Komm.nr.	Navn	Prognose-regionnr.	Komm.nr.	Navn
11	ROGALAND (forts.)		126	1253	Osterøy
			BERGEN (forts.)	1256	Meland
113	1134	Suldal		1259	Øygarden
SAUDA	1135	Sauda		1260	Radøy
				1263	Lindås
114	1106	Haugesund		1264	Austrheim
HAUGESUND	1145	Bokn		1265	Fedje
	1146	Tysvær		1266	Masfjorden
	1149	Karmøy			
	1151	Utsira			
	1154	Vindafjord	14	SOGN OG FJORDANE	
			141	1411	Gulen
			YTRE SOGN	1412	Solund
				1413	Hyllestad
				1416	Høyanger
12	<u>HORDALAND</u>				
121	1211	Etne			
SØNDRE	1214	Ølen			
SUNNHORDLAND	1216	Sveio	142	1417	Vik
			INDRE SOGN	1418	Balestrand
122	1219	Bømlo		1419	Leikanger
LEIRVIK	1221	Stord		1420	Sogndal
	1222	Fitjar		1421	Aurland
	1223	Tysnes		1422	Lærdal
	1224	Kvinnherad		1424	Årdal
				1426	Luster
123	1227	Jondal			
ODDA	1228	Odda	143	1428	Askvoll
	1231	Ullensvang	INDRE SUNNFJORD	1429	Fjaler
	1232	Eidfjord		1430	Gaular
				1431	Jølster
124	1233	Ulvik		1432	Førde
VOSS	1234	Granvin		1433	Naustdal
	1235	Voss			
			144	1401	Flora
125	1238	Kvam	YTRE SUNNFJORD	1438	Bremanger
NORHEIMSUND	1241	Fusa			
			145	1439	Vågsøy
126	1201	Bergen	YTRE NORDFJORD	1441	Selje
BERGEN	1242	Samnanger		1443	Eid
	1243	Os			
	1244	Austevoll	146	1444	Hornindal
	1245	Sund	INDRE NORDFJORD	1445	Gloppen
	1246	Fjell		1449	Stryn
	1247	Askøy			
	1251	Vaksdal			
	1252	Modalen			

Prognose-regionnr.	Komm.nr.	Navn	Prognose-regionnr.	Komm.nr.	Navn
15		<u>MØRE OG ROMSDAL</u>	158	1563	Sunndal
151	1511	Vanylven	SUNNDAL		
ULSTEINVIK	1514	Sande	159	1566	Surnadal
	1515	Herøy	SKEI	1567	Rindal
	1516	Ulstein		1571	Halsa
	1517	Hareid			
152	1519	Volda	16		<u>SØR-TRØNDELAG</u>
VOLDA/ØRSTA	1520	Ørsta	161	1612	Hemne
153	1504	Ålesund	KYRKSÆTERØRA/ ORKANGER	1613	Snillfjord
ÅLESUND	1523	Ørskog		1622	Agdenes
	1526	Stordal		1636	Meldal
	1529	Skodje		1638	Orkdal
	1531	Sula	162	1617	Hitra
	1532	Giske	HITRA/FRØYA	1620	Frøya
	1534	Haram			
154	1524	Norddal	163	1621	Ørland
STRANDA	1525	Stranda	FOSEN	1627	Bjugn
	1528	Sykkylven		1630	Åfjord
				1632	Roan
				1633	Osen
155	1502	Molde	164	1634	Oppdal
MOLDE	1535	Vestnes	OPPDAL	1635	Rennebu
	1543	Nesset			
	1545	Midsund	165	1640	Røros
	1546	Sandøy	RØROS	1644	Holtålen
	1547	Aukra			
	1548	Fræna	166	1601	Trondheim
	1551	Eide	TRONDHEIM	1624	Rissa
	1557	Gjemnes		1648	Midtre Gauldal
156	1539	Rauma		1653	Melhus
ÅNDALSNES				1657	Skaun
				1662	Klæbu
157	1503	Kristiansund		1663	Malvik
KRISTIANSUND	1554	Averøy			
	1556	Frei	167	1664	Selbu
	1560	Tingvoll	SELBU/TYDAL	1665	Tydal
	1569	Aure			
	1572	Tustna			
	1573	Smøla			



