

VERDSETTING AV SKOG

ESTIMERING AV HJELPEFUNKSJONER
BASERT PÅ DATA FRA
FLYBILDER OG ØKONOMISK KARTVERK

AV
ERIK NÆSSET

VERDSETTING AV SKOG

**ESTIMERING AV HJELPEFUNKSJONER BASERT PÅ DATA FRA
FLYBILDER OG ØKONOMISK KARTVERK**

AV

ERIK NÆSSET

STATISTISK SENTRALBYRÅ
OSLO—KONGSVINGER 1988

ISBN 82-537-2705-4
ISSN 0332-8422

EMNEGRUPPE
19 Andre ressurs- og miljøemner

ANDRE EMNEORD
Flybilderegistrering
Metoder
Punktsamling
Ressursregnskap
Skogverdi

FORORD

Statistisk sentralbyrå har siden 1978 arbeidet med utvikling av ressursregnskap for areal og skog. I begge regnskapene har det vært behov for å klassifisere skogen etter økonomisk verdi.

I mange tilfeller foreligger det ikke data tilstrekkelig til å klassifisere skogen etter økonomisk verdi på det geografiske nivået som er påkrevet i arealregnskapet. Egen datainnsamling vil derfor være nødvendig. Siden datagrunnlaget i arealregnskapet er basert på punktsampling på kart og flybilder, er det naturlig å forsøke og benytte samme datakilder og utvalgsmetode ved verdsetting av skog.

Formålet med undersøkelsen som presenteres i denne rapporten er å vurdere om det er mulig å utvikle funksjonssammenhenger for beregning av verdien av skog basert på data registrert i flybilder og økonomisk kartverk.

I rapporten drøftes det hvilken nøyaktighet som kan forventes ved praktisk bruk av de funksjonene som estimeres, og det er lagt vekt på å sammenlikne resultatene med resultater oppnådd i andre undersøkelser.

Førstekonsulent Erik Næset har hatt ansvaret for prosjektet og har skrevet rapporten.

Statistisk sentralbyrå, Oslo, 1. november 1988

Gisle Skancke

INNHold

	Side
Figurregister	7
Tabellregister	9
1. Innledning	13
2. Problemstilling	14
3. Materialet	19
3.1. Utvalg av forsøksflater	19
3.2. Innsamling og bearbeiding av markmålte data	25
3.3. Bildemålinger	26
3.4. Registrering av bonitet	28
4. Metoder	28
4.1. Feil i de forklarende variablene	29
4.2. Regresjonsmodellen	33
4.3. Utvelgelse av beste regresjon	35
5. Resultater og diskusjon	39
5.1. Kvaliteten på bildemålte data	39
5.2. Tolking av treslag i flybilde	47
5.3. Funksjoner for grunnflatemiddeldiameter	51
5.4. Funksjoner for grunnflatesum	86
5.5. Funksjoner for høydeklasse	94
5.6. Funksjoner for totalalder	105
6. Konklusjon	117
Litteratur	120
Vedlegg	
1. Utvalgte funksjoner for grunnflatemiddeldiameter	125
2. Utvalgte funksjoner for grunnflatesum	127
3. Utvalgte funksjoner for høydeklasse	128
4. Utvalgte funksjoner for totalalder	130
Utkommet i serien Rapporter fra Statistisk sentralbyrå etter 1. juli 1987 (Rapp)	132

Standardtegn brukt i tabeller

. Tall kan ikke forekomme

- Null

FIGURREGISTER

	Side
3.1. Materialets geografiske fordeling. Antall flater i parentes	19
3.2. Fordeling av flatene i hele materialet på hogstklasser og treslag. 930 flater. Prosent	20
3.3. Fordeling på treslag og hogstklasser av flatene i første måleserie der også bonitet er registrert på økonomisk kartverk. 851 flater. Prosent	21
3.4. Fordeling på treslag og hogstklasser av flatene i andre måleserie der også bonitet er registrert på økonomisk kartverk. 809 flater. Prosent	21
3.5. Fordeling på grunnflatemiddeldiameter og grunnflateveid middelhøyde av flatene i første måleserie der også bonitet er registrert på økonomisk kartverk. Antall flater	22
3.6. Fordeling på grunnflatemiddeldiameter og grunnflateveid middelhøyde av flatene i andre måleserie der også bonitet er registrert på økonomisk kartverk. Antall flater	23
3.7. Fordeling på treslag og hogstklasser av flatene i den delen av materialet der alder og bonitet på økonomisk kartverk er registrert. 326 flater. Prosent	24
3.8. Fordeling på totalalder og bonitet registrert på økonomisk kartverk. Antall flater	24
4.1. P-plott av 36 regresjonskoeffisienter	38
5.1. Cp-plott for fellesfunksjonen	61
5.2. P-plott for fellesfunksjonen	62
5.3. Cp-plott for funksjonen for gran	63
5.4. Cp-plott for funksjonen for furu	65
5.5. Standardavvik omkring funksjonsverdiene for de predikerte verdiene av grunnflatemiddeldiameter i fellesfunksjoner med kronediameter basert på ulike modeller. Første måleserie. Centimeter	71
5.6. Avvik mellom gjennomsnittet av predikerte og observerte verdier av grunnflatemiddeldiameter som andel av observerte verdier i fellesfunksjoner med kronediameter basert på ulike modeller. Første måleserie. Prosent	73
5.7. Avvik mellom gjennomsnittet av predikerte og observerte verdier av grunnflatesum som andel av observerte verdier i funksjoner basert på annengradspolynomet. Første måleserie. Prosent	89
5.8. Avvik mellom gjennomsnittet av predikerte og observerte verdier av høydeklasse som andel av observerte verdier i granfunksjonene basert på annengradspolynomet. Første måleserie. Prosent	98
5.9. Avvik mellom gjennomsnittet av predikerte og observerte verdier av høydeklasse som andel av observerte verdier i furufunksjonene basert på annengradspolynomet. Første måleserie. Prosent	99
5.10. Avvik mellom gjennomsnittet av predikerte og observerte verdier av totalalder som andel av observerte verdier i fellesfunksjonene basert på annengradspolynomet. Første måleserie. Prosent	109
5.11. Avvik mellom gjennomsnittet av predikerte og observerte verdier av totalalder som andel av observerte verdier i granfunksjonene basert på annengradspolynomet. Første måleserie. Prosent	110

- 5.12. Avvik mellom gjennomsnittet av predikerte og observerte verdier av totalalder som andel av observerte verdier i furufunksjonene basert på annengradspolynomet. Første måleserie. Prosent 110

TABELLREGISTER

TABELLER I TEKSTEN

	Side
3.1. Klassegrense og gjennomsnittsverdi for bonitetsklasser i økonomisk kartverk uttrykt som produksjonsevne. $m^3/daa/år$	28
5.1. Test av differansen til gjennomsnittet av bildemålt og markmålt høyde. Parvise observasjoner. 799 flater	40
5.2. Variansanalyse med toveisgruppering av bildemålt krone-dekning for observatørene i første måleserie. 799 flater ..	42
5.3. Variansanalyse med toveisgruppering av bildemålt krone-dekning for observatørene i andre måleserie. 799 flater ...	43
5.4. Den enkelte observatørs gjennomsnitt og midlere avvik fra gjennomsnittet innen hver måleserie, samt standardavvik mellom observatører ved registrering av krone-dekning. 799 flater	44
5.5. Variansanalyse med toveisgruppering av bildemålt krone-diameter for observatørene i første måleserie. 799 flater .	46
5.6. Variansanalyse med toveisgruppering av bildemålt krone-diameter for observatørene i andre måleserie. 799 flater ..	46
5.7. Den enkelte observatørs gjennomsnitt og midlere avvik fra gjennomsnittet innen hver måleserie, samt standardavvik mellom observatører ved registrering av krone-diameter. 799 flater	47
5.8. De enkelte treslagenes andel ved inndeling i tre klasser ..	49
5.9. Sammenlikning av treslag registrert i felt og i flybilde av tre observatører. Inndeling i tre klasser. Ikke signifikante nettoavvik i parentes. 851 flater. Prosent ...	49
5.10. Resultater fra estimering av grunnflatemiddeldiameter med lineær modell. Barskog. Standardavvik i parentes. 799 flater	53
5.11. Resultater fra estimering av grunnflatemiddeldiameter med lineær modell. Funksjoner med kronediameter. Første måleserie. Standardavvik i parentes	55
5.12. Resultater fra estimering av grunnflatemiddeldiameter med lineær modell. Funksjoner uten kronediameter. Første måleserie. Standardavvik i parentes	56
5.13. Inndeling av kronedekning og kronediameter i diskrete grupper	57
5.14. Resultater fra estimering av grunnflatemiddeldiameter med lineær modell. Instrumentvariabelmetoden. Første måleserie. Standardavvik i parentes	59
5.15. Resultater fra estimering av grunnflatemiddeldiameter basert på annengradspolynom. Funksjoner med krone-diameter. Første måleserie. Standardavvik i parentes	64
5.16. Resultater fra estimering av grunnflatemiddeldiameter basert på annengradspolynom. Funksjoner uten krone-diameter. Første måleserie. Standardavvik i parentes	66
5.17. Resultater fra estimering av grunnflatemiddeldiameter med loglineær modell. Funksjoner med kronediameter. Første måleserie. Standardavvik i parentes	68
5.18. Resultater fra estimering av grunnflatemiddeldiameter med loglineær modell. Funksjoner uten kronediameter. Første måleserie. Standardavvik i parentes	69
5.19. Sammenstilling av resultater fra estimering av grunnflatemiddeldiameter. Funksjoner med kronediameter. Første måleserie	70

5.20.	Sammenstilling av resultater fra estimering av grunnflate- middeldiameter. Funksjoner uten kronediameter. Første måleserie	70
5.21.	Oppnådd nøyaktighet ved testing av fellesfunksjoner for grunnflatemiddeldiameter med kronediameter basert på ulike modeller. Første måleserie	75
5.22.	Resultater fra testing av fellesfunksjoner for grunnflate- middeldiameter. 846 flater	76
5.23.	Oppnådd nøyaktighet ved testing av fellesfunksjoner for grunnflatemiddeldiameter 846 flater	77
5.24.	Resultater fra testing av granfunksjoner for grunnflate- middeldiameter. 450 flater	78
5.25.	Oppnådd nøyaktighet ved testing av granfunksjoner for grunnflatemiddeldiameter 450 flater	79
5.26.	Resultater fra testing av furufunksjoner for grunnflate- middeldiameter. 275 flater	79
5.27.	Oppnådd nøyaktighet ved testing av furufunksjoner for grunnflatemiddeldiameter 275 flater	79
5.28.	Oppnådd nøyaktighet i andre undersøkelser ved prediksjon av grunnflatemiddeldiameter	81
5.29.	Resultater fra samlet testing av fellesfunksjoner og gran- og furufunksjoner for grunnflatemiddeldiameter. Flybilde- tolket treslagsfordeling. 846 flater	83
5.30.	Oppnådd nøyaktighet ved samlet testing av fellesfunksjoner og gran- og furufunksjoner for grunnflatemiddeldiameter. Flybildetolket treslagsfordeling. 846 flater	84
5.31.	Resultater fra estimering av grunnflatesum basert på annengradspolynomet. Første måleserie. Standardavvik i parentes	88
5.32.	Resultater fra testing av funksjoner for grunnflatesum	90
5.33.	Oppnådd nøyaktighet ved testing av funksjoner for grunn- flatesum	91
5.34.	Oppnådd nøyaktighet i andre undersøkelser ved prediksjon av grunnflatesum	92
5.35.	Resultater fra samlet testing av fellesfunksjon og gran- og furufunksjon for grunnflatesum. Flybildetolket treslags- fordeling. 846 flater	93
5.36.	Oppnådd nøyaktighet ved samlet testing av fellesfunksjon og gran- og furufunksjon for grunnflatesum. Flybildetolket treslagsfordeling. 846 flater	93
5.37.	Resultater fra estimering av høydeklasse basert på annen- gradspolynomet. Funksjoner med kronediameter. Første måleserie. Standardavvik i parentes	96
5.38.	Resultater fra estimering av høydeklasse basert på annen- gradspolynomet. Funksjoner uten kronediameter. Første måleserie. Standardavvik i parentes	97
5.39.	Resultater fra testing av granfunksjoner for høydeklasse. 450 flater	100
5.40.	Oppnådd nøyaktighet ved testing av granfunksjoner for høydeklasse. 450 flater.....	101
5.41.	Resultater fra testing av furufunksjoner for høydeklasse. 275 flater	101
5.42.	Oppnådd nøyaktighet ved testing av furufunksjoner for høydeklasse. 275 flater.....	101
5.43.	Resultater fra testing av granfunksjoner for høydeklasse for de flatene som ved flybildetolking er klassifisert i treslagsklasse 1 og 2	103

5.44.	Oppnådd nøyaktighet ved testing av granfunksjoner for høydeklasse for de flatene som ved flybildetolking er klassifisert i treslagsklasse 1 og 2	103
5.45.	Resultater fra testing av furufunksjoner for høydeklasse for de flatene som ved flybildetolking er klassifisert i treslagsklasse 2 og 3	104
5.46.	Oppnådd nøyaktighet ved testing av furufunksjoner for høydeklasse for de flatene som ved flybildetolking er klassifisert i treslagsklasse 2 og 3	104
5.47.	Resultater fra estimering av totalalder basert på annen-gradspolynomet. Funksjoner med kronediameter. Første måleserie. Standardavvik i parentes	107
5.48.	Resultater fra estimering av totalalder basert på annen-gradspolynomet. Funksjoner uten kronediameter. Første måleserie. Standardavvik i parentes	108
5.49.	Resultater fra testing av fellesfunksjoner for totalalder. 318 flater	112
5.50.	Oppnådd nøyaktighet ved testing av fellesfunksjoner for totalalder. 318 flater	112
5.51.	Resultater fra testing av granfunksjoner for totalalder. 174 flater	113
5.52.	Oppnådd nøyaktighet ved testing av granfunksjoner for totalalder. 174 flater	113
5.53.	Resultater fra testing av furufunksjoner for totalalder. 90 flater	113
5.54.	Oppnådd nøyaktighet ved testing av furufunksjoner for totalalder. 90 flater	114
5.55.	Resultater fra samlet testing av fellesfunksjoner og gran- og furufunksjoner for totalalder. Flybildetolket treslagsfordeling. 318 flater	115
5.56.	Oppnådd nøyaktighet ved samlet testing av fellesfunksjoner og gran- og furufunksjoner for totalalder. Flybildetolket treslagsfordeling. 318 flater	115
5.57.	Oppnådd nøyaktighet i andre undersøkelser ved prediksjon av aldersklasser	116

TABELLER I VEDLEGG

	Side
1. Symboler og måle-enheter for de enkelte variablene	125
2. Utvalgte funksjoner for grunnflatemiddeldiameter basert på de tre forklaringsvariablene bonitet registrert på økonomisk kartverk, grunnflateveid middelhøyde og kronedekning	125
3. Utvalgte funksjoner for grunnflatemiddeldiameter basert på de fire forklaringsvariablene bonitet registrert på økonomisk kartverk, grunnflateveid middelhøyde, kronedekning og kronediameter	126
4. Symboler og måle-enheter for de enkelte variablene	127
5. Utvalgte funksjoner for grunnflatesum basert på de tre forklaringsvariablene bonitet registrert på økonomisk kartverk, grunnflateveid middelhøyde og kronedekning	127
6. Symboler og måle-enheter for de enkelte variablene	128
7. Utvalgte funksjoner for høydeklasse basert på de tre forklaringsvariablene bonitet registrert på økonomisk kartverk, grunnflateveid middelhøyde og kronedekning	128
8. Utvalgte funksjoner for høydeklasse basert på de fire forklaringsvariablene bonitet registrert på økonomisk kartverk, grunnflateveid middelhøyde, kronedekning og kronediameter ...	129

9. Symboler og måle-enheter for de enkelte variablene 130
10. Utvalgte funksjoner for totalalder basert på de tre forklaringsvariablene bonitet registrert på økonomisk kartverk, grunnflateveid middelhøyde og kronedekning 130
11. Utvalgte funksjoner for totalalder basert på de fire forklaringsvariablene bonitet registrert på økonomisk kartverk, grunnflateveid middelhøyde, kronedekning og kronediameter ... 131

1. INNLEDNING

I arbeidet med ressursregnskap for skog er det av interesse å klassifisere skogen etter økonomisk verdi (KRISTOFFERSEN & NÆSSET 1985). I ressursregnskapet har en til nå konsentrert seg om oversikter over skogbeholdningens fysiske størrelser. Klassifisering av skogarealene etter økonomisk verdi betinger kjennskap til kostnader ved skogproduksjon samt priser på de ferdige produktene.

I denne sammenheng er det mest naturlig å knytte informasjon om skogens verdi til et opplegg for punktsampling som i arealregnskapet, slik det er skissert av ENGBREITSEN (1986).

En verdsetting av skogarealene med tanke på skogproduksjon forutsetter kjennskap bl.a. til de naturgitte produksjonsbetingelsene, skogtilstanden, kulturkostnader, avvirkningskostnader samt priser på produktene. De viktigste delene av dette datagrunnlaget har tradisjonelt krevd omfattende og kostbar registrering i felt. Dette gjelder i særlig grad de variablene som er bestemt av egenskapene ved den stående skogen.

I de tilfellene der det ikke foreligger registreringer egnet til verdiberegninger i form av tradisjonelle takster, er egen datainn-samling nødvendig.

Siden datainn-samling basert på feltregistreringer er uaktuelt i arbeidet med ressursregnskapet, er det nødvendig å vurdere alternative datakilder som informasjonsgrunnlag. De mest aktuelle datakildene er flybilder og økonomisk kartverk, siden de har utstrakt anvendelse både innen skoglig ressursregistrering og i arealregnskapet.

Enkelte av de mest sentrale variablene med tanke på en verdsetting av skogarealene vil ikke være direkte registrerbare i flybilde og på økonomisk kartverk. De vil imidlertid ofte være sterkt korrelerte med variabler som kan observeres på økonomisk kartverk og i flybilde.

Formålet med denne undersøkelsen er derfor å vurdere om det er mulig å estimere de mest sentrale variablene ved verdsetting ut fra informasjon registrert i flybilde og på økonomisk kartverk.

I kapittel 2 gis det en mer omfattende drøfting av problemstillingen, der hovedvekten legges på å påvise hvilke skogavhengige variabler det er mest ønskelig å estimere. I kapittel 3 gis det en omtale av datamaterialet anvendt i denne undersøkelsen, mens kapittel

4 drøfter metoder i forbindelse med estimering og evaluering av resultatene, samt utforming av selve regresjonsmodellen. Resultater og konklusjon framgår av kapittel 5 og 6.

2. PROBLEMSTILLING

Ut fra det verdsettingsformål som nevnes i forrige kapittel, vil en verdsetting etter bruksverdi prinsippet være en rimelig framgangsmåte i klassifikasjon av skogarealene. Bruksverdi betraktningen anvendes vanligvis som prinsipp ved verdsetting ved ekspropriasjon av såvel deler av skogeiendommer som hele skogeiendommer (NORGES SKOG-EIERFORBUND & NORGES BONDELAG 1982).

Bruksverdien uttrykker differansen mellom nåverdien av alle framtidige inntekter og nåverdien av alle framtidige utgifter. Anta at $a(t)$ er en kontinuerlig funksjon for nettoinntektsstrømmen over tiden t . Hvis r er kalkulasjonsrenten og e grunntallet i det naturlige logaritmesystemet, blir bruksverdien

$$(2.1) \quad PV = \int_0^{\infty} a(t)e^{-rt} dt$$

En praktisk tillempling av beregningen av bruksverdi forutsetter kjennskap først og fremst til skogens bonitet, alder, driftskostnader (avvirkningskostnader), priser på tømmeret og kulturkostnader. Dessuten vil valg av kalkulasjonsrente ha avgjørende betydning for bruksverdien. Anta at PV_i betegner bruksverdien for treslag i . Ved en praktisk tillempling av likning (2.1) kan bruksverdien beregnes som en funksjon av følgende variabler:

$$(2.2) \quad PV_i = f_i(B, A, C, p_t, C_k, r) \quad i = 1, 2, \dots, n_i$$

der

B = bonitet
 A = alder
 C = driftskostnader
 p_t = tømmerpriser
 C_k = kulturkostnader
 r = kalkulasjonsrente

I det følgende omtales hvert ledd i funksjon (2.2) enkeltvis.

Bonitet (B)

Boniteten registreres vanligvis i felt, men ved innføring av flybilder i skogregistreringene er det utviklet ulike metoder for å bestemme boniteten ved en kombinasjon av feltobservasjoner og bildetolkninger. Utgangspunktet for denne undersøkelsen er imidlertid å vurdere bl.a. økonomisk kartverk som datagrunnlag for verdiberegninger. Økonomisk kartverk gir informasjon om bonitet, og i det følgende vil utelukkende boniteringen utført på dette kartverket bli benyttet.

Alder (A)

Alder registreres vanligvis i felt, men det har vært gjort forsøk på å bestemme alderen ut fra erfaringsmessige sammenhenger mellom alder og variabler som registreres ved bildetolkninger (se f.eks. LANTMATERIVERKET 1983). I denne undersøkelsen vil en forsøke å estimere totalalder som funksjon av variabler fra økonomisk kartverk og variabler registrert ved bildetolkning.

Driftskostnader (C)

I driftskostnadene inngår kostnadsfaktorer knyttet til terrengforhold, lokalisering (driftsveilengde) og bestandsforhold. Driftskostnadene kalkuleres vanligvis etter skogbrukstariffen (SKOGBRUKETS ARBEIDSGIVERFORENING, DIREKTORATET FOR STATENS SKOGER, LANDSORGANISASJONEN I NORGE & NORSK SKOG- OG LANDARBEIDERFORBUND 1985). Når kostnadene kalkuleres etter tariffen, blir det tatt hensyn til både kapital- og arbeidskraftskostnader. I skogbrukstariffen skisseres det flere måter å kalkulere kostnadene ved hogst og framkjøring av tømmeret på, avhengig av driftsopplegg.

Driftskostnadene varierer fra treslag til treslag. Anta at C_i betegner driftskostnadene pr. volumenhet for treslag i . Anta videre at skogbrukstariffen er gitt for det enkelte år. Generelt sett kan da driftskostnadene uttrykkes som en funksjon av følgende variabler:

$$(2.3) \quad C_i = f_i(Hkl, v_g, D, E) \quad i = 1, 2, \dots, n_i$$

der

Hkl = høydeklasse

v_g = volum av gjennomsnittsdimensjon

D = driftsveilengde

E = terrenghelling

Funksjon (2.3) omfatter de viktigste kostnadsfaktorene knyttet til hogst og framkjøring. Øvrige faktorer i følge skogbrukstariffen som er knyttet til andre terrengegenskaper enn helling, samt unormal kvistsetting, glissen blink m.m, er av varierende betydning. Enkelte av disse faktorene er dessuten vanskelige å kvantifisere etter en formalisert modell da de i praksis fastsettes etter skjønn. De er også vanskelig å fastsette uten registreringer i felt. Ved Institutt for skogtaksasjon, Norges landbrukshøgskole, arbeides det imidlertid med et prosjekt delvis finansiert av Miljøverndepartementet som tar sikte på å utvikle en modell for prediksjon også av disse kostnadsfaktorene (SCHEISTRØEN 1984). I denne undersøkelsen har en derfor valgt å se bort fra disse faktorene.