Prognose-regionnr.	Komm.nr.	Navn	Prognose-regionnr.	Komm.nr.	Navn
<u>17</u>		<u>NORD-TRØNDELAG</u>	182	1818	Herøy
171	1711	Meråker	SANDNESSJØEN	1820	Alstahaug
STJØRDALSHALSEN	1714	Stjørdal		1822	Leirfjord
				1827	Dønna
172	1717	Frosta		1834	Lurøy
LEVANGER/VERDAL	1719	Levanger		1835	Træna
	1721	Verdal	183	1824	Vefsn
173	1702	Steinkjer	MOSJØEN	1825	Grane
STEINKJER	1718	Leksvik		1826	Hattfjelldal
	1723	Mosvik			
	1724	Verran	184	1828	Nesna
	1725	Namdalseid	MO I RANA	1832	Hemnes
	1729	Inderøy		1833	Rana
	1736	Snåsa			
174	1738	Lierne	185	1804	Bodø
GRONG	1739	Røyrvik	BODØ	1836	Rødøy
	1740	Namsskogan		1837	Meløy
	1742	Grong		1838	Gildeskål
				1839	Beiarn
				1848	Steigen
175	1703	Namsos		1856	Røst
NAMSOS	1743	Høylandet		1857	Værøy
	1744	Overhalla			
	1748	Fosnes	186	1840	Saltdal
	1749	Flatanger	FAUSKE	1841	Fauske
				1842	Skjerstad
176	1750	Vikna		1845	Sørfold
RØRVIK	1751	Nærøy		1849	Hamarøy
	1755	Leka			
<u>18</u>		<u>NORDLAND</u>	187	1805	Narvik
181	1811	Bindal	NARVIK	1850	Tysfjord
BRØNNØYSUND	1812	Sømna		1851	Lødingen
	1813	Brønnøy		1852	Tjeldsund
	1815	Vega		1853	Evenes
	1816	Vevelstad		1854	Ballangen
			188	1859	Flakstad
			LOFOTEN	1860	Vestvågøy
				1865	Vågan
				1874	Moskenes

Prognose-regionnr.	Komm.nr.	Navn	Prognose-regionnr.	Komm.nr.	Navn
18	NORDLAND (forts.)		195	1940	Kåfjord
			NORD-TROMS	1941	Skjervøy
189	1866	Hadsef		1942	Nordreisa
VESTERÅLEN	1867	Bø		1943	Kvænangen
	1868	Øksnes			
	1870	Sortland			
	1871	Andøy	20	FINNMARK	
			201	2011	Kautokeino
			ALTA	2012	Alta
19	TROMS			2014	Loppa
191	1901	Harstad			
HARSTAD	1911	Kvæfjord	202	2001	Hammerfest
	1913	Skånland	HAMMERFEST	2015	Hasvik
	1915	Bjarkøy		2016	Sørøysund
				2017	Kvalsund
192	1919	Gratangen		2018	Måsøy
BARDU/MÅLSELV	1920	Lavangen			
	1922	Bardu	203	2019	Nordkapp
	1923	Salangen	HONNINGSVÅG	2020	Porsanger
	1924	Målselv		2021	Karasjok
				2022	Lebesby
193	1925	Sørreisa		2023	Gamvik
FINNSNES	1926	Dyrøy			
	1927	Tranøy	204	2002	Vardø
	1928	Torsken	ØST-FINNMARK	2003	Vadsø
	1929	Berg		2024	Berlevåg
	1931	Lenvik		2025	Tana
				2027	Nesseby
194	1902	Tromsø		2028	Båtsfjord
TROMSØ	1933	Bålsfjord			
	1936	Karlsøy	205	2030	Sør-Varanger
	1938	Lyngen	KIRKENES		
	1939	Storfjord			