Av de faktorene som er gitt i funksjon (2.3) kan driftsveilengden (D) og terrenghellingen (E) registreres på økonomisk kartverk. Denne undersøkelsen går derfor ikke nærmere inn på disse.

Høydeklasse (Hkl) og volum av gjennomsnittsdimensjon (v_g) må vanligvis beregnes etter registreringer i felt. Ved beregning av driftskostnader har HOBELSTAD (1982) imidlertid anvendt funksjoner (BRAASTAD 1975 og 1980) for prediksjon av volum av gjennomsnittsdimensjon basert på grunnflateveid middelhøyde og grunnflatemiddeldiameter som forklaringsvariabler. Tilsvarende funksjoner er også utarbeidet av ANDREASSEN (1988).

I det følgende bygges det på de funksjonssammenhenger ANDREASSEN (1988) og BRAASTAD (1975 og 1980) har kommet fram til. For å kunne beregne driftskostnadene etter funksjon (2.3) vil en derfor forsøke å estimere grunnflateveid middelhøyde, grunnflatemiddeldiameter og høydeklasse som funksjon av variabler fra økonomisk kartverk og variabler registrert ved bildetolking.

Tømmerpriser (p_t)

Når markedsprisene for tømmer er gitt, vil gjennomsnittlig bruttopris pr. volumenhet for et bestand avhenge av sortimentsfordeling og dimensjoner. ANDREASSEN (1988) har utarbeidet et system av treslagsvise funksjoner som under visse forutsetninger om sortimentsfordeling gjør det mulig å beregne bruttoprisene for det stående volumet. Funksjonene benyttes sammen med funksjoner for vurdering av trær på rot (INSTITUTT FOR SKOGØKONOMI 1984), og er basert på grunnflateveid middelhøyde og grunnflatemiddeldiameter som inngangsvariabler. I enkelte funksjoner kan i tillegg grunnflatesum benyttes som inngangsvariabel for å øke nøyaktigheten.

I det følgende bygges det på funksjonene utarbeidet av ANDREASSEN (1988). For å kunne beregne bruttopriser er det derfor nødvendig å estimere grunnflateveid middelhøyde, grunnflatemiddeldiameter og evt. grunnflatesum som funksjon av variabler fra økonomisk kartverk og variabler registrert ved bildetolking.

Kulturkostnader (C_k)

Lantmåteriverket i Sverige har forsøkt å vurdere behovet for kulturtiltak ut fra registreringer i flybilde. Det konkluderes med at ved en oversiktsvurdering av skogens bruksverdi kan bildetolking gi en viss indikasjon på kulturkostnadenes størrelsesorden (LANTMÅTERIVERKET 1983), men ved en mer nøyaktig registrering (verdsetting ved skifte i skog) er det påkrevet med registreringer i felt (LANTMÅTERIVERKET 1984).

Denne undersøkelsen går imidlertid ikke nærmere inn på kulturkostnadene.

Kalkulasjonsrente (r)

Rentefoten har avgjørende betydning for utformingen av optimal skogbehandling, og særlig med tanke på tidspunkt for avvirkning samt intensitet i skogkulturen. Valg av rentefot vil imidlertid ikke bli diskutert i denne undersøkelsen.

Treslag (i)

Treslaget, eventuelt treslagsfordelingen, har betydning for bruksverdien av skog. Ved beregning av bruksverdien basert på informasjon fra flybilder og økonomisk kartverk, må bestemmelsen av treslagsfordelingen foregå ved bildetolking. Ved bildetolking foretas treslagsbestemmelsen direkte. I denne undersøkelsen vil derfor samsvaret mellom treslagsfordelingen bestemt ved bildetolking og treslagsfordelingen registrert i felt bli vurdert. Siden treslagene gran og furu er de viktigste i skogbrukssammenheng, vil oppmerksomheten bli konsentrert om disse.

Sammenfatning

Drøftingen av problemstillingen viser at for å kunne beregne bruksverdi må bl.a. markedsprisene for tømmer og drifts- og kulturkostnader være gitt. Ved beregning av bruksverdi ut fra informasjon gitt i økonomisk kartverk og ved bildetolking må spesielt følgende variabler være gitt:

- grunnflateveid middelhøyde
- grunnflatemiddeldiameter
- grunnflatesum
- høydeklasse
- totalalder

I denne undersøkelsen vil en estimere regresjonsfunksjoner for disse variablene.

Dessuten vil samsvaret mellom treslagsfordelingen bestemt ved bildetolking og treslagsfordelingen registrert i felt bli testet.

3. MATERIALET

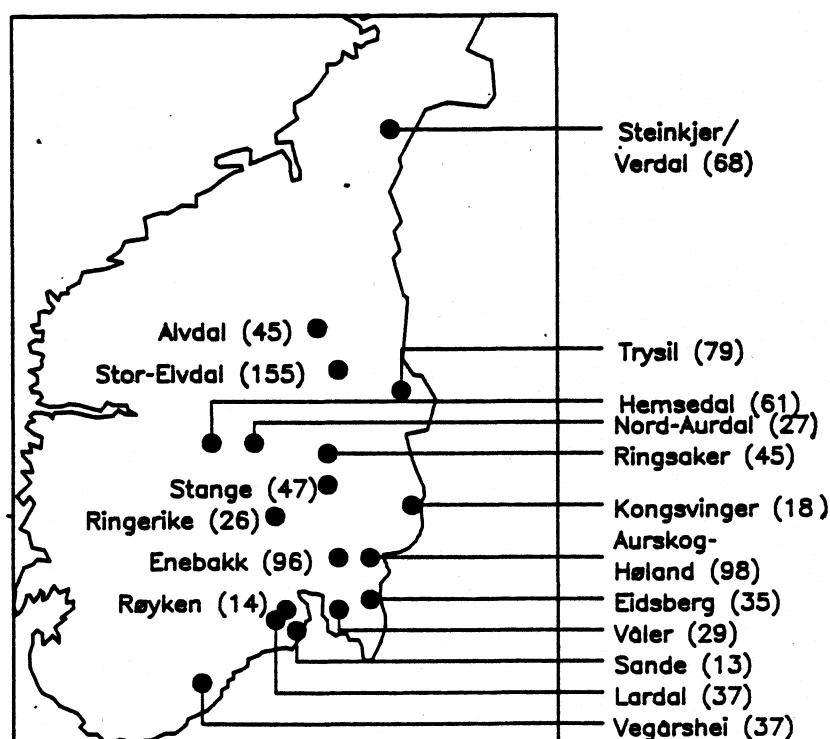
3.1 Utvalg av forsøksflater

Materialet som er benyttet i denne undersøkelsen er tidligere omtalt av TOMTER (1988) i forbindelse med et prosjekt ved Institutt for skogtaksasjon, Norges landbrukshøgskole, finansiert av Norges landbruksvitenskapelige forskningsråd. Materialet omtalt av TOMTER (1988) omfatter 939 forsøksflater (observasjoner), mens hele materialet i den foreliggende undersøkelsen består av 930 flater.

Materialet er i hovedsak innsamlet på Østlandet, men Sørlandet og Trøndelag er også representert, jf. figur 3.1, som viser i hvilke kommuner flatene er lokalisert og antall flater i hver kommune. Det er lagt vekt på å få god spredning i materialet på bl.a. bonitet, trehøyde, middeldiameter og tetthet.

Flatene er delt inn i tre grupper etter treslag. Disse gruppene er gran, furu og barblandingsskog. For gran og furu utgjør hovedtreslaget minst 75 prosent av volumet på flaten, mens andre flater betraktes som blandingsskog. Flater med mer enn 10 prosent lauv er ikke representert i materialet.

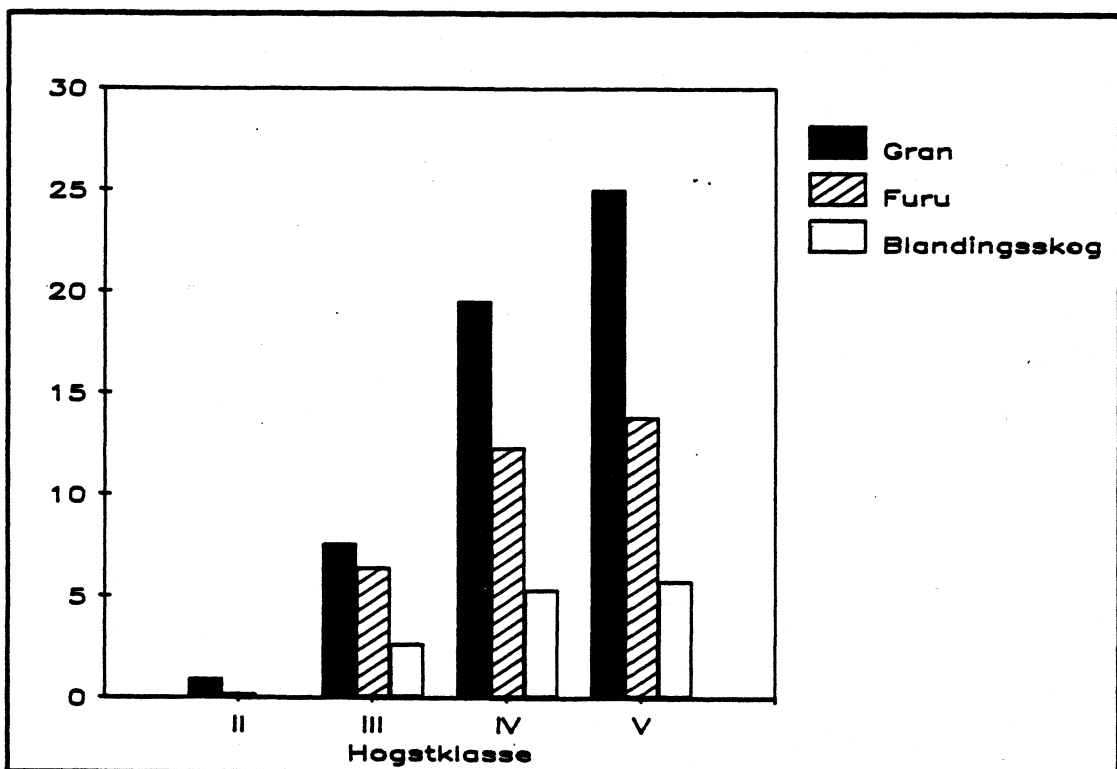
Figur 3.1. Materialets geografiske fordeling. Antall flater i parentes



TOMTER (1988) viser fordelingen av materialet på høyde over havet, bonitet og hogstklasse. Flatene i materialet er lokalisert fra 40 til 910 m.o.h. Alle boniteter for gran og furu representert, men hovedtyngden av materialet er konsentrert om de midlere bonitetene.

Figur 3.2 viser den prosentvise fordelingen av de 930 flatene på treslag og hogstklasser. Figuren viser at hogstklassene II til V er representert, men hovedtyngden av materialet er konsentrert om eldre produksjonsskog og hogstmoden skog.

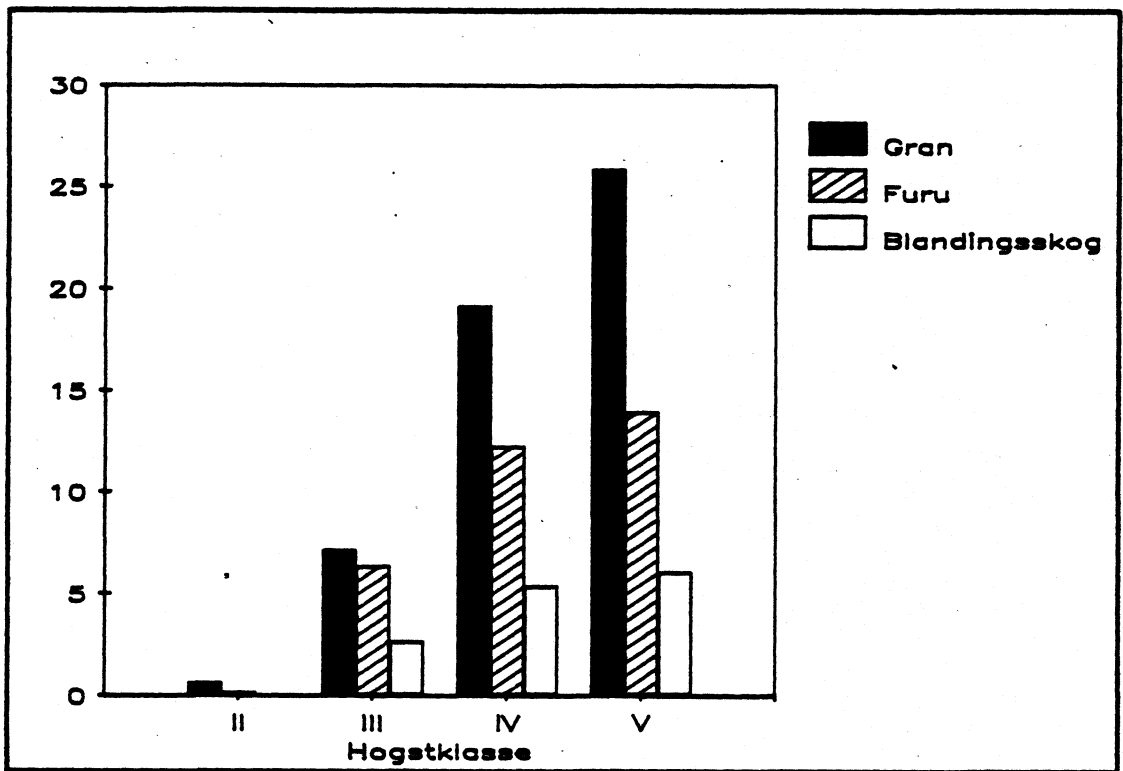
Figur 3.2. Fordeling av flatene i hele materialet på hogstklasser og treslag. 930 flater. Prosent



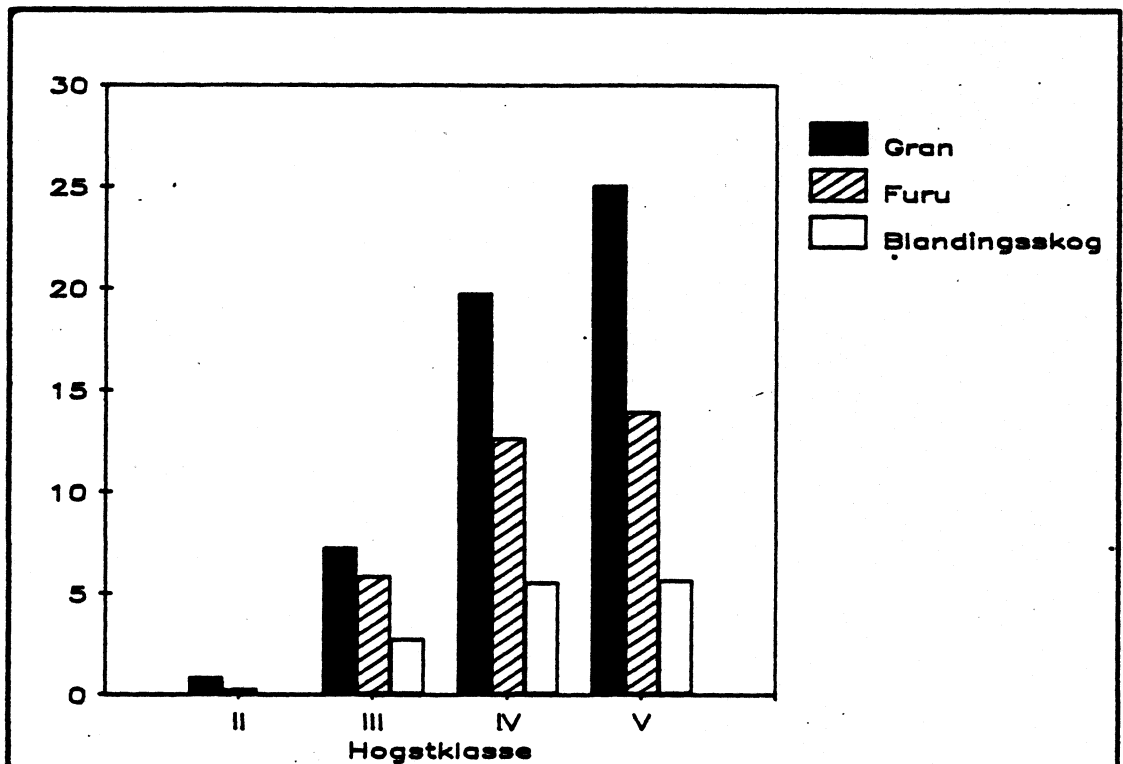
Registreringene i flybilde er foretatt i to ulike måleserier. Målingene i de to seriene er basert på ulike metoder (se kapittel 3.3). Den første måleserien omfatter 920 av de 930 flatene, mens den andre omfatter 833 flater. Av de 920 flatene i den første serien har 851 bonitet registrert på økonomisk kartverk, mens av de 833 i den andre serien har 809 denne boniteten registrert. Av de flatene som er representert i begge måleseriene har 799 boniteten registrert.

Figur 3.3 og 3.4 viser den prosentvise fordelingen av flatene i henholdsvis første og andre måleserie på treslag og hogstklasser.

Figur 3.3. Fordeling på treslag og hogstklasser av flatene i første måleserie der også bonitet er registrert på økonomisk kartverk. 851 flater. Prosent

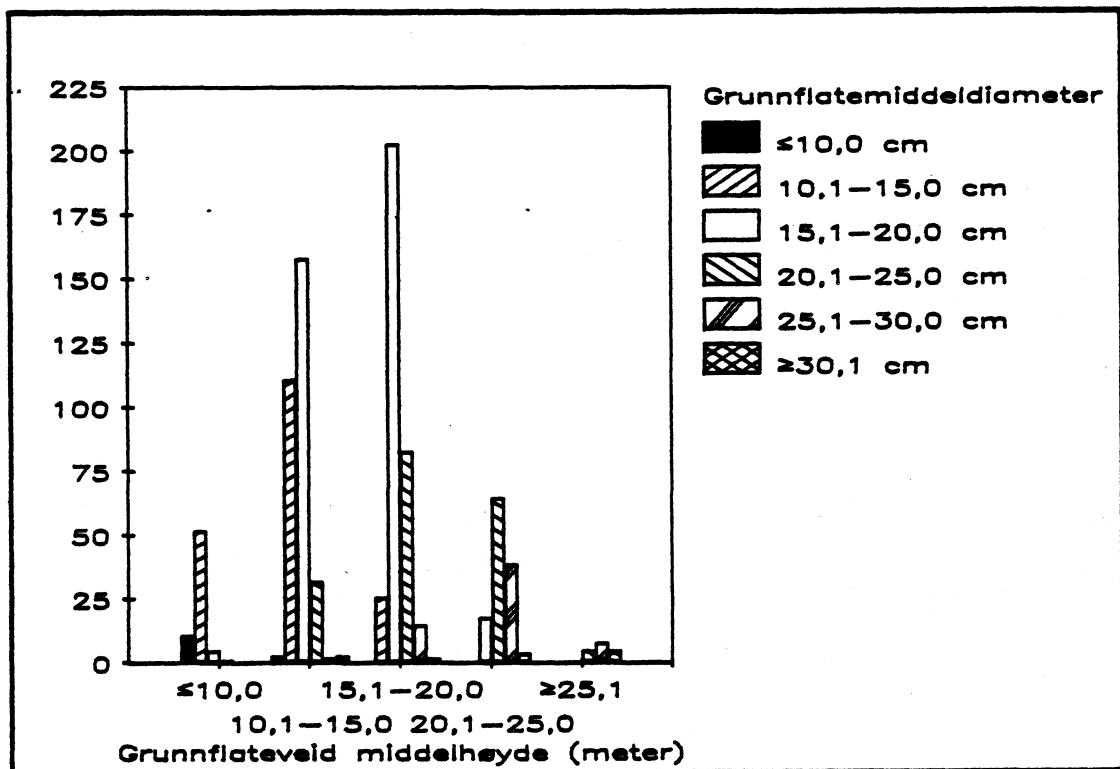


Figur 3.4. Fordeling på treslag og hogstklasser av flatene i andre måleserie der også bonitet er registrert på økonomisk kartverk. 809 flater. Prosent

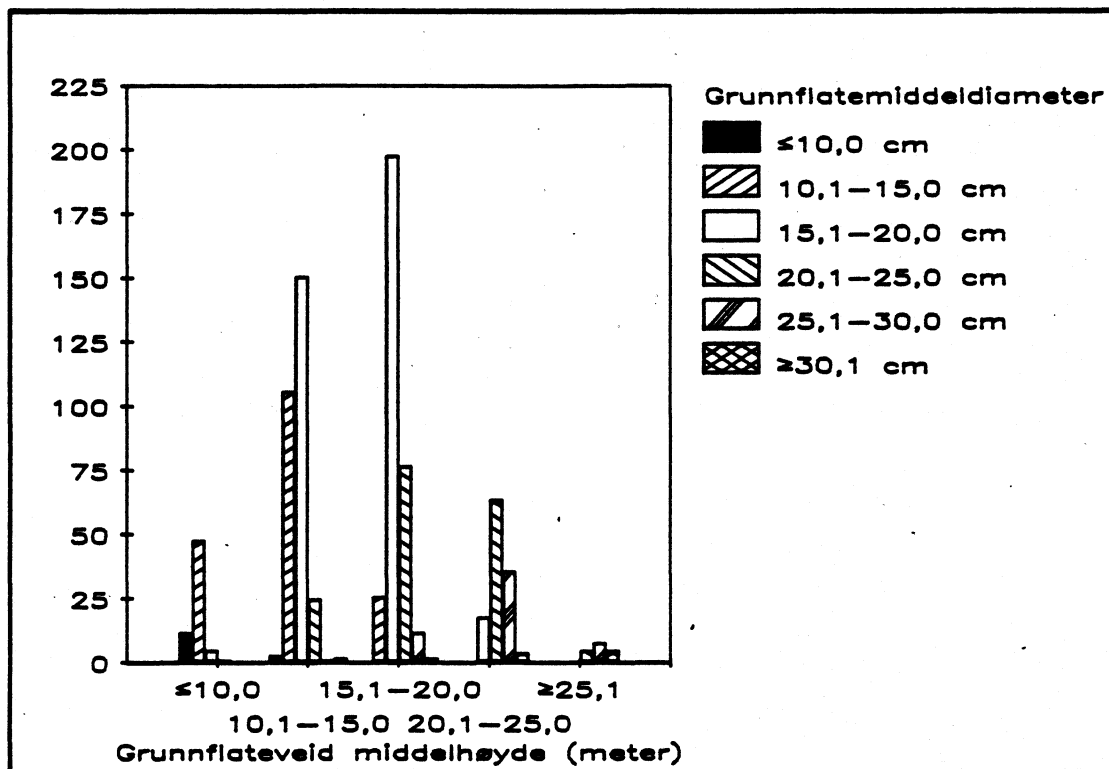


To viktige variabler i denne undersøkelsen er grunnflateveid middelhøyde og grunnflatemiddeldiameter. Figur 3.5 og 3.6 viser fordelingen på grunnflateveid middelhøyde og grunnflatemiddeldiameter av de 851 og 809 flatene i henholdsvis første og andre måleserie der også boniteten er registrert. Figurene viser at om lag tre fjerdedeler av materialet har en grunnflateveid middelhøyde på mellom 10 og 20 meter, men også flater med høyde under 10 og over 25 meter er representert i materialet. Innen hver klasse av middelhøyde er dessuten flere middeldiameterer representert.

Figur 3.5. Fordeling på grunnflatemiddeldiameter og grunnflateveid middelhøyde av flatene i første måleserie der også bonitet er registrert på økonomisk kartverk. Antall flater



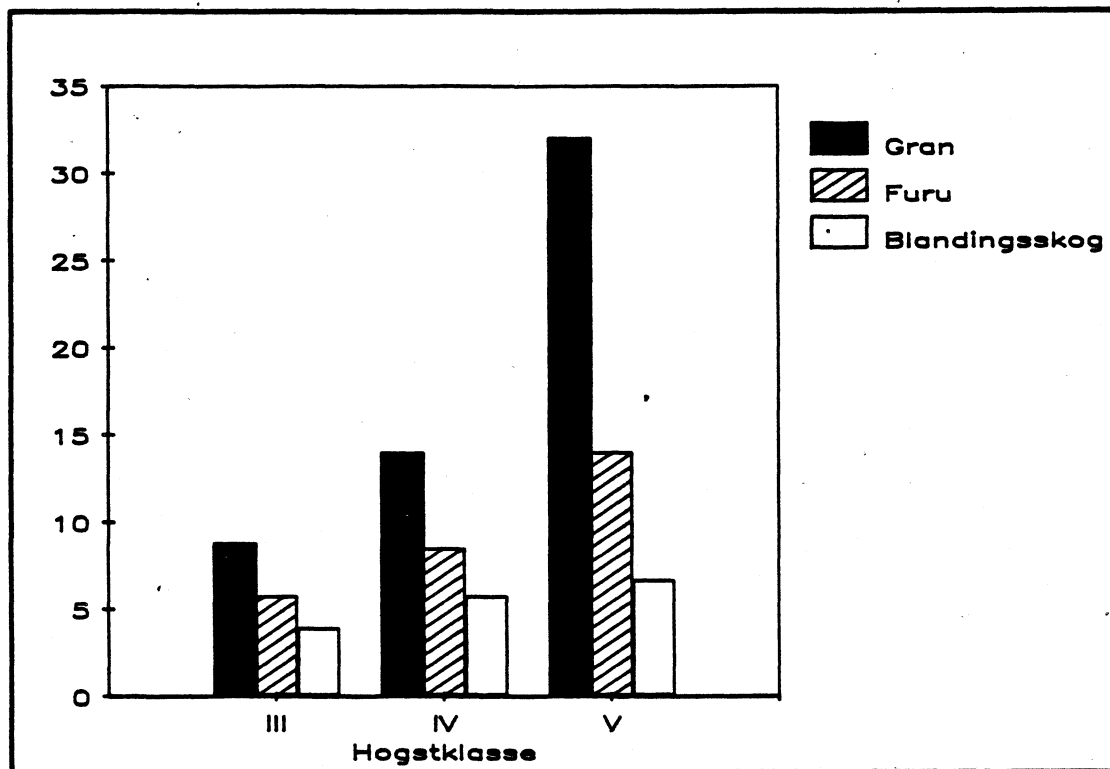
Figur 3.6. Fordeling på grunnflatemiddeldiameter og grunnflateveid middelhøyde av flatene i andre måleserie der også bonitet er registrert på økonomisk kartverk. Antall flater



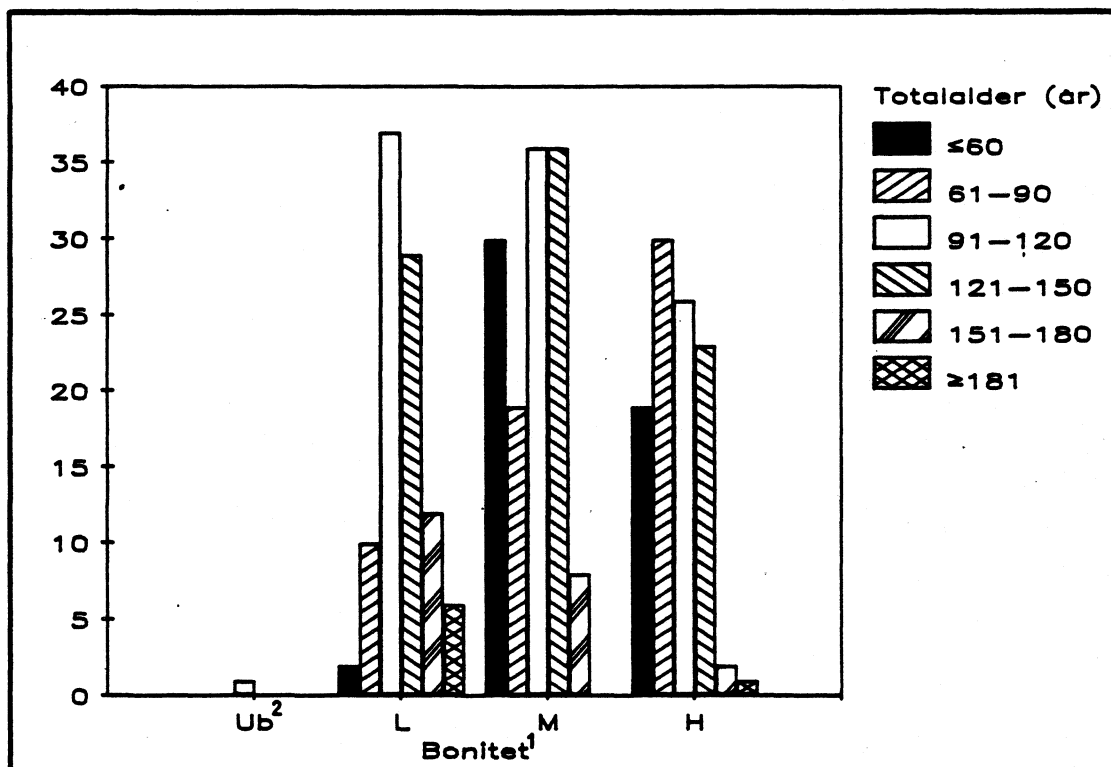
Alderen er registrert på bare 349 av de 930 flatene. Av de 349 flatene har 326 bonitet registrert på økonomisk kartverk. Fordelingen av de 326 flatene på treslag og hogstklasser er vist i figur 3.7. Figuren viser at hogstklasse II ikke er representert.

I materialet er det representert flater med totalalder (se kapittel 3.2) fra 29 til 217 år. Fordelingen av de 326 flatene på totalalder og bonitet registrert på økonomisk kartverk er vist i figur 3.8. Som det framgår av figuren, er antall flater med lav og høy bonitet likt representert i materialet, mens antallet flater med middels bonitet er noe større enn for de øvrige klassene. Alle aldersklassene er representert blant flatene med lav og høy bonitet.

Figur 3.7. Fordeling på treslag og hogstklasser av flatene i den delen av materialet der alder og bonitet på økonomisk kartverk er registrert. 326 flater. Prosent



Figur 3.8. Fordeling på totalalder og bonitet registrert på økonomisk kartverk. Antall flater



1) Bonitet refererer seg til boniteten i økonomisk kartverk, jf. tabell 3.1.

2) Bonitetsklasse for uproduktiv barskog, jf. tabell 3.1.

3.2 Innsamling og bearbeiding av markmålte data

Registreringene i marka er foretatt på flater på henholdsvis 706,9 m³ og 1 000 m³. På en del av flatene er alle trær med $d_{1,3} \geq 4$ cm klavet og stukket i 2 cm diameterklasser. På de øvrige flatene er minste dimensjon 5 cm og diameterklassen 1 cm. Det er tatt ut mellom 6 og 20 prøvetrær pr. flate, og prøvetrærne er valgt ut med relaskop (se TOMTER 1988).

Grunnflateveid middelhøyde er beregnet som aritmetisk middel av prøvetrærnes markmålte høyde, mens grunnflatesum er beregnet som summen av grunnflaten med bark til alle klavete trær på flaten.

Grunnflatemiddeldiameter er beregnet som diameteren til trærnes gjennomsnittlige grunnflate i brysthøyde med bark. Anta at g_i er grunnflaten i brysthøyde til tre i på flaten og at n er antall trær på flaten. Grunnflatemiddeldiameteren blir da:

$$d_g = 2 \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n g_i}{\pi n}} \quad i = 1, 2, \dots, n$$

Høydeklassen er beregnet ved først å beregne virkelig volum og tariffvolum. Virkelig volum for hvert enkelt prøvetre er beregnet ut fra brysthøydiameter og høyde. For gran er volumfunksjon nr. 3, 4 og 5 i VESTJORDET (1967) benyttet, mens furu er kubert etter funksjon nr. 5 og 6 i BRANTSEG (1967).

Tariffvolumet for hvert enkelt prøvetre er beregnet ved hjelp av volumfunksjonene nevnt ovenfor ut fra diameter i brysthøyde og høyden i høydeklasse 1.0. Høyden i høydeklasse 1.0 er for gran beregnet etter funksjon av FITJE & VESTJORDET (1977), mens for furu er funksjon utarbeidet av VESTJORDET (1968) benyttet. For beregning av høyde i høydeklasse 1.0 for prøvetrær med diameter mindre enn nedre grense for hva funksjonene omfatter, henvises det til TOMTER (1988).

Høydeklassen på hver flate er beregnet for gran og furu separat. Høydeklassen er beregnet som et aritmetisk middel av høydeklassene for prøvetrærne, der hvert enkelt prøvetres høydeklasse er definert som virkelig volum dividert på tariffvolum. Anta at v_{vij} og v_{tij} er henholdsvis virkelig volum og tariffvolum av prøvetre i , treslag j . Hvis n_j er antall trær av treslag j på flaten, blir høydeklassen for treslag j :

$$Hkl_j = \frac{1}{n_j} \sum_i^v \frac{v_{ij}}{t_{ij}} \quad \begin{array}{l} i = 1, 2, \dots, n_j \\ j = \begin{cases} 1 = \text{gran} \\ 2 = \text{furu} \end{cases} \end{array}$$

For de flatene der høydeklassen for gran mangler verdi, er høydeklassen for gran satt lik høydeklassen for furu. På samme måte er høydeklassen for furu satt lik høydeklassen for gran dersom høydeklassen for furu mangler verdi, men med den begrensning at største høydeklasse for furu er 1.4.

Brysthøydealder er kun registrert på boniteringstreet på hver flate. For undersøkelser av funksjonssammenheng mellom alder og andre variabler hadde det vært ønskelig med flere målinger av alder pr. flate. Totalalder beregnes som sum av registrert brysthøydealder og alder under brysthøyde gitt av BRAASTAD (1975, 1980).

3.3 Bildemålinger

Registreringene i flybilde på de enkelte flatene er foretatt i to ulike måleserier, men bildematerialet er det samme i de to seriene. Alle bildene er svart-hvite kontaktkopier (pankromatisk film), og har en målestokk på ca. 1:15 000. I begge måleseriene har tre ulike observatører foretatt registreringene. Observatørene i første og andre måleserie har henholdsvis ca. ti og to års erfaring med skoglig fotogrammetri. I observasjonsserien for observatør nr. 3 i første måleserie har to ulike personer foretatt registreringene. En har målt på normalvinkelbilder med dimensjon 18x18 cm, mens den andre har registrert på hovedsaklig vidvinkelbilder med dimensjon 23x23 cm.

I første måleserie er andre ordens analoge stereoinstrument benyttet (Wild B8 og Santoni IIc), mens i andre måleserie er det benyttet et tredje ordens stereoinstrument (Santoni SMG-10). For nærmere omtale av bildemateriale, stereoinstrumentenes egenskaper og tilrettelegging under registreringene, henvises det til TOMTER (1988).

I begge måleseriene ble observatørene bedt om å vurdere materialet, slik at flater som lå i kanten av stereomodellen, på en bestandskant eller i områder med særlig dårlig bildekvalitet, kunne utelates. Det har medført at antallet flater varierer fra observatør til observatør.

I de to måleseriene er det bl.a. benyttet ulike metoder ved registreringen av kronedekning. Nedenfor omtales registreringene i de

to måleseriene hver for seg.

Registreringer i første måleserie

Høyde er registrert som middelhøyde for herskende og medherskende trær på flaten, definert som trær med høyde større enn to tredjedeler av overhøyden på flaten. For hver observatør er den registrerte høyden gjennomsnittet av to uavhengige målinger.

Kronedekningen er uttrykt som kronedekningsprosenten, dvs. den andelen av flatens areal, målt i prosent, som er dekket av trekroner. I første måleserie er kronedekningsprosenten registrert ved hjelp av den såkalte "flyttemetoden" (se POPE 1960).

Kronediameter er registrert ved å sammenlikne den gjennomsnittlige kronediameter i bildet for herskende og medherskende trær med en mal med 15 prikker av ulik størrelse plassert på bildets overflate. Diameteren på den av malens prikker som samsvarer best med den gjennomsnittlige kronediameteren i bildet, brukes til å beregne kronediameter uttrykt i meter.

Treslagsfordelingen er registrert skjønnsmessig ved tolking i bilde. Den er uttrykt som andeler av totalt volum målt i 10-deler for treslagene gran, furu og lauv.

Registreringer i andre måleserie

Høyde er registrert på samme måte som i første måleserie (se over).

Kronedekning og kronediameter er beregnet i sammenheng ved hjelp av en struktur- og tetthetsmal utviklet av Glommen Skogeierforening (se GALAEN 1986). Malen festes i en holder i stereoinstrumentet, og er inndelt i 36 felt bestående av prikker av forskjellig størrelse og antall. I målestokk 1:15 000 tilsvarer hvert felt et areal på ett daa, og ved å sammenlikne malen med flaten i flybildet registreres det av de 36 feltene der diameteren på prikkene og antallet prikker samsvarer best med henholdsvis den gjennomsnittlige diameteren på trekronene og det synlige antallet trær i bildet. På grunnlag av de kjente egenskapene til det registrerte feltet på malen, beregnes kronedekning og kronediameter uttrykt på samme måte som i første måleserie (se TOMTER (1988) for nærmere omtale).

3.4 Registrering av bonitet

Boniteten er registrert på økonomisk kartverk i de kartfigurene som sentrum av de enkelte bildemålte flatene faller i etter overføring fra flybilde til kart. Der hvor sentrum treffer på grensen mellom to kartfigurer, har en valgt å registrere boniteten nord og eventuelt øst for punktet. Overføringen er gjort i stereoinstrument ved hjelp av tilkoplede tegnebord og overføringsarm.

Boniteten er klassifisert etter klasseinndelingen for produktiv skog gitt av JORDREGISTERINSTITUTTET (1980). I tillegg er barskog uten bonitetssignatur klassifisert som uproduktiv skog. Særlig høyproduktiv skog samt lav- og uproduktiv lauvskog er ikke representert i datamaterialet.

I regresjonsestimeringen er den gjennomsnittlige produksjonsevnen i hver bonitetsklasse brukt som uttrykk for boniteten, jf. tabell 3.1, som også viser klassegrensene i henhold til Jordregisterinstituttets definisjoner.

Tabell 3.1. Klassegrense og gjennomsnittsverdi for bonitetsklasser i økonomisk kartverk uttrykt som produksjonsevne. m³/daa/år

Bonitetsklasse	Klassegrense ¹	Gjennomsnittsverdi
Høg bonitet	0,5 - 1,0	0,75
Middels bonitet	0,3 - 0,5	0,40
Lav bonitet	0,3 - 0,1	0,20
Uproduktiv barskog	< 0,1	0,05

1) Kilde: JORDREGISTERINSTITUTTET 1980

4. METODER

I denne undersøkelsen er regresjonsestimeringen i de fleste tilfellene gjort etter vanlig minste kvadraters metode ved hjelp av programpakken SAS. Det er imidlertid knyttet enkelte spesielle egenskaper til dataene, som gjør en nærmere diskusjon av estimeringsmetode nødvendig. Utformingen av regresjonsmodellen samt evaluering av estimeringsresultatene krever også en nærmere omtale. Nedenfor diskuteres disse punktene enkeltvis.

4.1 Feil i de forklarende variablene

Som forklarende variabler i regresjonsestimeringen som er gjort er bl.a. de bildemålte variablene kronedekning og kronediameter omtalt i kapittel 3.3 benyttet. Ved estimering etter minste kvadraters metode kan en lineær regresjonsmodell uttrykkes som

$$(4.1) \quad Y = \beta_0 + \beta_1 X + \varepsilon$$

der Y representerer den avhengige variabelen og X representerer den forklarende variabelen. β_0 og β_1 er koeffisienter som skal estimeres, mens ε er et tilfeldig restledd i Y . Det er forutsatt at

$$\varepsilon \sim N(0, \sigma^2)$$

samt at X er målt uten feil.

Konsekvenser av feil i de forklarende variablene

Ved registrering av de forklarende variablene nevnt ovenfor, vil en lett kunne få feil i de observerte verdiene, siden de bare representerer en indirekte måling av variablene hvis sanne verdi eventuelt bare kan registreres ved feltobservasjon. Det kan altså oppstå feil både i Y og X i likning (4.1). La derfor η_i og ξ_i være de sanne verdiene for henholdsvis Y_i og X_i , der $i=1, 2, \dots, n$. Hvis ε_i og δ_i er tilfeldige feil i henholdsvis η_i og ξ_i får en at

$$(4.2) \quad Y_i = \eta_i + \varepsilon_i$$

$$(4.3) \quad X_i = \xi_i + \delta_i$$

Forutsatt at ε_i er uavhengig av ξ_i og δ_i , og δ_i er uavhengig av η_i og ε_i kan følgende modell formuleres:

$$(4.4) \quad \eta_i = \beta_0 + \beta_1 \xi_i$$

Ved å sette (4.2) og (4.3) inn i likning (4.4) blir

$$(4.5) \quad Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \varepsilon_i^*$$

der

$$\varepsilon_i^* = \varepsilon_i - \beta_1 \delta_i$$

Hvis det forutsettes at

$$\varepsilon_i \sim N(0, \sigma_\varepsilon^2), \quad \delta_i \sim N(0, \sigma_\delta^2)$$

og at

$$\text{cov}(\xi, \delta) = 0$$

og en samtidig definerer

$$\sigma_\xi^2 = \Sigma (\xi_i - \bar{\xi})^2 / n$$

kan det ved minste kvadraters metode vises at β_1^* er en ikke forventningsrett estimator for β_1 (se f.eks. DRAPER & SMITH 1981). Forventningen til β_1^* blir nemlig

$$E(\beta_1^*) = \beta_1 / (1 + \sigma_\delta^2 / \sigma_\xi^2)$$

Ved feil i X_i vil altså β_1^* underestimere β_1 . MALINVAUD (1970) påpeker i tillegg at estimatoren er inkonsistent. JUDGE et al. (1985) legger dessuten til at ved feil i en variabel vil ikke dette bare påvirke variabelens eget parameterestimat, men også parameterestimaten til variabler som er målt uten feil.

JUDGE et al. (1985) omtaler imidlertid flere arbeider angående bruk av stedfortredende variabler ("proxy variables"), dvs. bruk av observerbare variabler i stedet for ikke-observerbare variabler som ideelt sett skulle inngå i modellen. Det konkluderes med at det tross alt er bedre å ha med stedfortredende variabler enn å utelate dem, når målet er å oppnå minst mulig inkonsistens. I det tilfellet at en stedfortredende variabel er en funksjon av sin egen ikke-observerbare variabel og andre variabler med feil i, hevder imidlertid JUDGE et al. (1985) at andre estimeringsteknikker er å foretrekke.

I litteraturen er også effekten av feil i variabler på hypotesetester behandlet. DHRYMES (1978) viser at F-statistikken blir undervurdert når det er feil i de forklarende variablene. Dette betyr

at man forkaster flere modeller enn man skulle. Når det gjelder t-statistikken kan DHRYMES (1978) ikke påvise noen spesiell effekt av feil i de uavhengige variablene.

Komplikasjonene ved bruk av minste kvadraters metode gjør det påkrevet å avklare om det virkelig er feil i variablene. Variansanalysene i kapittel 5.1 tyder på at det er feil i de observerte verdiene for både kronedekning og kronediameter. I det følgende vil derfor ulike metoder som tar hensyn til feil i de uavhengige variablene bli diskutert.

Alternative estimeringsmetoder

Flere forfattere diskuterer hvordan man kan ta hensyn til feil i de forklarende variablene ved estimeringen, herunder utvikling av alternative estimeringsmetoder som produserer konsistente estimater.

Bl.a. JUDGE et al. (1985) viser ved hjelp av maximum likelihoodmetoden at estimatene som produseres i modellen beskrevet i likning (4.2) og (4.3) ikke er unike, dvs. at modellen ikke er identifisert. Dette problemet kan imidlertid løses ved å innføre restriksjoner for parametrene.

En teknikk utnytter a priori kunnskap om variansen til restleddene i modellen i likning (4.2) og (4.3) (σ_ε^2 og σ_δ^2) samt variansen til den sanne verdien ξ_1 (σ_ξ^2) for å identifisere modellen. De enkelte tilfellene man får når en eller flere av de nevnte variansene, eventuelt forholdet mellom dem, er a priori kjent, er godt dokumentert i litteraturen. I tilfellet i denne undersøkelsen der σ_ε^2 er kjent, er maximum likelihoodestimatoren demonstrert av BIRCH (1964).

I stedet for å utnytte a priori kunnskap om variansen til restleddene, er det utviklet teknikker som baserer seg på gjentatte observasjoner. JUDGE et al. (1985) omtaler to slike teknikker. I den første forutsettes det gjentatte observasjoner av den observerbare variabelen som er stedfortredende for den ikke-observerbare. I den andre teknikken forutsettes det gjentatte observasjoner slik som i den første teknikken, men observasjonene er i dette tilfellet ikke nøyaktig gjentatt. I stedet er de oppnådd under ulike forhold ("multiple indicators"). I dette tilfellet produserer maximum likelihoodmetoden en forventningsrett og konsistent estimator for β_1 (se JUDGE et al. 1985).

De teknikker som er omtalt ovenfor er basert på minste

kvadraters- og maximum likelihoodestimatorene. En mye omtalt metode i økonometrisk litteratur, som kommer i tillegg til metodene nevnt ovenfor, er instrumentvariabelmetoden. Ved å innføre en tredje variabel Z_i (instrumentvariabel), kan modellen utvides til å omfatte en tredje likning:

$$(4.6) \quad Y_i = \eta_i + \varepsilon_i$$

$$(4.7) \quad X_i = \xi_i + \delta_i$$

$$(4.8) \quad \xi_i = \alpha Z_i + \omega_i$$

Likning (4.6) og (4.7) er identiske med henholdsvis (4.2) og (4.3). I tillegg til de forutsetningene som ble gitt i likning (4.2) og (4.3), forutsettes det at ω_i er uavhengig av Z_i , ε_i og δ_i . Det kan nå vises at instrumentvariabelmetoden produserer en konsistent estimator for β_1 . Ved å anvende to stegs minste kvadraters metode blir estimatoren dessuten forventningsrett (se f.eks. JUDGE et al. 1985).