Trykt 1984

- Nr. 84/1 Naturressurser og miljø 1983 Foreløpige nøkkeltall fra ressursregnskapene for energi, mineraler, skog, fisk og areal Sidetall 100 Pris kr 18,00 ISBN 82-537-1993-0
- 84/2 Torstein Bye: Energisubstitusjon i næringssektorene i en makromodell Sidetall 47 Pris kr 12,00 ISBN 82-537-2042-4
- 84/4 Jon Åge Vestøl: Kommunale avfallsbehandlingsanlegg Miljøstandard Sidetall 78 Pris kr 18,00 ISBN 82-537-2062-9
- 84/5 Bjørg Moen: Bibliography of Population Studies in Norway Bibliografi over befolkningsstudier i Norge Sidetall 114 Pris kr 18,00 ISBN 82-537-2045-9
- 84/6 Grete Dahl: Folketrygden. Korttidsytelser og stønad ved yrkesskade Sidetall 26 Pris kr 12,00 ISBN 82-537-2069-6
- 84/7 Tiril Vogt: Social Indicators and Environmental Dimensions Sidetall 33 Pris kr 12,00 ISBN 82-537-2060-2
- 84/8 Otto Carlsen: Pasientstatistikk 1982 Statistikk fra Det økonomiske og medisinske informasjonssystem Sidetall 61 Pris kr 18,00 ISBN 82-537-2066-1
- 84/9 Herdis Thorén Amundsen: Statistiske metoder for analyse av samvariasjon i kategoriske data Sidetall 228 Pris kr 24,00 ISBN 82-537-2074-2
- 84/10 Audun Rosland: Vannkraftutbygging - Reguleringsinngrep - Virkninger på fisk Sidetall 127 Pris kr 18,00 ISBN 82-537-2102-1
- 84/11 Skatter og overføringer til private Historisk oversikt over satser mv. Arene 1970 - 1984 Sidetall 75 Pris kr 18,00 ISBN 82-537-2081-5
- 84/12 Arne Faye og Helge Herigstad: Friluftsliv i Norge 1970 - 1982 Sidetall 77 Pris kr 18,00 ISBN 82-537-2092-0
- 84/13 Jon Paschen Knudsen: Boligstandard Variasjoner innen og mellom byer Sidetall 66 Pris kr 18,00 ISBN 82-537-2088-2
- 84/14 Erling Siring og Emil Spjøtvoll: Regresjonsanalyse med et stort antall variable Sidetall 55 Pris kr 18,00 ISBN 82-537-2122-6
- 84/15 Sindre Børke: Folke- og bolig telling 1980 Dokumentasjon Sidetall 211 Pris kr 24,00 ISBN 82-537-2112-9
- 84/16 Stein Opdahl: Aleneforeldres levekår og tidsbruk Sidetall 188 Pris kr 18,00 ISBN 82-537-2127-7
- 84/17 Alette Schreiner og Tor Skoglund: Virkninger av oljevirkosomhet i Nord-Norge Sidetall 43 Pris kr 18,00 ISBN 82-537-2118-8
- 84/18 Morten Reymert: Import- og eksportlikninger i KVARTS. Utledning, estimering og simulering med likninger for utenrikshandelen Sidetall 83 Pris kr 18,00 ISBN 82-537-2123-4
- 84/20 Arne Ljones: Energiundersøkelsen 1983 Om energibruk og energiøkonomisering i private husholdninger Sidetall 62 Pris kr 18,00 ISBN 82-537-2130-7
- 84/21 Johan Helda: Kvalitetskontrollundersøkelsen for Folke- og bolig tellingen 1980 Sidetall 115 Pris kr 18,00 ISBN 82-537-2140-4
- 84/22 Sindre Børke: Tilleggsundersøkelsen til Folke- og bolig telling 1980 Om muligheter for å erstatte skjema med registeropplysninger i senere folke- og bolig tellingen Sidetall 61 Pris kr 18,00 ISBN 82-537-2136-6
- 84/23 Roar Bergan: MINK En finansiell ettermodell til MSG. En MSG-rapport Sidetall 71 Pris kr 18,00 ISBN 82-537-2138-2
- 84/24 Yngvar Holm: Engrossetningsindeks Sidetall 19 Pris kr 12,00 ISBN 82-537-2141-2
- 84/25 Morten Jensen og Morten Reymert: Kvartalsmodellen KVARTS - modellbeskrivelse og teknisk dokumentasjon Sidetall 87 Pris kr 18,00 ISBN 82-537-2139-0

## Trykt 1985

- 85/1 Naturressurser og miljø 1984 Foreløpige nøkkeltall fra ressursregnskapene for miljø, energi, mineraler, skog, fisk og areal Sidetall 94 Pris kr 30,00 ISBN 82-537-2133-1
- 85/2 Aktuelle skattetall 1984 Current Tax Data Sidetall 44 Pris kr 20,00 ISBN 82-537-2142-0
- 85/4 Lorents Lorentsen og Kjell Roland: Markedet for råolje. Historisk utvikling. Teorier og modeller. Prisprognoser Sidetall 58 Pris kr 20,00 ISBN 82-537-2145-5
- 85/5 Morten Reymert og Carl-Erik Schulz: Eksport og markedsstruktur Eksportutvikling og markedsandeler for Norge og andre land 1963 - 77 Sidetall 149 Pris kr 30,00 ISBN 82-537-2155-2
- 85/6 Elisabeth Fadum, Katalin Nagy og Tiril Vogt: Referansearkiv for naturressurs- og forurensningsdata: Emnekatalog for ferskvann Sidetall 313 Pris kr 50,00 ISBN 82-537-2159-5
- 85/7 Arne Rideng, Knut Ø. Sørensen og Kjetil Sørli: Modell for regionale befolkningsframskrivninger Sidetall 71 Pris 25,00 ISBN 82-537-2162-5
- 85/8 Kjetil Sørli: MATAUK En modell for tilgang på arbeidskraft, revidert modell og Framskrivning av arbeidsstyrken 1983 - 2000 Sidetall 81 Pris kr 25,00 ISBN 82-537-2163-3
- 85/11 Liv Argel: Avisenes bruk av statistikk Resultater fra en postundersøkelse i oktober 1984 Sidetall 34 Pris kr 20,00 ISBN 82-537-2185-4



Pris kr 25,00

**Publikasjonen utgis i kommisjon hos H. Aschehoug & Co. og  
Universitetsforlaget, Oslo, og er til salgs hos alle bokhandlere.**

---

ISBN 82-537-2162-5  
ISSN 0332-8422