En instrumentvariabel (Z_i) må imidlertid oppfylle visse kriterier. Den må være korrelert med den forklarende variabelen ξ_i og ukorrelert med restleddene ε_i og δ_i . Z_i kan også oppfattes som en $(n \times k)$ matrise som inneholder k variabler. Problemet med å anvende instrumentvariabelmetoden er altså knyttet til i hvilken grad det er mulig å finne k instrumentvariabler som tilfredsstillere kriteriene nevnt ovenfor.

JUDGE et al. (1985) nevner to typer variabler som kan være egnet som instrumentvariabler. En type variabler betegnes som diskrete grupperingsvariabler. Observasjonene klassifiseres da i diskrete grupper, og denne klassifiseringen behandles som en variabel med diskrete verdier.

En annen måte å danne instrumentvariabler på, er å rangere observasjonene av den observerbare variabelen etter stigende verdi, og gi instrumentvariabelen observasjonsnumrene i rekken som diskrete verdier.

Valg av estimeringsmetode

Diskusjonen ovenfor viser at det er utviklet ulike teknikker for å ta hensyn til feil i de forklarende variablene. Teknikken basert på a priori kunnskap om variansen til restleddet ε_i , samt de ulike teknikkene basert på gjentatte observasjoner er anvendbare for dataene

i denne undersøkelsen. Det er imidlertid ikke utviklet algoritmer for disse estimeringsteknikkene i programpakken SAS. SAS gir derimot mulighet for estimering etter instrumentvariabelmetoden. Regresjonestimeringen i denne undersøkelsen vil derfor bli basert på instrumentvariabelmetoden i de tilfellene hvor det er ønskelig å ta hensyn til feil i de uavhengige variablene.

Siden problemene med valg av gode instrumentvariabler lett begrenser instrumentvariabelmetodens anvendbarhet, vil først og fremst minste kvadraters metode bli benyttet i regresjonestimeringen uten å ta hensyn til feil i de forklarende variablene. Det vil derfor bare bli vist enkelte eksempler på estimering med instrumentvariabelmetoden.

4.2 Regresjonsmodellen

Regresjonsanalyse er en standardmetode for å beskrive hvorledes én variabel varierer som funksjon av én eller flere andre variabler, og den brukes ofte i situasjoner hvor en har liten forhåndskunnskap om sammenhengene (SIRLING & SPJØTVOLL 1984). Målet med analysen er å komme fram til en funksjon som gir best mulig tilpasning til dataene og samtidig tilfredsstiller visse statistiske krav som f.eks. normalfordelte og uavhengige restledd med konstant varians. Når funksjonen skal benyttes til prediksjonsformål er det dessuten viktig at den gir god tilpasning også for andre observasjoner enn de som inngår i estimeringen. I denne undersøkelsen har en derfor benyttet ulike modeller i estimeringen.

I estimeringen etter minste kvadraters metode inngår det flere enn én forklarende variabel. Den enkleste multiple modelltypen som er benyttet har bare ledd av første grad av de forklarende variablene, og har formen:

$$(4.9) \quad Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \dots + \beta_n X_n + \varepsilon$$

I litteraturen er det vist at kryssproduktene av forklaringsvariablene kan ha signifikante bidrag ved estimering av funksjoner for bl.a. middeldiameter (se f.eks. AXELSSON & MÖLLER 1962). En har derfor også forsøkt å ta med kryssproduktene av variablene i modellen i (4.9). Når kryssproduktene er med i modellen, vil en vanligvis også ta

med de rene annengradsleddene (SIRLING & SPJØTVOLL 1984), selv om det ofte kan være vanskelig å gi noen tolkning av såvel kryssprodukt som annengradsledd. Likning (4.10) viser modellen basert på det fullstendige annengradspolynomet slik det er anvendt i estimeringen i denne undersøkelsen. En har dog begrenset seg til et polynom av annen grad:

$$(4.10) \quad Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \dots + \beta_n X_n + \beta_{12} X_1 X_2 + \dots + \\ \beta_{n-1,n} X_{n-1} X_n + \beta_{11} X_1^2 + \dots + \beta_{nn} X_n^2 + \varepsilon$$

Ulike transformasjoner av de forklarende variablene har også vært benyttet av flere forfattere. De vanligste transformasjonene av den typen data som inngår i denne undersøkelsen, er kvadratrott og den inverse, samt kryssprodukt med disse transformasjonene.

DRAPER & SMITH (1981) hevder at det ofte er mer fruktbart å innføre transformasjoner av såvel den avhengige som de uavhengige variablene enn å innføre modeller av høyere grad. På denne måten kan man få en enkel modell med ønskelig fordeling i restleddet og mer konstant varians (DOLBY 1963). Siden valg av "beste" transformasjon kan være vanskelig, er det utviklet ulike metoder for dette (se f.eks. DRAPER & SMITH 1981).

Dersom det er mistanke om heteroskedastisitet i data-materialet, er det vanlig å benytte logaritmiske transformasjoner av både den avhengige og de uavhengige variablene (JUDGE et al. 1985). Resultatene av regresjonsestimeringen basert på modellen i (4.10) tyder på at det kan være heteroskedastisitet i materialet (se kapittel 5.3). Denne undersøkelsen begrenses derfor til å omfatte logaritmisk transformasjon. Ved logaritmisk transformasjon av alle variablene er det vanlig å ta utgangspunkt i en multiplikativ modell.

Anta at Y og X_i , der $i=1, 2, \dots, n$, er henholdsvis avhengig og uavhengige variabler. Hvis β_0 og β_i , der $i=1, 2, \dots, n$, er parametre som skal estimeres og e^u er et multiplikativt, lognormalfordelt restledd der e er grunntallet i det naturlige logaritmesystemet, kan modellen formuleres:

$$(4.11) \quad Y = \beta_0 X_1^{\beta_1} \dots X_n^{\beta_n} e^u$$

Ved å ta den naturlige logaritmen på begge sider av likningen, transformeres (4.11) til lineær form:

$$(4.12) \quad \ln Y = \ln \beta_0 + \beta_1 \ln X_1 + \dots + \beta_n \ln X_n + u$$

Gitt at u er uavhengig av X_i , $i=1, 2, \dots, n$, og at $u \sim N(0, \sigma^2)$, kan modellen i (4.12) estimeres ved vanlig minste kvadraters metode.

Ved tilbaketransformering til opprinnelig skala vil det oppstå en forventningsskjevhet i konstantleddet, siden den estimerte verdien for konstantleddet er normalfordelt, mens den tilbaketransformerte blir lognormalfordelt (se GOLDBERGER 1968). GOLDBERGER (1968) viser at denne skjevheten blir redusert, om enn ikke eliminert, ved å legge halve variansen til konstantleddet før tilbaketransformering. Dette er gjort for de resultatene av regresjonsestimeringen etter modellen i (4.12) som er dokumentert i kapittel 5.3.

4.3 Utvelgelse av beste regresjon

Estimeringen i denne undersøkelsen er i hovedsak basert på en modell bestående av én likning hvor minste kvadraters metode er anvendt. I de tilfellene der estimeringen er basert på f.eks. fire forklaringsvariabler som basis, vil en ved anvendelse av det fullstendige annengradspolynomet (likning (4.10)) få hele 14 forklaringsvariabler i modellen. Siden målet er å komme fram til en enklest mulig modell med stabile estimater og god tilpasning, er det lite sannsynlig at den endelige modellen vil omfatte samtlige av de 14 forklaringsvariablene. Det er derfor nødvendig å anvende metoder som gjør det mulig å finne den "beste" regresjonen.

I litteraturen er en rekke slike metoder omtalt, men det finnes ingen objektiv metode (DRAPER & SMITH 1981). DRAPER & SMITH (1981) anbefaler å bruke en metode der man er fortrolig med egenskapene, men hevder samtidig at det kan være nyttig å støtte seg til flere metoder samtidig. I sitt arbeid om regresjonsanalyse med et stort antall variabler anvender SIRLING & SPJØTVOLL (1984) også flere metoder samtidig. I det følgende gis en kort omtale av tre av disse metodene.

C_p-plott metoden

I C_p-plott metoden estimeres Mallows C_p, som er et uttrykk for det standardiserte, totale kvadratavviket som kan forventes når den estimerte funksjonen brukes til prediksjon av de observerte verdiene (DANIEL & WOOD 1980).

Det totale kvadratavviket for en estimert regresjonsfunksjon standardiseres ved hjelp av variansen om den regresjonsfunksjonen som inneholder alle de forklaringsvariablene man i utgangspunktet ønsker å undersøke.

Mallows C_p er utledet f.eks. av DANIEL & WOOD (1980), og uttrykkes:

$$C_p = \frac{RSS_p}{s^2} - (N - 2p)$$

der

N = antall observasjoner

p = antall parametre i funksjonen, konstantleddet medregnet

RSS_p = totalt kvadratavvik for en funksjon med p parametre

s² = varians om regresjonsfunksjonen som inneholder alle de forklaringsvariablene man i utgangspunktet ønsker å undersøke

Når en funksjon med p parametre har liten systematisk feil, kan det vises at forventet verdi av C_p er tilnærmet lik p (se f.eks. DANIEL & WOOD 1980). Hvis C_p-verdien til de enkelte funksjonene blir plottet mot p, vil funksjoner med liten systematisk feil samle seg rundt en 45° linje, der C_p=p. C_p-verdier med avvik fra denne linjen innebærer systematisk feil. Siden C_p-verdien uttrykker summen av systematisk og tilfeldig feil, vil funksjoner med lav C_p-verdi ha liten total feil.

Ved å plote C_p-verdiene fra alle mulige funksjoner av de forklarende variablene mot p, er målsettingen altså å finne den funksjonen som har lavest mulig C_p-verdi, men samtidig en akseptabel systematisk feil.

DANIEL & WOOD (1980) anbefaler C_p-plott metoden når mange funksjoner skal sammenliknes, mens DRAPER & SMITH (1981) heller vil

anbefale en form for utvalgsprosedyre. DRAPER & SMITH (1981) argumenterer imidlertid ut fra en forutsetning om begrenset datamaskin-kapasitet.

Trinnvise metoder

De trinnvise metodene omfattes først og fremst av forlengs (forward), baklengs (backwards) og stegvis (stepwise) regresjon, samt MAXR-prosedyren. Tradisjonelt har disse metodene stor anvendelse når målet er å bestemme hvor mange uavhengige variabler som skal forklare den avhengige variabelen og hvilke det er. Det vil ikke bli gitt noen nærmere omtale av disse metodene her. DANIEL & WOOD (1980) er imidlertid skeptiske til ensidig bruk av trinnvise metoder, og de hevder at disse metodene erfaringsmessig ikke alltid gir det beste resultatet. DRAPER & SMITH (1981) anbefaler å bruke trinnvise metoder, og eventuelt trekke inn andre kriterier som f.eks. C_p -verdi i vurderingen. SIRLING & SPJØTVOLL (1984) argumenterer derimot for at plottemetoder kan være statistisk mer holdbare enn trinnvise metoder, da de kan gi et estimat av antall signifikante ledd i regresjonen.

P-plott metoden

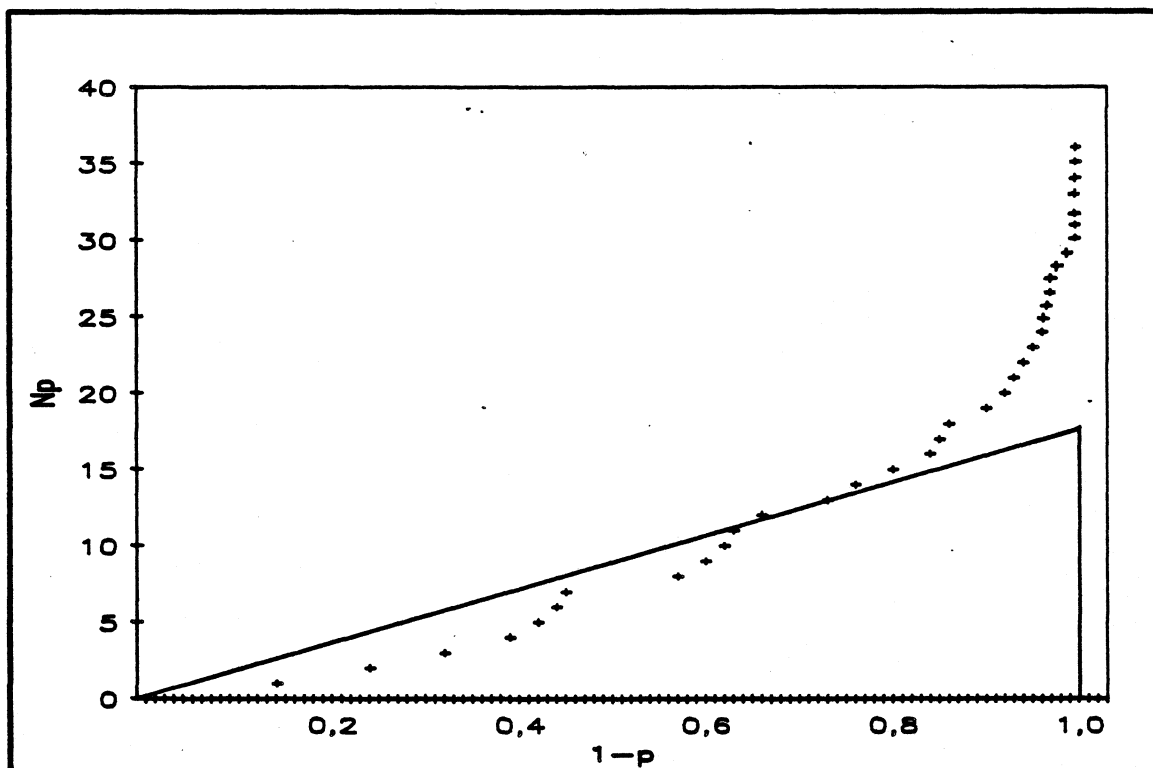
SIRLING & SPJØTVOLL (1984) nevner tre plottemetoder egnet til å bestemme antall signifikante ledd i funksjonen. Disse er R^2 -plott, normalplott og P-plott. Her konsentreres oppmerksomheten om P-plott, som ble foreslått av SCHWEDER & SPJØTVOLL (1982) som en egnet metode for å behandle et stort antall tester simultant.

P-plott metoden består i å lage et plott av de beregnede signifikanssannsynlighetene (P-verdiene) for testene av hver enkelt koeffisient i regresjonen. Det som utnyttes er at for de sanne nullhypotesene er P-verdiene rektangulært fordelt i intervallet $[0,1]$, mens for de andre vil P-verdiene stort sett være små (SIRLING & SPJØTVOLL 1984). Dette innebærer at hvis N_p plottes over $1-p$, der N_p er antall P-verdier større enn p , vil alle punktene gruppere seg rundt en rett linje dersom ingen av koeffisientene er forskjellig fra null. Hvis dette ikke er tilfellet, gjelder det å identifisere en rett linje ut fra den første delen av plottet. Dette er vist i eksemplet i figur 4.1, som er hentet fra SIRLING & SPJØTVOLL (1984). Den verdien linjen skjærer N_p -aksen i, blir et estimat på antall sanne nullhypoteser.

SCHWEDER & SPJØTVOLL (1982) påpeker at antall nullhypoteser tilstrekkelig for å oppnå et godt resultat bl.a. avhenger av korrelasjonen mellom P-verdiene. Så få som 15 P-verdier vil imidlertid være tilstrekkelig for å kunne dra nytte av metoden dersom man ikke har et nøyaktig estimat av antall sanne nullhypoteser som krav. I den foreliggende undersøkelsen vil en i tilfellet med det fullstendige annengradspolynomet basert på fire basisvariabler ha 14 nullhypoteser.

Denne undersøkelsen er imidlertid først og fremst basert på C_p -plott metoden som metode for valg av funksjon, men de andre metodene omtalt ovenfor vil også bli benyttet.

Figur 4.1. P-plott av 36 regresjonskoeffisienter



Kilde: SIRLING & SPJØTVOLL 1984

I den foreliggende undersøkelsen er det utført en del statistiske tester. I samtlige tester er det benyttet fem prosent nivå dersom ikke annet er angitt.

5. RESULTATER OG DISKUSJON

De variablene som er registrert i flybilde er ofte beheftet med feil i forhold til de sanne verdiene. Estimerer med betydelig mindre feil kan oppnås ved hjelp av feltregistreringer. Siden feil i variablene kan påvirke valg av estimeringsmetode (se kapittel 4.1), er det nødvendig med en nærmere undersøkelse av kvaliteten på de bildemålte dataene. Nedenfor drøftes først kvaliteten på registreringene i flybilde. Deretter vurderes samsvaret mellom treslagsfordelingen bestemt ved bildetolking og treslagsfordelingen registrert i felt. Til slutt vises resultatene av regresjonsberegningene for hver og en av de avhengige variablene omtalt i kapittel 2.

5.1 Kvaliteten på bildemålte data

Høyde

Høyden er registrert i flybilde av i alt seks ulike observatører fordelt på første og andre måleserie. Observasjonene i første måleserie antas å være av bedre kvalitet enn andre måleserie på grunn av instrumenttype og observatørens erfaring, jf. kapittel 3.3.

Kvaliteten på bildeobservasjonene av høyde er vurdert ved å sammenlikne med markmålt høyde (grunnflateveid middelhøyde). Sammenlikningen er foretatt ved å teste om differansen mellom gjennomsnittet for den enkelte observatør og gjennomsnittet av den markmålte høyden er forskjellig fra null. Testen er basert på parvise observasjoner.

Anta at bildemålt og markmålt høyde er henholdsvis X_{1i} og X_{2i} , $i=1, 2, \dots, n$. Differansen D_i innføres:

$$D_i = X_{1i} - X_{2i} \quad i = 1, 2, \dots, n$$

og det forutsettes at D_1, D_2, \dots, D_n er uavhengige $N(\theta, \sigma^2)$. Hypotesetestingsproblemet blir da:

$$H_0: \theta = 0 \quad \text{mot} \quad H_1: \theta \neq 0$$

Ved å sette differansen $\theta=0$ som nullhypotese, er det liten sannsynlighet for feilaktig å påstå at det er forskjeller.

Tabell 5.1 viser resultatet av testene for de seks obser-

vatørene samt gjennomsnittet av dem basert på de 799 flatene som er registrert i begge måleseriene (se kapittel 3.1). Tabellen viser at for de tre første observatørene kan ikke H_0 forkastes på fem prosent nivå. For de tre siste forkastes derimot H_0 på fem prosent nivå. For halvparten av observatørene er det altså signifikante forskjeller mellom bildemålt og markmålt høyde.

Differansenes gjennomsnittsverdier er imidlertid både positive og negative avhengig av observatør, mens for gjennomsnittet av de seks observatørene er det ikke signifikant forskjell mellom bildemålt og markmålt høyde. Markmålt høyde er beregnet som grunnflateveid middelhøyde. Det ser derfor ut til at gjennomsnittet av de seks bildemålingene beskriver grunnflateveid middelhøyde godt. Siden det er stor forskjell i avvik mellom observatørene, vil grunnflateveid middelhøyde registrert ved markmåling bli benyttet i regresjonsestimeringen. Denne høyden vil være beheftet med en viss målefeil, men det må antas at markregistreringene er nøyaktigere enn registreringene i flybilde. I regresjonsberegningene nedenfor er det forutsatt at den markmålte høyden er målt uten feil.

Tabell 5.1. Test av differansen til gjennomsnittet av bildemålt og markmålt høyde¹. Parvise observasjoner. 799 flater

Observatør	Differansens gjennomsnittsverdi	Standard- avvik	t-verdi	Signifikans- sannsynlighet
	meter			
Observatør nr. 1 ²	0,14	2,16	1,82	0,0699
Observatør nr. 2 ²	0,02	1,97	0,23	0,8209
Observatør nr. 3 ²	0,01	2,05	0,11	0,9107
Observatør nr. 4 ³	0,35	2,57	3,88	0,0001
Observatør nr. 5 ³	-0,23	2,47	-2,64	0,0085
Observatør nr. 6 ³	-0,64	2,82	-6,39	0,0001
Gjennomsnitt 1-6	-0,06	1,83	-0,94	0,3454

1) Markmålt høyde er beregnet som grunnflateveid middelhøyde.

2) Første måleserie.

3) Andre måleserie.

Også andre undersøkelser bekrefter variasjonen mellom observatører. TOMTER (1988) har undersøkt forskjellen mellom observatørene i det samme materialet som den foreliggende undersøkelsen er basert på. TOMTER (1988) påviste signifikante forskjeller på fem prosent nivå mellom observatørene i første måleserie for de målingene som var

basert på normalvinkelbilder med dimensjon 18x18 cm samt for observatørene i hele andre måleserie. I første måleserie ble det ikke påvist forskjeller mellom de av observatørenes høydemålinger som ble utført på bilder med dimensjon 23x23 cm.

AXELSSON & MÖLLER (1962) påviste signifikante forskjeller mellom ulike observatører. Det samme gjorde BJELKÅSEN (1975), som påviste signifikante forskjeller mellom fire observatører på en prosent nivå. ERICSON (1984) påviste derimot ingen signifikante forskjeller mellom to observatører.

AXELSSON & MÖLLER (1962) og BJELKÅSEN (1975) har ikke testet avviket mellom markmålt og bildemålt høyde. ERICSON (1984) har derimot påviste signifikante forskjeller på en prosent nivå mellom markmålt og bildemålt høyde. Også MOBERG & SUNDSTRÖM (1981) påviste signifikante forskjeller, mens LANTMATERIVERKET (1984) ikke gjorde det.

I den foreliggende undersøkelsen viser tabell 5.1 at standardavviket til differansen mellom bildemålt og markmålt høyde er 2,0-2,8 meter, avhengig av observatør. Dette samsvarer godt med andre undersøkelser. AXELSSON & MÖLLER (1962) fant et standardavvik på ca. to meter, mens både ERICSON (1984) og MOBERG & SUNDSTRÖM (1981) påviste et standardavvik på 1,8 meter ved målinger utført på hele bestand og ikke bare prøveflater. BJELKÅSEN (1975) har under visse forutsetninger beregnet et standardavvik på 2,1-2,9 meter.

Nøyaktigheten av høydemålinger i flybilde påvirkes av mange faktorer. En del av disse er diskutert av BJELKÅSEN (1975). Den enkelte observatørs dyktighet er trolig en av de viktigste faktorene med tanke på å oppnå gode estimater.

I kapittel 2 ble det vist at det er nødvendig å kjenne grunnflateveid middelhøyde for å kunne beregne bruksverdi. Siden resultatene av testene i tabell 5.1 viser at gjennomsnittet av bildemålt høyde for de seks observatørene beskriver grunnflateveid middelhøyde godt, er bildemålt høyde egnet som uttrykk for grunnflateveid middelhøyde ved beregning av bruksverdi. Resultatene i denne og andre undersøkelser viser imidlertid at man må forvente individuelle forskjeller mellom observatørene i måling av høyde i flybilde. Dette vil påvirke resultatene av en bruksverdiberegning.

Kronedekning

Kronedekning er registrert i form av kronedekningsprosent ved hjelp av to ulike metoder i første og andre måleserie (se kapittel 3.3). For kronedekning finnes ingen feltobservasjoner, og en kan derfor ikke finne den absolutte nøyaktigheten av målingene i flybilde. I stedet er det foretatt vanlig variansanalyse med toveisgruppering for observasjonene i henholdsvis første og andre måleserie for å undersøke om de aktuelle observatørens målinger er like.

Anta at α_i , $i=1, 2, 3$, er effekten av i -te observatør i henholdsvis første og andre måleserie. Nullhypotesen blir da:

$$H_0: \alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 0$$

Tabell 5.2 og 5.3 viser resultatene av variansanalysene for henholdsvis første og andre måleserie basert på de 799 flatene som er registrert i begge måleseriene samt på økonomisk kartverk. Tabellene viser at H_0 forkastes på en prosent nivå i begge måleseriene, og det kan altså påstås at det er forskjell mellom de enkelte observatørene.

Også andre undersøkelser viser liknende resultater. AXELSSON & MOLLER (1962) fant signifikante forskjeller mellom ulike observatører ved tolking av kronedekning i flybilde. Det samme gjorde BJELKÅSEN (1975) i en undersøkelse basert på fire observatører.

Tabell 5.2. Variansanalyse med toveisgruppering av bildemålt kronedekning for observatørene i første måleserie. 799 flater

Årsak	Frihetsgrader	Kvadratsum	Middelkvadratsum	F-verdi	Signifikanssannsynlighet
Flate	798	917728,68	1150,05	17,06	0,0001
Observatør	2	214006,78	107003,39	1587,21	0,0001
Rest	1596	107595,89	67,42		
Total	2396	1239331,35			

Tabell 5.3. Variansanalyse med toveisgruppering av bildemålt kronedekning for observatørene i andre måleserie. 799 flater

Årsak	Frihetsgrader	Kvadratsum	Middelkvadratsum	F-verdi	Signifikanssannsynlighet
Flate	798	352724,73	442,01	8,58	0,0001
Observatør	2	23888,21	11944,11	231,76	0,0001
Rest	1596	82252,27	51,54		
Total	2396	458865,21			

Siden de sanne verdiene for kronedekning ikke er kjent, er det ikke mulig å beregne den absolutte nøyaktigheten av bildeobservasjonene. Det er imidlertid mulig å beregne størrelsen på observatørens tilfeldige og individuelle systematiske avvik ut fra variasjonen mellom observatørene.

I tabell 5.4 er den enkelte observatørs gjennomsnittlige systematiske avvik i forhold til gjennomsnittet av observatørens registreringer innen hver måleserie regnet ut. Standardavviket mellom observatørene innen de enkelte måleseriene er også beregnet. Standardavviket er beregnet med og uten korreksjon for de systematiske feilene, og utregningen er basert på variansanalysene i tabell 5.2 og 5.3.

Tabell 5.4 viser at de systematiske avvikene er størst mellom observatørene i første måleserie. Dessuten er standardavviket uten korreksjon for systematiske feil størst mellom observatørene i denne måleserien. Derimot er standardavvikene korrigeret for systematiske feil tilnærmet like i de to måleseriene. Dette kan tyde på at registreringsmetoden benyttet i andre måleserie i dette tilfellet medfører en mer lik kalibrering av de enkelte observatørens observasjoner enn metoden benyttet i første måleserie, mens den tilfeldige spredningen ved de to registreringsmetodene er lik.

Tabell 5.4 viser også at estimatene for kronedekning ligger betydelig høyere for observatørene i første måleserie enn i andre måleserie. I første måleserie ble den såkalte "flyttemetoden" benyttet, mens i andre måleserie ble kronedekning registrert ved hjelp av en sammenlikningsmal, jf. kapittel 3.3. Årsaken til at bruk av sammenlikningsmalen gir lavere verdier for kronedekning er at man har en tendens til å sammenlikne prikkene i malen med et kronetverrsnitt som ligger et stykke opp i trekronen. Dermed blir den nederste delen

av trekronen utelatt (TOMTER 1988). Selve nivået på estimatene for kronedekning er imidlertid mindre interessant. Det viktigste er at regresjonsfunksjonene der kronedekning inngår som en forklarende variabel er egnet til prediksjonsformål. Som det framgår av tabell 5.10 i kapittel 5.3, er forskjellene i kvadratene av de multiple korrelasjonskoeffisientene og standardavvikene omkring funksjonene små mellom de estimerte regresjonsfunksjonene basert på henholdsvis første og andre måleserie. Liknende resultater er påvist også for volumfunksjoner (se f.eks. TOMTER 1988).

Tabell 5.4. Den enkelte observatørs gjennomsnitt og midlere avvik fra gjennomsnittet innen hver måleserie, samt standardavvik mellom observatører ved registrering av kronedekning. 799 flater

Observatør	Gjennomsnitt	Midlere systematisk avvik	Standardavvik	
			Med systematiske feil	Uten systematiske feil
prosentenheter				
Første måleserie	56,47	.	14,19	8,21
Observatør nr. 1 ...	43,17	-13,30	.	.
Observatør nr. 2 ...	61,99	5,52	.	.
Observatør nr. 3 ...	64,25	7,78	.	.
Andre måleserie	32,03	.	8,15	7,18
Observatør nr. 4 ...	28,67	-3,36	.	.
Observatør nr. 5 ...	36,25	4,22	.	.
Observatør nr. 6 ...	31,16	-0,87	.	.

Feilkilder som er felles for observatørene innen en måleserie er det ikke mulig å ta hensyn til i beregningen så lenge de sanne verdiene er ukjente. Dersom feilkilder felles for observatørene er til stede, vil nøyaktigheten bli dårligere enn det som er vist i tabell 5.4. Dessuten er variasjonen mellom kun tre og tre observatører for lite grunnlag til å vurdere den virkelige nøyaktigheten. Det er derfor vanskelig å sammenlikne den oppnådde nøyaktigheten ved registrering av kronedekning i denne undersøkelsen med resultatene fra andre undersøkelser.

Basert på variasjonen mellom fire observatører har imidlertid BJELKÅSEN (1975) funnet et standardavvik etter korreksjon for systematiske feil på 8,1-9,4 prosentenheter. AXELSSON & MOLLER (1962)

fant et standardavvik for differansen mellom bildemålte og markmålte verdier på omkring 10-12 prosentenheter. I dette tilfellet var målingene utført i speilstereoskop. Dette samsvarer godt med resultatene vist i tabell 5.4, der standardavviket etter korreksjon for systematiske feil er 8,21 og 7,18 prosentenheter i henholdsvis første og andre måleserie.

Siden de sanne verdiene for kronedekning er ukjente, vil gjennomsnittet av de enkelte observatørens bildemålinger i henholdsvis første og andre måleserie bli benyttet i regresjonsestimeringen. Det er ikke grunnlag for å hevde at bruk av gjennomsnittet av observatørens målinger gir systematiske feil i forhold til de sanne verdiene. Siden variansanalysene viser at det er forskjell mellom de enkelte observatørene, er det derimot rimelig å anta at gjennomsnittet av dem gir en tilfeldig feil i forhold til sanne verdier. I regresjonsestimeringen må derfor variablene for kronedekning betraktes som variabler med feil.

Kronediameter

Kronediameter er registrert ved hjelp av to ulike metoder i første og andre måleserie (se kapittel 3.3). For kronediameter finnes heller ingen feltobservasjoner, og en har derfor valgt å sammenlikne målingene for observatørene i henholdsvis første og andre måleserie ved hjelp av variansanalyse med toveisgruppering.

På samme måte som for kronedekning formuleres nullhypotesen:

$$H_0: \alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 0$$

der α_i , $i=1, 2, 3$, er effekten av i -te observatør.

Resultatene av variansanalysene i tabell 5.5 og 5.6 basert på 799 flater viser at H_0 forkastes på en prosent nivå i begge måleseriene, og det kan altså påstås at det er signifikante forskjeller mellom de enkelte observatørene. Også AXELSSON & MOLLER (1962) fant forskjeller mellom ulike observatører ved tolking av kronediameter i flybilde. Disse forskjellene var imidlertid ikke signifikante.

Tabell 5.5. Variansanalyse med toveisgruppering av bildemålt kronediameter for observatørene i første måleserie. 799 flater

Årsak	Frihetsgrader	Kvadratsum	Middelkvadratsum	F-verdi	Signifikanssannsynlighet
Flate	798	1153,23	1,45	6,30	0,0001
Observatør	2	849,14	424,57	1849,54	0,0001
Rest	1596	366,37	0,23		
Total	2396	2368,75			

Tabell 5.6. Variansanalyse med toveisgruppering av bildemålt kronediameter for observatørene i andre måleserie. 799 flater

Årsak	Frihetsgrader	Kvadratsum	Middelkvadratsum	F-verdi	Signifikanssannsynlighet
Flate	798	239,13	0,30	4,67	0,0001
Observatør	2	17,29	8,65	134,58	0,0001
Rest	1596	102,49	0,06		
Total	2396	358,91			

Siden det ikke foreligger feltregistreringer som bildemålt kronediameter kan sammenliknes med, er størrelsen på observatørens tilfeldige og individuelle systematiske avvik beregnet ut fra variasjonen mellom observatørene på samme måte som for kronedekning, jf. tabell 5.7. Beregningen av de tilfeldige avvikene i tabell 5.7 er basert på variansanalysene i tabell 5.5 og 5.6.

Tabell 5.7 viser at både de tilfeldige og systematiske avvikene er mindre for observatørene i andre måleserie enn i første måleserie. Dette kan tyde på at den metoden for registrering av kronediameter som er anvendt i andre måleserie både medfører mer lik kalibrering av de enkelte observatørens observasjoner og mindre tilfeldig variasjon enn metoden benyttet i første måleserie. Selve nivået for de observerte verdiene er også forskjellig i de to måleseriene. For observatørene i første serie er gjennomsnittet av observasjonene 3,59 meter, mot 2,54 meter i andre serie. Det er derfor viktig å referere til registreringsmetode ved tolking av kronediameter i flybilde.

De sanne verdiene er ukjente. Det er derfor vanskelig å

sammenlikne resultatene i tabell 5.7 med andre undersøkelser. AXELSSON & MOLLER (1962) fant imidlertid et standardavvik for differansen mellom bildemålte og markmålte verdier på ca. 0,5 meter. Dette resultatet samsvarer med hva som er oppnådd i første måleserie i den foreliggende undersøkelsen, der standardavviket korrigert for systematiske feil er 0,48 meter.

Siden de sanne verdiene for kronediameter ikke er kjente, vil gjennomsnittet av de enkelte observatørens bildemålinger i henholdsvis første og andre måleserie bli benyttet i regresjonsestimeringen. På grunnlag av samme resonnement som for kronedekning, betraktes disse variablene som variabler med feil.

Tabell 5.7. Den enkelte observatørs gjennomsnitt og midlere avvik fra gjennomsnittet innen hver måleserie, samt standardavvik mellom observatører ved registrering av kronediameter. 799 flater

Observatør	Gjennomsnitt	Midlere systematisk avvik	Standardavvik	
			Med systematiske feil	Uten systematiske feil
meter				
Første måleserie	3,59	.	0,87	0,48
Observatør nr. 1 ...	2,75	-0,84	.	.
Observatør nr. 2 ...	4,06	0,47	.	.
Observatør nr. 3 ...	3,96	0,37	.	.
Andre måleserie	2,54	.	0,27	0,24
Observatør nr. 4 ...	2,66	0,12	.	.
Observatør nr. 5 ...	2,47	-0,07	.	.
Observatør nr. 6 ...	2,48	-0,06	.	.

5.2 Tolking av treslag i flybilde

Treslaget har betydning for bruksverdien av skog. Dessuten er mange av de funksjoner som må benyttes ved beregning av bruksverdien treslagsspesifikke (se f.eks. ANDREASSEN 1988). Det er derfor viktig at registreringen av treslagsfordelingen på den enkelte flaten i flybilde er i samsvar med den virkelige treslagsfordelingen.

I materialet er treslagsfordelingen på hver enkelt flate registrert i flybilde av tre observatører i første måleserie, og den

er uttrykt som andel av totalt volum målt i 10-deler for treslagene gran, furu og lauv, jf. kapittel 3.3. Kvaliteten på bildeobservasjonene er vurdert ved å sammenlikne med treslagsvise andeler av totalt volum beregnet på grunnlag av feltobservasjonene for hver enkelt flate.

Kvaliteten av den bildetolkete treslagsfordelingen basert på en klasseinndeling i 10-deler for hvert enkelt treslag er undersøkt av NÆSSET (1987). Basert på det samme materialet som i den foreliggende undersøkelsen, viser resultatene at de systematiske avvikene i hver enkelt klasse er betydelige, og at andel likt klassifisert ved flybildetolking og feltregistrering er lav i flere av klassene.

NÆSSET (1987) har også sett nærmere på en klassifisering i seks treslagsklasser. Også i dette tilfellet er de systematiske avvikene betydelige i en del av klassene, og andel likt klassifisert er meget lav i klasser med utpreget barblandingsskog. Ved å innføre en grovere klasseinndeling enn seks klasser vil andel likt klassifisert øke.

I estimeringen av regresjonsfunksjoner for volumregistrering på flybilder (TOMTER 1988) ble datamaterialet inndelt i tre klasser etter treslag. Materialet i den foreliggende undersøkelsen er også inndelt i tre klasser, jf. kapittel 3.1. Det er derfor naturlig å undersøke hvordan tolking av treslagsfordelingen i flybilde samsvarer med den feltregistrerte treslagsfordelingen når klassifiseringen er basert på tre klasser.

Omfanget av de enkelte klassene er vist i tabell 5.8. I klasse 1 og 3 er henholdsvis gran og furu det dominerende treslaget, og nedre grense for det dominerende treslaget er 70 prosent. Klasse 2 omfatter alle flater der ingen enkelttreslag utgjør mer enn 60 prosent.

Flater med en faktisk lauvandel større enn 10 prosent er ikke representert i materialet, jf. kapittel 3.1, mens henholdsvis 26, 121 og 97 flater for observatør nr. 1, 2 og 3 har en bildetolket lauvandel større enn 10 prosent. For alle disse flatene er imidlertid den bildetolkete lauvandelen 60 prosent eller mindre, slik at felt- og bildeobservasjonene for samtlige flater i materialet kan klassifiseres etter kriteriene i tabell 5.8.

Tabell 5.8. De enkelte treslagenes andel ved inndeling i tre klasser

Klasse	Treslagsandel	
	Prosent	
1 Grandominert	Gran	70 - 100
	Furu	0 - 30
	Lauv	0 - 30
2 Blandingsskog	Gran	0 - 60
	Furu	0 - 60
	Lauv	0 - 60
3 Furudominert	Gran	0 - 30
	Furu	70 - 100
	Lauv	0 - 30

Resultatene av klassifiseringen basert på tre klasser er vist i tabell 5.9. Materialet i klassifiseringen omfatter de 851 flatene i første måleserie. "Nettoavvik" og "andel likt klassifisert" er benyttet som vurderingskriterier. I tabellen er nettoavvik som ikke er signifikant forskjellig fra null satt i parentes. Dessuten er nullhypotesen om at det ikke er systematiske avvik mellom feltregistreringene og de enkelte flybildeobservatørene testet ved hjelp av en χ^2 -test. For nærmere omtale av de statistiske modellene som er anvendt, henvises det til NÆSSET (1987).

Tabell 5.9. Sammenlikning av treslag registrert i felt og i flybilde av tre observatører. Inndeling i tre klasser. Ikke signifikante nettoavvik i parentes. 851 flater. Prosent

	I alt	Klasse ¹		
		1	2	3
Felt/observatør nr. 1				
Nettoavvik	7,4	(2,1)	-9,5
Andel likt klassifisert	79,9	94,9	36,3	68,2
χ^2 -verdi	3,7			
Felt/observatør nr. 2				
Nettoavvik	-21,5	16,7	4,8
Andel likt klassifisert	65,0	58,6	32,5	83,4
χ^2 -verdi	113,6			
Felt/observatør nr. 3				
Nettoavvik	-16,1	12,7	3,4
Andel likt klassifisert	68,3	66,5	28,8	81,5
χ^2 -verdi	74,7			

1) Se tabell 5.8.

Tabell 5.9 viser at det er store systematiske avvik (netto-avvik signifikant forskjellig fra null) i alle klassene. Observatør nr. 1 undervurderer antall flater i klassen der furu dominerer, mens observatør nr. 2 og 3 undervurderer antall flater i klassen der gran dominerer. De systematiske avvikene er likevel noe mindre for observatør nr. 1 enn for de øvrige.

Den store undervurderingen av antall flater i klasse 1 for observatør nr. 2 og 3 skyldes at gran er tolket som både furu og lauv. Av χ^2 -testen framgår det dessuten at nullhypotesen om at det ikke er systematiske avvik mellom feltregistreringene og flybildetolkningen må forkastes for observatør nr. 2 og 3 på fem prosent nivå, da fraktilen i χ^2 -fordelingen med en frihetsgrad er $z_{1-\alpha} = 3,84$ (jf. NÆSSET 1987).

Andel likt klassifisert er for samtlige observatører meget lav i klassen med utpreget blandingsskog (klasse 2), mens den er betydelig større i klassene der ett treslag dominerer. Andel likt klassifisert, alle klassene sett under ett, er størst for observatør nr. 1.

En klassifisering i tre klasser tyder på at flybildetolkningen er særlig usikker i klassen med utpreget blandingsskog (klasse 2), men at man må forvente systematiske avvik i samtlige klasser når rutinene for tolking av treslagsfordeling i flybilde ikke tillater bruk av referanseflater eller at observatørene skaffer seg lokalkjennskap (se NÆSSET (1987) for en nærmere diskusjon). Disse avvikene er trolig større enn den utvalgsfeilen man i alle tilfeller har når data-innsamlingen baseres på samme opplegg for punktsampling som i areal-regnskapet slik det er skissert av ENGBREITSEN (1986) (se NÆSSET 1987).

Med så store tilfeldige og individuelle systematiske feil som påvist i dette materiale, vil f.eks. en fordeling av kubikkmassen på treslag basert på en tolking av treslagsfordeling i flybilde være beheftet med meget stor usikkerhet. Derfor vil det også være usikkerhet knyttet til en beregning av bruksverdi der det tas hensyn til treslaget. Kriteriet for å benytte bildetolket treslagsfordeling i beregningen av bruksverdi er at en beregning, der det med utgangspunkt i en bildetolket treslagsfordeling tas hensyn til at tømmerpriser og avvirkningskostnader er treslagsspesifikke, samsvarer bedre med den sanne bruksverdien enn en forenklet beregning der en ser bort fra at priser og og kostnader er treslagsspesifikke.

Materialet i denne undersøkelsen omfatter ikke data tilstrekkelig til å beregne bruksverdi. Det kan derfor ikke vurderes om en

bildetolket treslagsfordeling bør inngå i en metode for beregning av bruksverdi basert på registreringer på kart og flybilder. Det vil imidlertid bli vurdert om den bildetolkete treslagsfordelingen klassifisert i tre klasser kan øke nøyaktigheten ved prediksjon med regresjonsfunksjonene som estimeres i denne undersøkelsen, jf. kapittel 5.3-5.6.

5.3 Funksjoner for grunnflatemiddeldiameter

Valg av forklarende variabler

AXELSSON & MÖLLER (1962) har forsøkt å estimere middeldiameter som funksjon av variabler registrert i flybilde, og fant at høyde, kronedekning og middelkronediameter var lovende forklaringsvariabler. JAKOBSONS (1970) fant dessuten en lineær sammenheng mellom brysthøydediameter og kronediameter basert på markmålte data.

I metoden for skogsinventering med flybildeteknikk beregner LANTMATERIVERKET (1983) grunnflatemiddeldiameter på grunnlag av informasjon om høyde, bonitet og treslag.

I det følgende baseres derfor regresjonsestimeringen av grunnflatemiddeldiameter på følgende uavhengige variabler:

- bonitet
- høyde
- kronedekning
- kronediameter
- treslag

I de tilfellene der det er utført tradisjonelle skogregistreringer i form av såkalte fototakster, er variabelen kronediameter vanligvis ikke registrert. I det følgende vil også funksjoner der denne variabelen ikke inngår bli vurdert.

Valg av måleserie

Høyde, kronedekning og kronediameter er registrert i flybilde av seks observatører fordelt på første og andre måleserie, jf. kapittel 3.3. I kapittel 5.1 ble det vist at grunnflateveid middel-

høyde målt i marka er egnet som forklarende variabel i estimeringen. Variansanalysen viste at det var signifikante forskjeller mellom de ulike observatørene innen både første og andre måleserie med tanke på kronedekning og kronediameter. Det er derfor ikke grunnlag for å hevde at kvaliteten på den ene måleserien er bedre enn på den andre.

For å undersøke hvilken måleserie som er best egnet i regresjonene, er først separate funksjoner for grunnflatemiddeldiameter basert på henholdsvis første og andre måleserie estimert. Både modellen av første grad (likning (4.9)), modellen basert på det fullstendige annengradspolynomet (likning (4.10)) og den loglineære modellen i likning (4.12) er benyttet.

Tabell 5.10 viser resultatene fra estimering av grunnflate-middeldiameter med den lineære modellen for henholdsvis første og andre måleserie. De estimerte funksjonene er basert på de 799 flatene der det er observasjoner i første og andre måleserie, og både gran og furu inngår derfor i funksjonene, jf. kapittel 3.1. Under estimeringen ble det forsøkt å la modellen omfatte alle de forklarende variablene nevnt i forrige avsnitt, og modellen der bonitet, grunnflateveid middel høyde, kronedekning og kronediameter inngår er valgt ut, jf. en mer omfattende diskusjon nedenfor. Det er imidlertid et mulig alternativ å estimere separate funksjoner for gran og furu.

Tabellen viser at det er best tilpasning i funksjonen basert på første måleserie, men forskjellen er liten. For denne funksjonen er kvadratet av den multiple korrelasjonskoeffisienten (RSQ) 0,677. Dette er noe høyere enn i den andre funksjonen. Dessuten er standardavviket (RMSE) og variasjonskoeffisienten (CV) minst i den første funksjonen.

Tabell 5.10. Resultater fra estimering av grunnflatemiddeldiameter med lineær modell. Barskog. Standardavvik i parentes. 799 flater

	Måleserie nr. 1	Måleserie nr. 2
β_0	2,83510 (0,59152)	3,80345 (0,86292)
β_B	-3,76792 (0,54623)	-3,74730 (0,56575)
β_{h_L}	0,87161 (0,03308)	0,92932 (0,03132)
β_{s_k}	-0,03676 (0,00559)	-0,08377 (0,00895)
β_{d_k}	1,45833 (0,016315)	1,55495 (0,35122)
RSQ	0,677	0,664
RMSE ¹	2,60	2,65
CV	14,32	14,61

B = bonitet, h_L = grunnflateveid middelhøyde, s_k = kronedekning, d_k = kronediameter

1) RMSE er målt i centimeter.

Også i tilfellene basert på annengradspolynomet og den log-lineære modellen gir første måleserie noe bedre tilpasning enn den andre. Dette gjelder både når det estimeres separate regresjonsfunksjoner for gran og furu, og når begge treslag inngår i samme funksjon.

Funksjoner basert på de to måleseriene for de andre avhengige variablene som omfattes av denne undersøkelsen, jf. kapittel 2, er også estimert. Resultatene av denne estimeringen viser at første måleserie gir den beste tilpasningen. I enkelte tilfeller er forskjellene mellom resultatene av de to måleseriene større enn det som framgår av eksemplet i tabell 5.10. Dette vil imidlertid ikke bli nærmere dokumentert.

For å begrense omfanget av estimeringsarbeidet, vil en i resten av estimeringen se bort fra materialet i andre måleserie. De regresjonsfunksjonene som presenteres er derfor utelukkende basert på materialet i første måleserie.

Estimering basert på lineær modell

Med utgangspunkt i den lineære modellen er felles regresjonsfunksjoner for gran, furu og barblandingsskog, og separate funksjoner for gran og furu estimert. De separate funksjonene er basert på flatene der volumet av det aktuelle treslaget utgjør minst 75 prosent av det totale volumet, jf. kapittel 3.1. Residualstudier av disse funksjonene viste at fem observasjoner hadde meget store avvik. Disse observasjonene ga også store verdier for observatoren Cooks D (se SIRLING & SPJØTVOLL 1984). Alle fem observasjonene representerer glissen furuskog beliggende 500-850 m.o.h, og trærne på flatene har meget dårlig stammeform (høydeklasse 0.7). Ingen av de funksjonsformene som er undersøkt (annengradspolynomet og den loglineære modellen medregnet) har klart å tilpasse seg disse observasjonene. For å bedre tilpasningen i resten av materialet, har en valgt å eliminere de fem observasjonene i estimeringen.

I både fellesfunksjonen og i de treslagsvise funksjonene for gran og furu er mulige forklaringsvariabler bonitet, grunnflateveid middelhøyde, kronedekning og kronediameter. I fellesfunksjonen og funksjonen for gran består beste modell med tre forklaringsvariabler av variablene bonitet, grunnflateveid middelhøyde og kronediameter, mens i funksjonen for furu inngår kronedekning i stedet for bonitet. I den beste funksjonen med tre variabler er C_p -verdien i felles-, gran- og furufunksjonen henholdsvis 48,1, 15,3 og 17,5. Dette betyr at det er systematiske feil i alle tre funksjonene. Når alle de fire forklaringsvariablene som skal undersøkes er med i regresjonen, er imidlertid $C_p=5,0$ (se kapittel 4.3). Vurdert ut fra C_p -verdi velges derfor funksjonene med samtlige fire forklaringsvariabler nevnt over som de beste. De trinnvise prosedyrene bekrefter dette. Tabell 5.11 viser fellesfunksjonen samt de treslagsvise funksjonene for gran og furu basert på fire forklaringsvariabler.

Tabell 5.11. Resultater fra estimering av grunnflatemiddeldiameter med lineær modell. Funksjoner med kronediameter. Første måleserie. Standardavvik i parentes

	Felles- funksjon	Gran- funksjon	Furu- funksjon
β_0	3,13892 (0,55809)	2,09070 (0,82114)	2,38886 (0,92204)
β_B	-4,16562 (0,51668)	-2,97232 (0,70472)	-4,22805 (1,10961)
β_{h_L}	0,90153 (0,03137)	0,91247 (0,04170)	0,96674 (0,06214)
β_{s_k}	-0,03554 (0,00529)	-0,02699 (0,00770)	-0,04125 (0,00860)
β_{d_k}	1,27764 (0,15744)	1,14458 (0,23863)	1,50431 (0,24751)
Antall flater	846	450	275
RSQ	0,686	0,715	0,694
RMSE ¹	2,54	2,60	2,40
CV	13,99	13,76	13,72
C_p	5,00	5,00	5,00

B = bonitet, h_L = grunnflateveid middelhøyde, s_k = kronedekning, d_k = kronediameter

1) RMSE er målt i centimeter.

I de tilfellene der det allerede foreligger skogregistreringer i form av fototakster, er kronediameter vanligvis ikke registrert. I tabell 5.12 har en derfor tatt med de beste funksjonene der denne variabelen er utelatt. Tilpasningen i disse funksjonene er dårligere enn i funksjonene med fire forklaringsvariabler vist i tabell 5.11.

C_p -verdiene i tabell 5.12 er regnet ut i forhold til funksjonene der alle de fire forklaringsvariablene inngår. Det framgår av tabellen at C_p -verdiene er mye større i funksjonene der kronediameter er utelatt.

Residualstudier av funksjonene vist i tabell 5.11 og 5.12 tyder på at det kan være heteroskedastisitet i både fellesfunksjonene og de treslagsvise funksjonene.

Tabell 5.12. Resultater fra estimering av grunnflatemiddeldiameter med lineær modell. Funksjoner uten kronediameter. Første måleserie. Standardavvik i parentes

	Felles- funksjon	Gran- funksjon	Furu- funksjon
β_0	6,47961 (0,39107)	4,87728 (0,59444)	6,11817 (0,73245)
β_B	-4,62656 (0,53296)	-3,12985 (0,72111)	-5,45480 (1,16120)
β_{h_L}	1,03967 (0,02735)	1,03129 (0,03437)	1,18068 (0,05449)
β_{s_k}	-0,04899 (0,00522)	-0,03767 (0,00756)	-0,06118 (0,00846)
Antall flater	846	450	275
RSQ	0,661	0,700	0,652
RMSE ¹	2,63	2,66	2,55
CV	14,51	14,10	14,60
C_p	68,86	26,01	39,94

B = bonitet, h_L = grunnflateveid middelhøyde, s_k = kronedekning,
1) RMSE er målt i centimeter.

Estimering basert på instrumentvariabelmetoden

De bildemålte variablene kronedekning og kronediameter må betraktes som variabler med feil, jf. kapittel 5.1. Det betyr at parameterestimaterne ikke blir forventningsrette. Instrumentvariabelmetoden produserer imidlertid forventningsrette estimater (se kapittel 4.1).

Ved hjelp av instrumentvariabelmetoden er derfor de beste lineære, treslagsvise funksjonene for gran og furu og fellesfunksjonen som ble estimert i forrige avsnitt reestimert. Av de fire forklaringsvariablene bonitet, grunnflateveid middelhøyde, kronedekning og kronediameter, betraktes bonitet og grunnflateveid middelhøyde som variabler uten feil. Siden kronedekning og kronediameter betraktes som variabler med feil, er det dannet instrumentvariabler for disse.

Det er reestimert to ganger ved å benytte instrumentvariabler dannet på to ulike måter. Først ble instrumentvariabler dannet ved å rangere observasjonene av henholdsvis kronedekning og kronediameter etter stigende verdi, og instrumentvariablene ble gitt observasjons-

numrene i rekken som diskrete verdier (jf. kapittel 4.1).

Deretter ble det reestimert ved bruk av diskrete grupperingsvariabler som instrumentvariabler, jf. kapittel 4.1. De diskrete grupperingsvariablene ble dannet ved å klassifisere observasjonene av henholdsvis kronedekning og kronediameter i diskrete grupper, og benytte disse klassifiseringene som variabler med diskrete verdier, jf. tabell 5.13. Tabellen viser inndelingen i diskrete grupper for variablene kronedekning og kronediameter.

Tabell 5.13. Inndeling av kronedekning og kronediameter i diskrete grupper

Diskret gruppe	Kronedekning		Kronediameter	
	Kontinuerlig verdi	Diskret verdi	Kontinuerlig verdi	Diskret verdi
	prosent		meter	
1	0 - 10	5	2,0 - 2,4	2,2
2	10 - 20	15	2,4 - 2,8	2,6
3	20 - 30	25	2,8 - 3,2	3,0
4	30 - 40	35	3,2 - 3,6	3,4
5	40 - 50	45	3,6 - 4,0	3,8
6	50 - 60	55	4,0 - 4,4	4,2
7	60 - 70	65	4,4 - 4,8	4,6
8	70 - 80	75	4,8 - 5,2	5,0
9	80 - 90	85	5,2 - 5,6	5,4
10	90 - 100	95	5,6 - 6,0	5,8

Under estimeringen etter instrumentvariabelmetoden med programpakken SAS ble modellen spesifisert i tre likninger:

$$(5.1a) \quad d_g = \beta_{10} + \beta_{11}B + \beta_{12}h_L + \beta_{13}s_k + \beta_{14}d_k$$

$$(5.1b) \quad s_k = \beta_{20} + \beta_{21}s_k^*$$

$$(5.1c) \quad d_k = \beta_{30} + \beta_{31}d_k^*$$

der

d_g = observert grunnflatemiddeldiameter

B = bonitet registrert på økonomisk kartverk

h_L = grunnflateveid middelhøyde

s_k = kronedekning

d_k = kronediameter

s_k^* = instrumentvariabel for kronedekning

d_k^* = instrumentvariabel for kronediameter

I modellen er d_g , s_k , og d_k spesifisert som endogene variabler mens B , h_L , s_k^* og d_k^* er spesifisert som eksogene variabler.

Resultatene av estimeringen med diskrete grupperingsvariabler som instrumentvariabler er vist i tabell 5.14. Resultatene av estimeringen med variabler basert på rangerte observasjoner som instrumentvariabler vil ikke bli dokumentert, da de samsvarer godt med resultatene vist i tabellen. Tabell 5.14 viser resultatene fra den likningen i modellen der grunnflatemiddeldiameter er estimert (likning (5.1a)). For de likningene der instrumentvariablene inngår (likning (5.1b) og (5.1c)), viser tabellen kun kvadratet av korrelasjonskoeffisientene.

Parameterestimaten vist i tabell 5.14 avviker bare ubetydelig fra de estimatene som ble oppnådd i den lineære modellen estimert etter minste kvadraters metode, jf. tabell 5.11. Dessuten er standardavvikene ($RMSE(d_g)$) og variasjonskoeffisientene ($CV(d_g)$) uforandret i både fellesfunksjonen og gran- og furufunksjonen. Det bør også bemerkes at reduksjonen i $RSQ(d_g)$ i f.eks. fellesfunksjonen fra 0,686 til 0,685 er ubetydelig. Når reduksjonen i $RSQ(d_g)$ er så liten skyldes det først og fremst at de forklarende variablene kronedekning og kronediameter som er målt med feil, har liten forklaringskraft i funksjonene sammenliknet med bonitet og grunnflateveid middelhøyde.

Endringer i de feilmålte variablenes verdier eller bruk av instrumentvariabelmetoden som et alternativ til minste kvadraters metode betyr således lite for de øvrige parameterestimaterne.

Måten instrumentvariablene er dannet på bidrar til at korrelasjonen mellom de feilmålte variablene og deres instrumentvariabler er høy, jf. tabell 5.14. Dette bidrar også til at avvikene i parameterestimaterne fra estimeringen etter minste kvadraters metode er så små.

Tabell 5.14. Resultater fra estimering av grunnflatemiddeldiameter med lineær modell. Instrumentvariabelmetoden. Første måleserie. Standardavvik i parentes

	Felles- funksjon	Gran- funksjon	Furu- funksjon
β_0	3,07852 (0,56658)	2,05014 (0,83469)	2,25649 (0,93421)
β_B	-4,18269 (0,51726)	-3,00782 (0,70583)	-4,19926 (1,11046)
β_{h_L}	0,89947 (0,03221)	0,91220 (0,04208)	0,95970 (0,06263)
β_{s_k}	-0,03464 (0,00539)	-0,02587 (0,00785)	-0,04016 (0,00875)
β_{d_k}	1,29152 (0,16092)	1,14320 (0,24442)	1,55141 (0,25302)
Antall flater	846	450	275
$RSQ(d_g)$	0,685	0,715	0,693
$RMSE(d_g)^1$	2,54	2,60	2,40
$CV(d_g)$	13,99	13,76	13,72
$RSQ(s_k)$	0,978	0,975	0,978
$RSQ(d_k)$	0,973	0,973	0,976

B = bonitet, h_L = grunnflateveid middelhøyde, s_k = kronedekning,
 d_g = kronediameter, d_k = grunnflatemiddeldiameter
 1) $RMSE(d_g)$ er målt i g centimeter.

Antall diskrete grupper for instrumentvariablene vil påvirke korrelasjonen mellom de feilmålte variablene og deres instrumentvariabler. En alternativ estimering etter instrumentvariabelmetoden basert på en halvvering av antall diskrete grupper i forhold til det

som er vist i tabell 5.13, gir fortsatt bare ubetydelige endringer i parameterestimaterne. Dette bekrefter at betydningen av variablene kronedekning og kronediameter i funksjonene er liten.

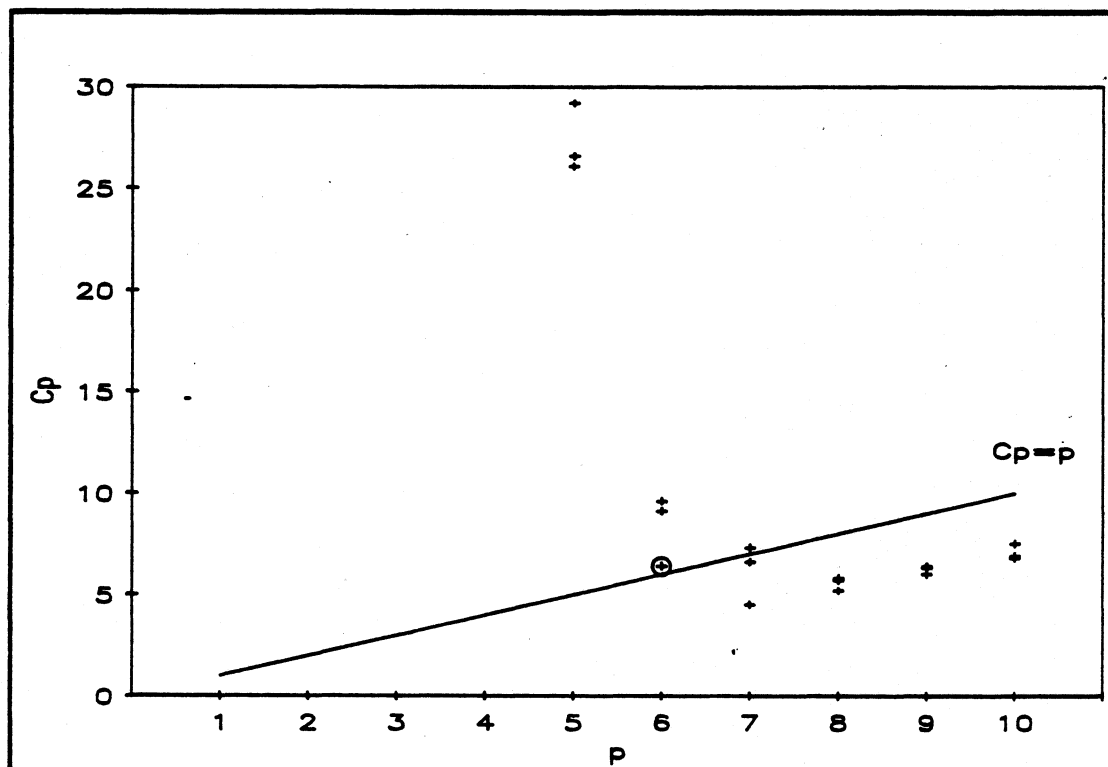
Det bør også tilføyes at den tilfeldige feilen i de feilmålte variablene ikke fjernes ved en inndeling i diskrete grupper. I beste fall vil imidlertid den tilfeldige feilen bli redusert.

Estimering basert på annengradspolynomet

Med utgangspunkt i det fullstendige annengradspolynomet i likning (4.10) og de fire forklaringsvariablene bonitet, grunnflateveid middelhøyde, kronedekning og kronediameter som basis, er felles regresjonsfunksjoner for gran, furu og barblandingsskog, og separate funksjoner for gran og furu estimert. Med fire variabler som basis gir annengradspolynomet 14 forklaringsvariabler i modellen. Parameterestimaterne til flere av de 14 variablene er ikke signifikante, og flere av variablene er dessuten sterkt innbyrdes korrelerte. For å komme fram til funksjoner som er enklest mulig og har stabile estimater og god tilpasning, må enkelte av de 14 forklaringsvariablene utelates fra modellen. Nedenfor diskuteres valget av de "beste" funksjonene, der forskjellige metoder for utvelgelse benyttes.

I fellesfunksjonen er beste regresjon valgt ut først og fremst ved hjelp av C_p -plott metoden. Figur 5.1 viser C_p -plottet for fellesfunksjonen. I plottet er bare regresjonene med fra fem til og med 10 parametre tatt med. På hvert nivå er bare de tre beste regresjonene plottet. Alle regresjonene med mindre enn fem parametre har C_p -verdi større enn 30. Figuren viser at samtlige regresjoner som er tatt med i figuren og som har flere enn seks parametre har en viss systematisk feil, men liten total feil. Den beste av regresjonene med seks parametre har liten systematisk feil, og i denne regresjonen er dessuten den totale feilen av samme størrelsesorden som regresjonene med flere parametre.

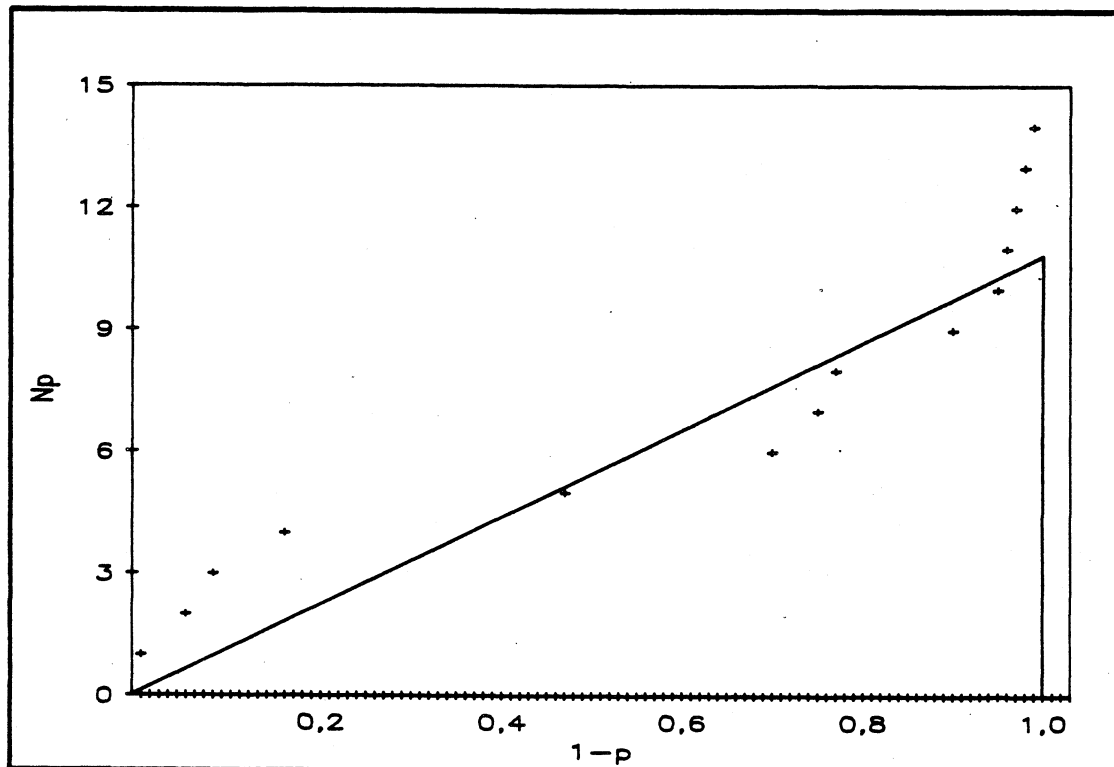
Vurdert ut fra C_p -plottet velges den av de tre regresjonene med seks parametre som har lavest C_p -verdi som den beste regresjonen. Denne er markert med ring i figuren. Den samme regresjonen ble dessuten valgt som den beste ved den stegvise metoden. Med seks parametre i modellen valgte MAXR-prosedyren ut de samme variablene som den stegvise metoden.

Figur 5.1. C_p -plott for fellesfunksjonen

Også P-plott metoden er benyttet for å bestemme antall signifikante ledd i funksjonen, jf. figur 5.2, som viser P-plottet for fellesfunksjonen. Den rette linjen trukket ut fra den første delen av plottet antyder at det er fire signifikante ledd. Dette antallet avviker fra det antallet som de trinnvise metodene og C_p -plottet indikerte. Ved så få som 14 P-verdier kan det imidlertid være vanskelig å få et nøyaktig estimat av antall signifikante ledd, jf. kapittel 4.3.

Funksjonen valgt ut fra C_p -plottet og de trinnvise metodene fastholdes derfor som den beste. Variablene som inngår i funksjonen er bonitet, grunnflateveid middelhøyde, kronediameter, kvadratet av kronedekning og produktet av bonitet og kronedekning, jf. tabell 5.15. Funksjonens parameterestimer er også vist i tabell 5.15.

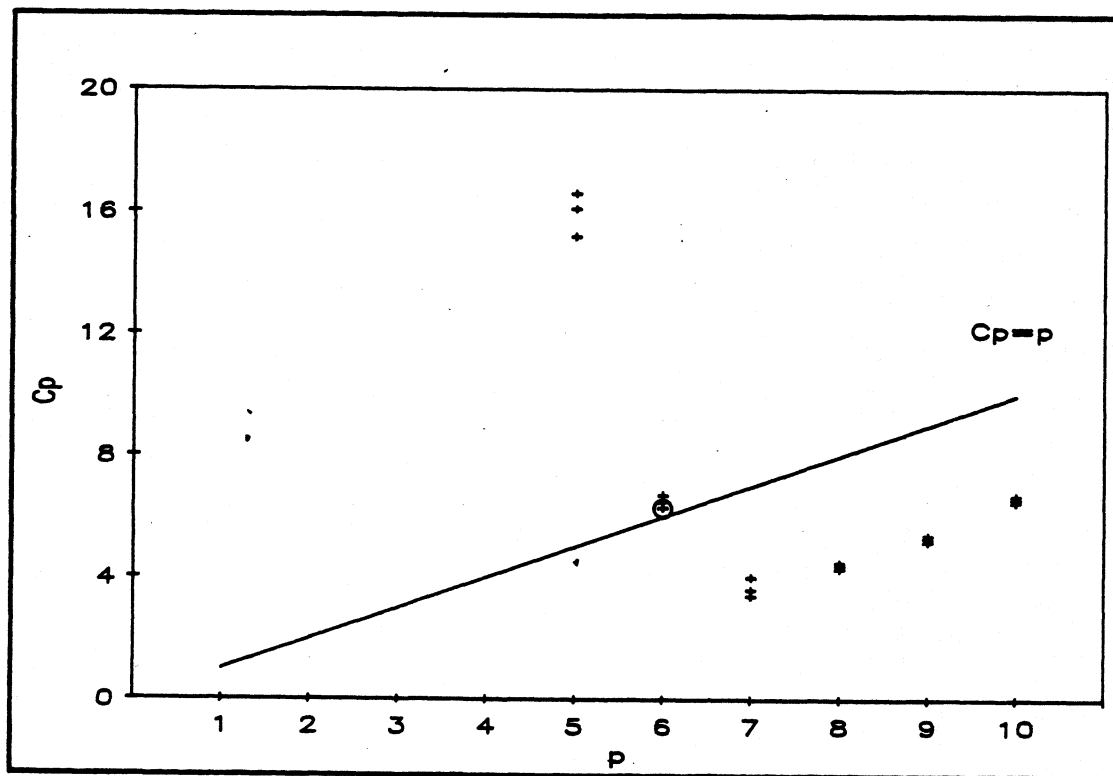
Figur 5.2. P-plott for fellesfunksjonen



C_p -plottet for funksjonen for gran er vist i figur 5.3. I plottet er bare regresjonene med fra fem til og med 10 parametre tatt med. På hvert nivå er de tre beste regresjonene plottet, mens alle regresjonene med mindre enn fem parametre har C_p -verdi større enn 20.

Figur 5.3 viser at regresjonene med minst total feil har sju parametre. Den stegvise prosedyren valgte også en regresjon med sju parametre som den beste, men dette var ikke regresjonen som har lavest C_p -verdi i C_p -plottet.

Målet er imidlertid å komme fram til en enklest mulig funksjon. C_p -plottet i figur 5.3 viser at med seks parametre i regresjonen er den systematiske feilen tilfredsstillende, selv om den totale feilen er større enn i regresjonene med flere parametre. Den beste regresjonen med seks parametre velges derfor som funksjon for gran basert på annengradspolynomet. Regresjonen er markert med ring i C_p -plottet i figur 5.3. Variablene i denne regresjonen er bonitet, grunnflateveid middelhøyde, kvadratet av kronedekning, produktet av bonitet og kronedekning og produktet av bonitet og kronediameter. Parameterestimaterne samt funksjonens øvrige statistiske egenskaper er vist i tabell 5.15.

Figur 5.3. C_p -plott for funksjonen for gran

C_p -plottet for funksjonen for furu er vist i figur 5.4. I plottet er bare regresjonene med fra fem til og med 10 parametre tatt med. På hvert nivå er de tre beste regresjonene plottet, mens alle regresjonene med mindre enn fem parametre har C_p -verdi større enn 15.

Figur 5.4 viser at regresjonen med minst total feil har sju parametre. Med fem parametre i regresjonen bli imidlertid både den systematiske og den totale feilen liten.

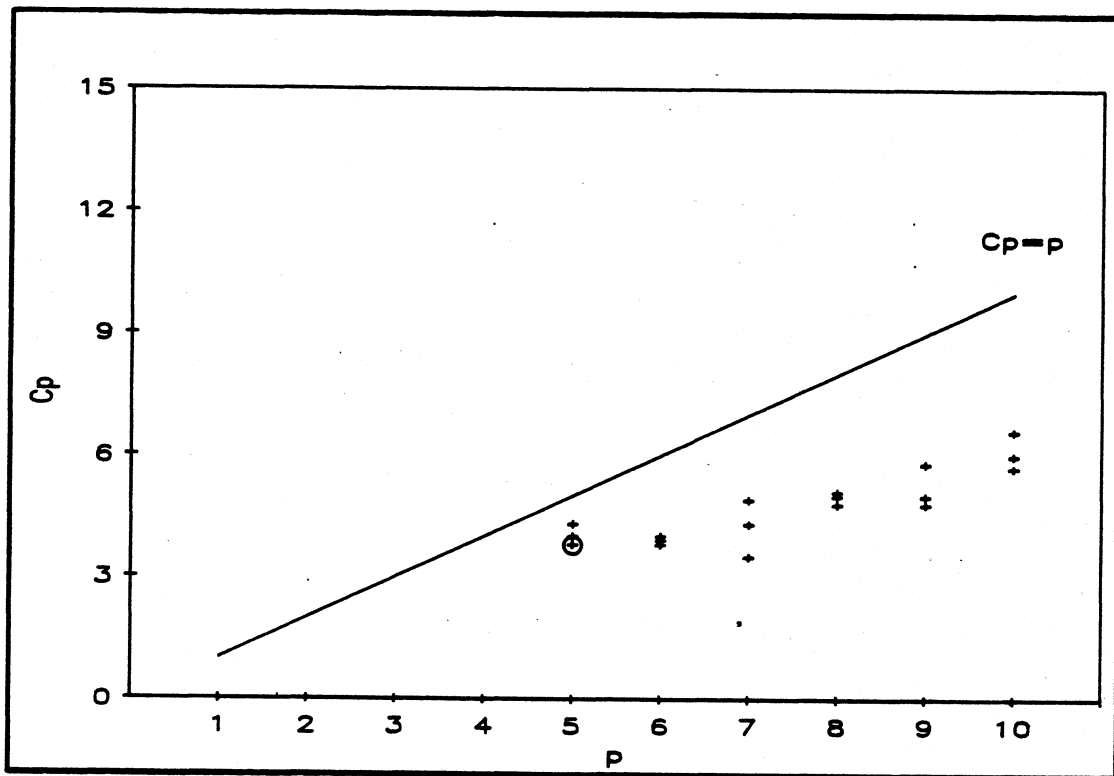
Ut fra C_p -plottet velges derfor den beste regresjonen med fem parametre som furufunksjon siden målet er å velge enklest mulig funksjon med tilfredsstillende egenskaper. Denne regresjonen ble også valgt ut som den beste av den stegvise prosedyren. Regresjonen er markert med ring i C_p -plottet. Variablene i denne regresjonen er grunnflateveid middelhøyde, kronedekning, produktet av bonitet og grunnflateveid middelhøyde og produktet av kronedekning og kronediameter. Funksjonens parameterestimater er vist i tabell 5.15.

Tabell 5.15. Resultater fra estimering av grunnflatemiddeldiameter basert på annengradspolynomet. Funksjoner med kronediameter. Første måleserie. Standardavvik i parentes

	Felles- funksjon	Gran- funksjon	Furu- funksjon
β_0	4,12125 (0,61065)	7,51547 (0,80042)	6,69033 (0,82340)
β_B	-11,92874 (1,61582)	-18,72006 (2,82015)	
β_{h_L}	0,91119 (0,03066)	0,92286 (0,04140)	1,03916 (0,07455)
β_{s_k}			-0,14713 (0,01546)
β_{d_k}	1,19576 (0,15748)		
$\beta_{s_k^2}$	-0,00081 (0,00011)	-0,00085 (0,00017)	
$\beta_{B \cdot h_L}$			-0,28377 (0,07287)
$\beta_{B \cdot s_k}$	0,12910 (0,02548)	0,15101 (0,03740)	
$\beta_{B \cdot d_k}$		1,82095 (0,39884)	
$\beta_{s_k \cdot d_k}$			0,03045 (0,00480)
Antall flater	846	450	275
RSQ	0,694	0,723	0,697
RMSE ¹	2,51	2,56	2,38
CV	13,81	13,59	13,64
C_p	6,38	6,29	3,78

B = bonitet, h_L = grunnflateveid middelhøyde, s_k = kronedekning,
 d_k = kronediameter

1) RMSE er målt i centimeter.

Figur 5.4. C_p -plott for funksjonen for furu

Også i regresjonsestimeringen basert på modellen for det fullstendige annengradspolynomet er det av interesse å komme fram til et sett av funksjoner der variabelen kronediameter ikke inngår.

De beste funksjonene, vurdert etter C_p -verdi, der variabelen kronediameter ikke inngår er vist i tabell 5.16. De beste funksjonene ble funnet ved å vurdere C_p -verdien beregnet ut fra det fullstendige annengradspolynomet basert på variablene bonitet, grunnflateveid middelhøyde og kronedekning. For gran og i fellesfunksjonen består funksjonene med tilfredsstillende systematisk feil av de samme forklaringsvariablene. Disse er bonitet, grunnflateveid middelhøyde, kvadratet av kronedekning og produktet av bonitet og kronedekning. Den beste funksjonen for furu består av tre uavhengige variabler. Disse er grunnflateveid middelhøyde, kvadratet av kronedekning og produktet av bonitet og grunnflateveid middelhøyde.

De beste funksjonenes parameterestimerer er vist i tabell 5.16. Tabellen viser at disse funksjonenes tilpasning til materialet er noe svakere enn når kronediameter inngår, jf. tabell 5.15.

C_p -verdiene i tabell 5.16 er regnet ut i forhold til de fullstendige annengradspolynomene der også kronediameter inngår. C_p -

verdiene er derfor direkte sammenliknbare med C_p -verdiene i tabell 5.15. Av tabellene framgår det at C_p -verdiene øker kraftig når variabelen kronediameter utelates fra funksjonene.

Residualstudier av funksjonene vist i tabell 5.15 og 5.16 tyder på at det kan være heteroskedastisitet i både fellesfunksjonene og de treslagsvise funksjonene. Det vil derfor også bli benyttet en loglineær modell i regresjonsestimeringen, jf. diskusjonen i kapittel 4.2.

Tabell 5.16. Resultater fra estimering av grunnflatemiddeldiameter basert på annengradspolynom. Funksjoner uten kronediameter. Første måleserie. Standardavvik i parentes

	Felles- funksjon	Gran- funksjon	Furu- funksjon
β_0	7,19512 (0,47231)	6,10491 (0,75467)	3,37534 (0,75389)
β_B	-13,31957 (1,65860)	-12,01643 (2,46088)	
β_{h_L}	1,03953 (0,03066)	1,03562 (0,03396)	1,28699 (0,06713)
$\beta_{s_k^2}$	-0,00100 (0,00011)	-0,00094 (0,00017)	-0,00064 (0,00008)
$\beta_{B \cdot h_L}$			-0,36860 (0,07631)
$\beta_{B \cdot s_k}$	0,14587 (0,02622)	0,14488 (0,03820)	
Antall flater	846	450	275
RSQ	0,673	0,710	0,656
RMSE ¹	2,59	2,62	2,54
CV	14,27	13,89	14,52
C_p	62,05	25,15	38,57

B = bonitet, h_L = grunnflateveid middelhøyde, s_k = kronedekning,
1) RMSE er målt i centimeter.

Estimering basert på loglineær modell

Med utgangspunkt i den loglineære modellen i likning (4.12) er felles funksjoner for gran, furu og barblandingsskog, og separate funksjoner for gran og furu estimert ved hjelp av minste kvadraters metode. I både fellesfunksjonen og de treslagsvise funksjonene er mulige forklaringsvariabler bonitet, grunnflateveid middelhøyde, kronedekning og kronediameter.

I de beste funksjonene, rangert etter C_p -verdi, med tre forklaringsvariabler, er C_p -verdien i felles-, gran- og furufunksjonen henholdsvis 54,1, 21,6 og 10,7. Det betyr at det er betydelige systematiske feil i alle tre funksjonene. Når alle de fire variablene som ønskes undersøkt er med i regresjonen, er imidlertid $C_p=5,0$, jf. kapittel 4.3. Vurdert ut fra C_p -verdi velges derfor regresjonsfunksjonene med samtlige fire forklaringsvariabler nevnt over som de beste.

Tabell 5.17 viser fellesfunksjonen samt de treslagsvise funksjonene for gran og furu basert på fire forklaringsvariabler. I tabellen er konstantleddene (β_0) tilbaketransformert til opprinnelig skala slik det er skissert av GOLDBERGER (1968), jf. kapittel 4.2. Tabellen viser dessuten kvadratet av de multiple korrelasjonskoeffisientene (RSQ), standardavvikene (RMSE) og variasjonskoeffisientene (CV) beregnet både for logaritmisk og tilbaketransformert skala.

Også i regresjonsestimeringen basert på den loglineære modellen er det estimert funksjoner der kronediameter ikke inngår. De beste funksjonene er vist i tabell 5.18. Tilpasningen i disse funksjonene er dårligere enn tilpasningen i funksjonene med fire forklaringsvariabler vist i tabell 5.17.

C_p -verdiene i tabell 5.18 er regnet ut i forhold til funksjonene der alle de fire forklaringsvariablene inngår. C_p -verdiene er mye større i funksjonene der kronediameter er utelatt.

Residualstudier av funksjonene i tabell 5.17 og 5.18 er gjort både for logaritmisk og normal skala.

Tabell 5.17. Resultater fra estimering av grunnflatemiddeldiameter med loglineær modell. Funksjoner med kronediameter. Første måleserie. Standardavvik i parentes

	Felles- funksjon	Gran- funksjon	Furu- funksjon
β_0 (korrigert)	1,98437 (0,22216)	1,68724 (0,35041)	2,30912 (0,35878)
β_B	-0,09320 (0,01050)	-0,08541 (0,01589)	-0,04848 (0,01751)
β_{h_L}	0,76700 (0,02600)	0,82302 (0,03573)	0,71486 (0,04591)
β_{s_k}	-0,08912 (0,01246)	-0,08023 (0,01861)	-0,08789 (0,01981)
β_{d_k}	0,28857 (0,02963)	0,25935 (0,04252)	0,34786 (0,04906)
Antall flater	846	450	275
Før tilbake- transformering:			
RSQ	0,714	0,748	0,719
RMSE	0,14	0,13	0,14
CV	4,76	4,59	4,83
C_p	5,00	5,00	5,00
Etter tilbake- transformering:			
RSQ	0,678	0,712	0,669
RMSE ¹	2,57	2,61	2,49
CV	14,16	13,83	14,25
C_p	5,00	5,00	5,00

B = bonitet, h_L = grunnflateveid middelhøyde, s_k = kronedekning,
 d_k = kronediameter
 1) RMSE er målt i centimeter.

Tabell 5.18. Resultater fra estimering av grunnflatemiddeldiameter med loglineær modell. Funksjoner uten kronediameter. Første måleserie. Standardavvik i parentes

	Felles- funksjon	Gran- funksjon	Furu- funksjon
β_0 (korrigert)	2,18279 (0,22427)	1,79658 (0,34457)	2,59042 (0,38190)
β_B	-0,10730 (0,01096)	-0,09341 (0,01647)	-0,06700 (0,01882)
β_{h_L}	0,91129 (0,02253)	0,95727 (0,02927)	0,90249 (0,04078)
β_{s_k}	-0,12430 (0,01257)	-0,10976 (0,01868)	-0,13849 (0,02009)
Antall flater	846	450	275
Før tilbake- transformering:			
RSQ	0,681	0,727	0,666
RMSE	0,14	0,14	0,15
CV	5,02	4,77	5,25
C_p	97,83	40,21	53,27
Etter tilbake- transformering:			
RSQ	0,649	0,693	0,617
RMSE ¹	2,68	2,69	2,68
CV	14,77	14,27	15,31
C_p	97,83	40,21	53,27

B = bonitet, h_L = grunnflateveid middelhøyde, s_k = kronedekning,
1) RMSE er målt i centimeter.

Valg av funksjonsform

Ved valg av funksjonsform er målet å komme fram til enklest mulig funksjoner med god tilpasning og de nødvendige egenskaper i restleddet.

Ved bruk av kvadratet av den multiple korrelasjonskoef-

fisienten (RSQ) og variasjonskoeffisienten (CV) som vurderingskriterier, gir regresjonsestimeringen basert på de ulike modellene små variasjoner i tilpasning og spredning, selv om estimeringen basert på annengradspolynomet gir de beste resultatene, jf. tabell 5.19 og 5.20. I tabell 5.19 og 5.20 er kvadratet av den multiple korrelasjonskoeffisienten og variasjonskoeffisienten fra estimeringen av grunnflatemiddeldiameter basert på de ulike modellene sammenstilt. Tabell 5.19 omfatter funksjonene der variabelen kronediameter inngår, mens tabell 5.20 omfatter funksjonene der denne variabelen er utelatt.

Tabell 5.19. Sammenstilling av resultater fra estimering av grunnflatemiddeldiameter. Funksjoner med kronediameter. Første måleserie

Modell	Felles-funksjon		Gran-funksjon		Furu-funksjon	
	RSQ	CV	RSQ	CV	RSQ	CV
Lineær	0,686	13,99	0,715	13,76	0,694	13,72
Instrument-variabelmetoden	0,685	13,99	0,715	13,76	0,693	13,72
Annengradspolynom ...	0,694	13,81	0,723	13,59	0,697	13,64
Loglineær	0,678	14,16	0,712	13,83	0,669	14,25

Tabell 5.20. Sammenstilling av resultater fra estimering av grunnflatemiddeldiameter. Funksjoner uten kronediameter. Første måleserie

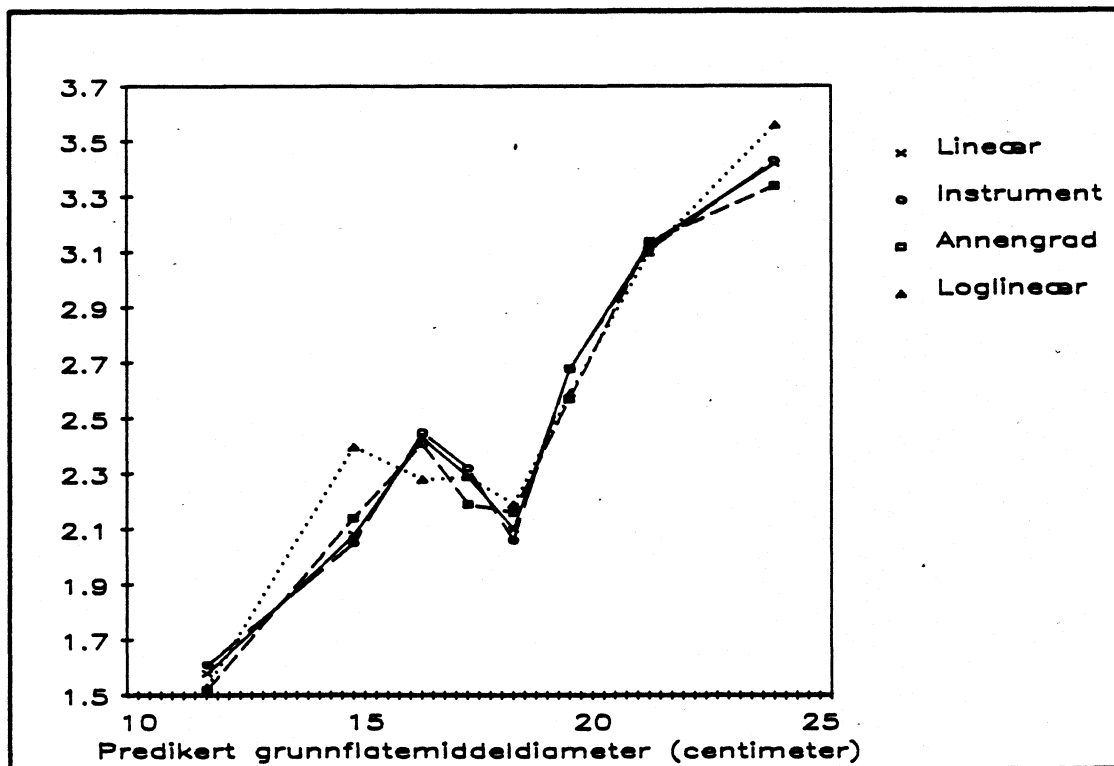
Modell	Felles-funksjon		Gran-funksjon		Furu-funksjon	
	RSQ	CV	RSQ	CV	RSQ	CV
Lineær	0,661	14,51	0,700	14,10	0,652	14,60
Annengradspolynom ...	0,673	14,27	0,710	13,89	0,656	14,52
Loglineær	0,649	14,77	0,693	14,27	0,617	15,31

Funksjonenes tilpasning til ulike deler av materialet er også undersøkt. Dette er gjort ved å sortere observasjonene etter de predikerte verdiene og gruppere materialet i like store klasser, jf. figur 5.5. Figur 5.5 viser standardavviket omkring funksjonsverdiene

for de predikerte verdiene av grunnflatemiddeldiameter i fire utvalgte funksjoner. Figuren kan m.a.o. oppfattes som residualplott der standardavviket er plottet i stedet for residualenes tallverdier. De fire utvalgte funksjonene er fellesfunksjonene der variabelen kronediameter inngår basert på henholdsvis den lineære modellen, instrumentvariabelmetoden, annengradspolynomet og den loglineære modellen.

Som det framgår av figur 5.5, øker standardavviket med økende verdi av den avhengige variabelen i samtlige funksjoner. Det innebærer at det er heteroskedastisitet i funksjonene, og at restleddsforutsetningen om konstant varians ikke er oppfylt. Dette bruddet på restleddsforutsetningen kan imidlertid ikke forventes å ha avgjørende betydning for resultatene (SNEDECOR & COCHRAN 1967). Likevel må en regne med at regresjonsfunksjonene kan bli noe bedre tilpasset prediksjon av store verdier av grunnflatemiddeldiameter enn små. Standardavvikets variasjon synes imidlertid å være tilnærmet uavhengig av funksjonsform.

Figur 5.5. Standardavvik omkring funksjonsverdiene for de predikerte verdiene av grunnflatemiddeldiameter i fellesfunksjoner med kronediameter basert på ulike modeller. Første måleserie. Centimeter



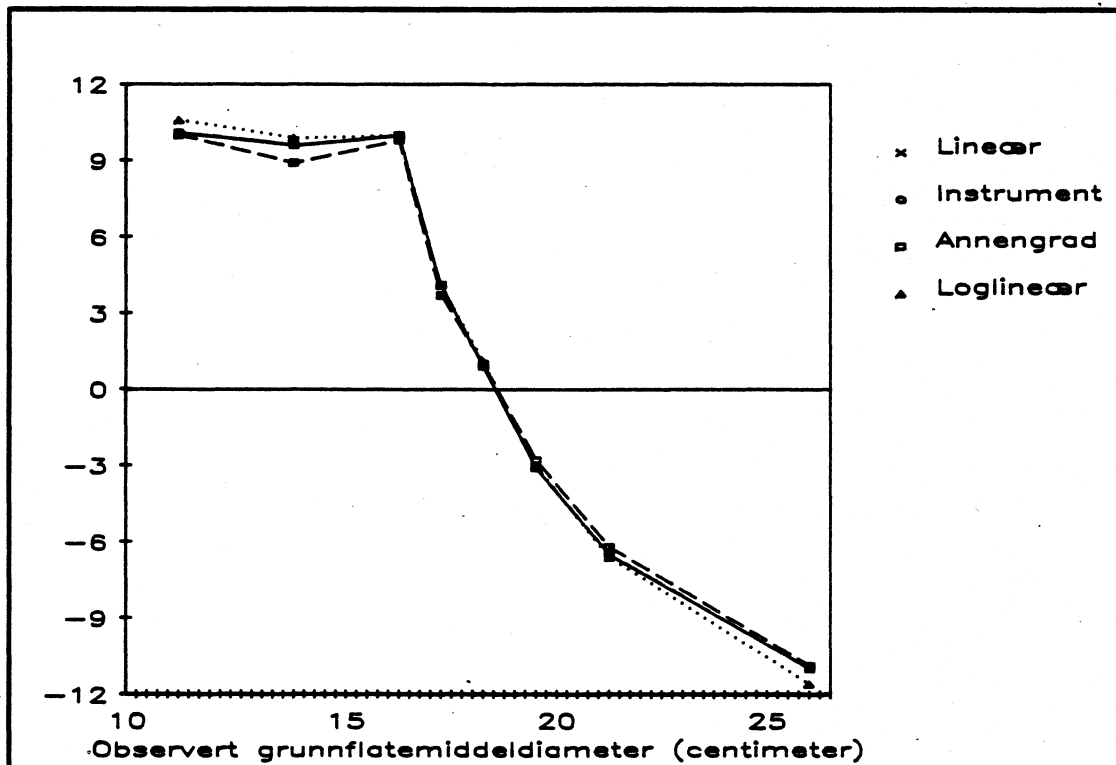
Undersøkelser av funksjonenes systematiske avvik innen ulike deler av materialet tyder heller ikke på at det er spesielle variasjoner i føyningen som skiller de ulike funksjonene fra hverandre, jf. figur 5.6. Figur 5.6 viser avviket mellom gjennomsnittlige predikerte og observerte verdier av grunnflatemiddeldiameter som andel av de observerte verdiene i de samme regresjonsfunksjonene som er vist i figur 5.5. I figuren er observasjonene sortert etter observerte verdier.

Som det framgår av figur 5.6, er det i samtlige funksjoner en tendens til overestimering ved prediksjon av små verdier av grunnflatemiddeldiameter og en underestimering ved store verdier. Dette skyldes først og fremst den generelle tendensen funksjoner estimert etter minste kvadraters metode har til å trekke de predikerte verdiene mot middeltallet når det er restvariasjon i funksjonen. I liknende undersøkelser som den foreliggende, har en ut fra ønsket om å estimere funksjoner med gode prediksjonsegenskaper også i funksjonenes ytterkant, forsøkt å benytte GLS-metoden (generalized least squares) som et alternativ til minste kvadraters metode. Det har vist seg at variansen omkring funksjonene ofte har økt for de fleste predikerte verdiene ved bruk av GLS-metoden (TOMTER 1988). I den foreliggende undersøkelsen er derfor ikke GLS-metoden benyttet.

Som det framgår av figur 5.6, gir funksjonene små systematiske avvik i de midlere delene av materialet. Dette er naturlig siden de fleste observasjonene befinner seg i denne delen, jf. figur 3.5. Det er også ønskelig at funksjonene er egnet til prediksjon i dette intervallet, da det representerer verdier av forklaringsvariablene som må forventes å forekomme hyppig ved anvendelse av funksjonene til prediksjonsformål.

Feil i de uavhengige variablene medfører at de estimerte regresjonskoeffisientene ikke blir forventningsrette, jf. kapittel 4.1, og det kan få betydning ved prediksjon. I forbindelse med regresjonsestimeringen basert på instrumentvariabelmetoden ble det imidlertid vist at tilpasningen er tilnærmet lik i funksjonene basert på henholdsvis den lineære modellen og instrumentvariabelmodellen, der det er forsøkt å ta hensyn til feil i variablene. Dessuten ble det påvist at det kun er små avvik mellom parameterestimatene oppnådd ved anvendelse av de to modellene. Som det framgår av figur 5.5 og 5.6, er også tilpasningen til de ulike delene av materialet tilnærmet lik i funksjonene basert på de to modellene.

Figur 5.6. Avvik mellom gjennomsnittet av predikerte og observerte verdier av grunnflatemiddeldiameter som andel av observerte verdier i fellesfunksjoner med kronediameter basert på ulike modeller. Første måleserie. Prosent



Ved valg av funksjonsform er det også ønskelig å teste funksjonene basert på de ulike modellene ved hjelp av et uavhengig kontrollmateriale. Et slikt materiale har ikke vært tilgjengelig, og testingen er derfor utført ved å anvende funksjonene på hver av de tre observatørens observasjonsserier. Selv om testingen er basert på det samme materialet som regresjonsestimeringen, vil testingen være til nytte ved valg av funksjonsform. Den viktigste forklarende variabelen i funksjonene er høyden, og i regresjonsestimeringen ble grunnflateveid middelhøyde registrert i felt benyttet. I testingen er imidlertid høyde registrert i flybilde benyttet. Denne er registrert uavhengig av de markmålte dataene. I regresjonsestimeringen ble dessuten gjennomsnittet av de tre observatørens målinger av henholdsvis kronedekning og kronediameter anvendt, mens i testingen er de individuelle observasjonsseriene benyttet.

Tabell 5.21 viser resultatene av testingen av de samme funksjonene for grunnflatemiddeldiameter som inngår i figur 5.5 og 5.6. Som vurderingskriterium er først og fremst variasjonskoeffisienten (CV) benyttet. Variasjonskoeffisienten (standardavviket

i prosent av gjennomsnittet) er beregnet med og uten korreksjon for systematiske feil. I det tilfellet variasjonskoeffisienten er beregnet med systematisk feil, er standardavviket (RMSE) som inngår i variasjonskoeffisienten, beregnet som kvadratroten av det gjennomsnittlige kvadrerte avviket mellom observert og beregnet grunnflate-middeldiameter. Anta at d_{gi} og \hat{d}_{gi} er henholdsvis observert og beregnet grunnflatemiddeldiameter for observasjon i . Hvis n er antall observasjoner, blir standardavviket uten korreksjon for systematiske feil:

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (d_{gi} - \hat{d}_{gi})^2} \quad i = 1, 2, \dots, n$$

Dersom i tillegg \bar{d}_g og $\bar{\hat{d}}_g$ er henholdsvis gjennomsnittet av observert og beregnet grunnflatemiddeldiameter for alle observasjonene, blir standardavviket korrigert for systematiske feil:

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left(d_{gi} - \frac{\bar{d}_g}{\bar{\hat{d}}_g} \hat{d}_{gi} \right)^2} \quad i = 1, 2, \dots, n$$

Som det framgår av tabell 5.21, er det små variasjoner i tilpasning og spredning mellom funksjonene basert på de ulike modellene. Funksjonen basert på annengradspolynomet gir allikevel noe bedre resultater enn de øvrige. Dette er særlig tilfellet for observatør nr. 2 og 3. Forskjellen mellom funksjonene er av samme størrelsesorden som oppnådd ved estimeringen av funksjonene, jf. tabell 5.19.

I undersøkelsen av funksjonenes tilpasning til hele materialet og til ulike deler av det, har en ovenfor kun konsentrert seg om de fellesfunksjonene for gran og furu der variabelen kronediameter inngår. Liknende studier av de øvrige funksjonene som er estimert for grunnflatemiddeldiameter gir imidlertid resultater som samsvarer med det som er påvist her.

Valg av funksjonsform har således ikke avgjørende betydning for de resultatene som kan oppnås ved prediksjon, men siden funksjonene basert på annengradspolynomet har like gode, eller noe bedre egenskaper enn funksjonene basert på de øvrige modellene, velges funksjonene basert på annengradspolynomet som funksjoner for grunnflatemiddeldiameter. Disse er samlet i vedlegg 1.

Tabell 5.21. Oppnådd nøyaktighet ved testing av fellesfunksjoner for grunnflatemiddeldiameter med kronediameter basert på ulike modeller. Første måleserie

Observatør	RSQ	CV	
		Med syste- matiske feil	Uten syste- matiske feil
<i>Lineær modell:</i>			
Observatør nr. 1	0,521	17,52	17,45
Observatør nr. 2	0,543	17,30	17,06
Observatør nr. 3	0,523	17,63	17,56
<i>Instrumentvariabelmetode:</i>			
Observatør nr. 1	0,522	17,47	17,43
Observatør nr. 2	0,543	17,36	17,06
Observatør nr. 3	0,523	17,69	17,56
<i>Annengradspolynom:</i>			
Observatør nr. 1	0,523	17,52	17,40
Observatør nr. 2	0,558	16,97	16,79
Observatør nr. 3	0,541	17,30	17,25
<i>Loglineær modell:</i>			
Observatør nr. 1	0,515	17,74	17,41
Observatør nr. 2	0,537	17,52	17,14
Observatør nr. 3	0,516	17,80	17,63

Testing av utvalgte funksjoner

I estimeringen er bl.a. grunnflateveid middelhøyde registrert ved markmålinger og gjennomsnittet av de tre observatørenes målinger av henholdsvis kronedekning og kronediameter benyttet som forklarende variabler. Ved praktisk bruk av de estimerte funksjonene til prediksjonsformål vil høyderegistreringene bli basert på måling i flybilde, mens data for kronedekning og kronediameter vil være basert på registreringer utført av kun én observatør. Den oppnådde nøyaktigheten i de estimerte funksjonene viser derfor ikke hvilken nøyaktighet som kan forventes ved prediksjon.

De utvalgte funksjonene basert på annengradspolynomet er imidlertid testet ved å anvende dem på hver av de tre observatørenes observasjonsserier. Som påpekt i forrige avsnitt, hadde det vært ønskelig å utføre testingen med et uavhengig kontrollmateriale, men et slikt materiale har ikke vært tilgjengelig. Den utførte testingen gir imidlertid en indikasjon på hvilken nøyaktighet som kan forventes ved

prediksjon, siden de viktigste variablene som inngår i testingen er registrert uavhengig av variablene benyttet i estimeringen av regresjonsfunksjonene (se diskusjonen ovenfor).

I den utførte testingen inngår de samme observasjonene som i materialet benyttet i estimeringen av funksjonene. Nøyaktigheten oppnådd i såvel testingen som ved praktisk prediksjon vil imidlertid alltid være avhengig av materialets sammensetning.

Tabell 5.22 og 5.23 viser resultatene fra testingen av fellesfunksjonene for grunnflatemiddeldiameter. Tabell 5.22 viser gjennomsnittlig predikert verdi for den enkelte observatør samt avviket mellom gjennomsnittlig predikert og observert verdi. Ved hjelp av en t-test er det testet om dette avviket er signifikant. I t-testen er det benyttet fem prosent nivå. Avvik som ikke er signifikant forskjellig fra null er satt i parentes.

Som det framgår av tabell 5.22, er det et signifikant systematisk avvik mellom predikerte og observerte verdier for samtlige observatører i funksjonene både med og uten kronediameter, med unntak av observatør nr. 3 i funksjonen med kronediameter. Avvikene er imidlertid små, og det største avviket er på 3,0 prosent.

Tabell 5.22. Resultater fra testing av fellesfunksjoner for grunnflatemiddeldiameter. 846 flater

Observatør	Gjennomsnittlig predikert verdi	Gjennomsnittlig avvik	
		centimeter	prosent
<i>Funksjon med kronediameter:</i>			
Observatør nr. 1	17,55	-0,49	-2,7
Observatør nr. 2	18,59	0,40	2,4
Observatør nr. 3	18,37	(0,22)	(1,2)
<i>Funksjon uten kronediameter:</i>			
Observatør nr. 1	18,69	0,54	3,0
Observatør nr. 2	17,83	-0,32	-1,8
Observatør nr. 3	17,68	-0,47	-2,6

Tabell 5.23 viser oppnådd nøyaktighet for den enkelte observasjon beregnet for hver observatør. Nøyaktigheten er uttrykt ved standardavviket (RMSE), variasjonskoeffisienten (CV) og kvadratet av korrelasjonskoeffisienten (RSQ). Som uttrykk for spredningen legges

det mest vekt på variasjonskoeffisienten, men alternativt kunne standardavviket omkring funksjonsverdiene vært anvendt. Ved heteroskedastisitet slik det kommer til uttrykk i figur 5.5, er imidlertid standardavviket et lite egnet vurderingskriterium når en skal sammenlikne med nøyaktigheten oppnådd i andre undersøkelser, siden det varierer med verdien av den avhengige variabelen. Variasjonskoeffisienten er trolig mer stabil ved heteroskedastisitet.

Variasjonskoeffisienten i tabell 5.23 er utregnet på samme måte som i tabell 5.21, men er ikke korrigeret for systematiske feil. På bakgrunn av formålet med denne undersøkelsen gir imidlertid oppnådd nøyaktighet uten korreksjon for systematiske feil det mest realistiske uttrykket for hvilken nøyaktighet som kan forventes ved prediksjon, jf. diskusjonen i NÆSSET (1987).

Tabell 5.23 viser at oppnådd nøyaktighet for den enkelte observasjon er noe redusert i forhold til nøyaktigheten i de estimerte funksjonene. I de estimerte funksjonene er CV henholdsvis 13,81 og 14,27, jf. tabell 5.15 og 5.16, mens CV oppnådd ved testingen ligger i intervallet 16,97-18,67.

Tabell 5.23. Oppnådd nøyaktighet ved testing av fellesfunksjoner for grunnflatemiddeldiameter. 846 flater

Observatør	RMSE	CV	RSQ
<i>centimeter</i>			
<i>Funksjon med kronediameter:</i>			
Observatør nr. 1	3,18	17,52	0,523
Observatør nr. 2	3,08	16,97	0,558
Observatør nr. 3	3,14	17,30	0,541
<i>Funksjon uten kronediameter:</i>			
Observatør nr. 1	3,38	18,67	0,483
Observatør nr. 2	3,12	17,20	0,536
Observatør nr. 3	3,23	17,80	0,516

Det er også undersøkt hvilken nøyaktighet som kan forventes ved prediksjon med de treslagsvise funksjonene for gran og furu på samme måte som for fellesfunksjonene. I testingen er det benyttet de samme observasjonene som i estimeringen. Resultatene for granfunksjonene er vist i tabell 5.24 og 5.25, mens resultatene for furufunksjonene framgår av tabell 5.26 og 5.27. I tabell 5.24 og 5.26 er

avvik som ikke er signifikante satt i parentes.

Tabell 5.24 og 5.26 viser at avvikene mellom predikerte og observerte verdier er av samme størrelsesorden i de treslagsvise funksjonene som i fellesfunksjonene. Også ved testing av de treslagsvise funksjonene er nøyaktigheten noe redusert i forhold til nøyaktigheten oppnådd i estimeringen av funksjonene. Reduksjonen i nøyaktighet samsvarer med den reduksjon i nøyaktighet som ble påvist for fellesfunksjonene. Reduksjonen er imidlertid for de fleste observatørene noe større for granfunksjonene enn furufunksjonene. Årsaken til denne variasjonen er ikke undersøkt, men den kan f.eks. skyldes at kvaliteten på målingene av høyden i flybilde er bedre for observasjoner der furu dominerer enn tilfellet er der gran dominerer.

Det bør dessuten bemerkes at det bare er små avvik mellom oppnådd nøyaktighet i funksjonene henholdsvis med og uten variabelen kronediameter.

Tabell 5.24. Resultater fra testing av granfunksjoner for grunnflate-middeldiameter. 450 flater

Observatør	Gjennomsnittlig predikert verdi	Gjennomsnittlig avvik	
		centimeter	prosent
<i>Funksjon med kronediameter:</i>			
Observatør nr. 1	18,06	-0,72	-3,8
Observatør nr. 2	19,06	(0,28)	(1,5)
Observatør nr. 3	18,82	(0,04)	(0,2)
<i>Funksjon uten kronediameter:</i>			
Observatør nr. 1	19,16	0,38	2,0
Observatør nr. 2	18,45	-0,33	-1,8
Observatør nr. 3	18,26	-0,52	-2,8

Tabell 5.25. Oppnådd nøyaktighet ved testing av granfunksjoner for grunnflatemiddeldiameter. 450 flater

Observatør	RMSE	CV	RSQ
centimeter			
Funksjon med kronediameter:			
Observatør nr. 1	3,38	18,01	0,538
Observatør nr. 2	3,15	16,78	0,594
Observatør nr. 3	3,25	17,32	0,568
Funksjon uten kronediameter:			
Observatør nr. 1	3,39	18,05	0,536
Observatør nr. 2	3,22	17,13	0,566
Observatør nr. 3	3,35	17,84	0,544

Tabell 5.26. Resultater fra testing av furufunksjoner for grunnflate-middeldiameter. 275 flater

Observatør	Gjennomsnittlig predikert verdi	Gjennomsnittlig avvik	
	centimeter	prosent	
Funksjon med kronediameter:			
Observatør nr. 1	17,28	(-0,20)	(-1,1)
Observatør nr. 2	18,04	0,56	3,2
Observatør nr. 3	17,84	0,36	2,1
Funksjon uten kronediameter:			
Observatør nr. 1	18,32	0,84	4,8
Observatør nr. 2	17,17	(-0,31)	(-1,8)
Observatør nr. 3	17,11	-0,37	-2,1

Tabell 5.27. Oppnådd nøyaktighet ved testing av furufunksjoner for grunnflatemiddeldiameter. 275 flater

Observatør	RMSE	CV	RSQ
centimeter			
Funksjon med kronediameter:			
Observatør nr. 1	3,08	17,64	0,497
Observatør nr. 2	2,79	15,99	0,605
Observatør nr. 3	2,92	16,69	0,568
Funksjon uten kronediameter:			
Observatør nr. 1	3,30	18,86	0,475
Observatør nr. 2	2,76	15,79	0,592
Observatør nr. 3	2,99	17,09	0,530

Nøyaktigheten ved prediksjon av grunnflatemiddeldiameter er vurdert også i andre undersøkelser. I tabell 5.28 er avviket mellom gjennomsnittlig predikert og observert verdi, standardavviket (RMSE) og variasjonskoeffisienten (CV) beregnet på grunnlag av data publisert i to svenske undersøkelser (LANTMATERIVERKET 1983, MOBERG & SUNDSTRÖM 1981). I de to undersøkelsene er den samme prediksjonsmetoden benyttet. Standardavviket og variasjonskoeffisienten er beregnet uten korreksjon for systematiske feil.

Resultatene vist i de to første linjene i tabell 5.28 er oppnådd ved en prediksjon der både gran og furu inngår. I den første undersøkelsen (LANTMATERIVERKET 1983) er variasjonskoeffisienten 22,27. Denne nøyaktigheten er oppnådd for deler av bestand. Som det framgår av tabellen, er den systematiske feilen over 14 prosent. Korrigert for denne feilen er variasjonskoeffisienten 17,4. Dette samsvarer bra med resultatene i den foreliggende undersøkelsen. Ved testing av fellesfunksjonen der kronediameter inngår ligger variasjonskoeffisienten i intervallet 17,55-18,59. Korrigert for den systematiske feilen blir variasjonskoeffisienten ca. 17-18.

Ved å benytte hele bestand i stedet for deler av bestand fant LANTMATERIVERKET (1983) en variasjonskoeffisient med og uten korreksjon for systematiske feil på henholdsvis 8,9 og 16,9. Som det framgår av tabell 5.28, oppnådde MOBERG & SUNDSTRÖM (1981) en variasjonskoeffisient på ca. 13 for blanding av gran og furu. Denne undersøkelsen var imidlertid basert på bestand som minste enhet, og ikke prøveflater som i det foreliggende arbeidet. Det samme var tilfellet i en sovjetisk undersøkelse basert på flybilder i målestokk fra 1:5 000 til 1:10 000, der feilen til middeldiameteren var 13-16 prosent (BEREZIN & TRUNOV 1966). Som undersøkelsen til LANTMATERIVERKET (1983) illustrerer, kan det forventes større nøyaktighet når registreringsenheten er hele bestand i stedet for deler av bestand, da det som regel utføres flere enkeltregistreringer i hele bestand.

På grunnlag av MOBERG & SUNDSTRÖM (1981) er oppnådd nøyaktighet for de delene av datamaterialet som kan sammenliknes med henholdsvis gran- og furufunksjonene i den foreliggende undersøkelsen beregnet. I den svenske undersøkelsen var variasjonskoeffisienten ca. 12,8-14,5, mens i den foreliggende undersøkelsen ligger den i intervallet 16,0-18,9 i funksjonene med kronediameter. Korrigert for systematiske avvik blir variasjonskoeffisienten noe mindre i begge undersøkelsene. Det må igjen påpekes at det svenske arbeidet er basert

på hele bestand.

Andre undersøkelser synes ikke å være interessante for sammenlikning med resultatene oppnådd i det foreliggende arbeidet. Undersøkelser som er gjennomført er ofte basert på flybilder i stor skala (ALDRED & SAYN-WITTEGENSTEIN 1972, TALTS 1977), omfatter treslag som ikke er aktuelle i Norge (WILLINGHAM 1957) eller behandler enkle funksjoner for diameter der kun én og én forklarende variabel inngår (KAHLEYSS & KLIER 1968, WOLFF 1964).

Spredningen av observasjonene som er representert i de svenske datamaterialene er trolig mindre enn i det foreliggende materialet, siden materialet i den foreliggende undersøkelsen er innsamlet på ulike lokaliteter i hele Sør-Norge. Dessuten er registreringene i flybilde i de svenske undersøkelsene foretatt etter at observatørene har hatt anledning til å gjøre seg kjent med de lokale skogforholdene i felt. Observatørene i det foreliggende materiale har ikke hatt lokalkjennskap.

Tatt i betraktning at nøyaktigheten øker ved å benytte bestand som registreringsenhet i stedet for flater, synes derfor forventet nøyaktighet i den foreliggende undersøkelsen å viser godt samsvar med oppnådd nøyaktighet i andre undersøkelser. Ved sammenlikning med de svenske arbeidene bør det imidlertid påpekes at disse bygger på meget få observasjoner.

Tabell 5.28. Oppnådd nøyaktighet i andre undersøkelser ved prediksjon av grunnflatemiddeldiameter

Kilde	Antall observasjoner	Gjennomsnittlig avvik prosent	RMSE	CV
				centi- meter
LANTMÄTERIVERKET 1983	21	14,3	4,63	22,27
MOBERG & SUNDSTRÖM 1981 ¹	29	2,3	2,85	12,97
MOBERG & SUNDSTRÖM 1981 ²	6	2,1	3,08	12,84
MOBERG & SUNDSTRÖM 1981 ³	14	0,5	3,00	14,53

1) Omfatter samtlige observasjoner i materialet.

2) Omfatter observasjoner der gran utgjør mer enn 70 prosent av volumet.

3) Omfatter observasjoner der furu utgjør mer enn 70 prosent av volumet.

Fellesfunksjoner for flere treslag er iflg. LOETSCH & HALLER (1964) mest hensiktsmessig å anvende i tilfeller der flere treslag vanskelig lar seg skille ved flybildetolking. BJELKASEN (1975) hevder dessuten at det er mest hensiktsmessig å anvende treslagsspesifikke funksjoner i områder der de fleste bestandene bare har ett treslag.

Riktig valg av funksjon ved prediksjon i et gitt tilfelle er imidlertid avhengig av at treslagsfordelingen registrert ved flybildetolking samsvarer med den faktiske treslagsfordelingen. Materialet i denne undersøkelsen tyder på at samsvaret i mange tilfeller er dårlig når rutinene for tolking av treslagsfordeling i flybilde ikke tillater bruk av referanseflater eller at observatørene skaffer seg lokalkjennskap, jf. diskusjonen i kapittel 5.2. Den oppnådde nøyaktigheten ved prediksjon med de treslagsvise funksjonene har derfor liten praktisk interesse så lenge observasjonene som inngår i testingen er utvalgt på grunnlag av treslagsfordelingen registrert i felt.

For å få et mer realistisk bilde av hvilken nøyaktighet som kan forventes ved prediksjon med treslagsvise funksjoner, er det nødvendig å predikere grunnflatemiddeldiameter ved å la den bildetolkete treslagsfordelingen for hver observasjon avgjøre hvilken funksjon som skal anvendes. Kriteriet for at en prediksjonsmetode basert på treslagsvise funksjoner skal gi større nøyaktighet enn prediksjon med fellesfunksjonene, er at tapet i nøyaktighet ved bruk av feil funksjon som følge av feiltolket treslagsfordeling er mindre enn det tapet i nøyaktighet som inntreffer ved at fellesfunksjonene anvendes for observasjoner der de treslagsvise funksjonene ville gitt større nøyaktighet.

Tabell 5.29 og 5.30 viser resultatene fra en samlet testing av fellesfunksjonene og de treslagsvise funksjonene der valg av funksjon for den enkelte observasjon er avgjort av flybildetolkete treslagsfordeling. Kriteriene for valg av funksjon samsvarer med kriteriene benyttet i kapittel 5.2, jf. tabell 5.8. Dvs. at dersom den flybildetolkete andelen av gran for en gitt observasjon er 70 prosent eller større anvendes granfunksjonene. Dersom derimot andelen av furu er 70 prosent eller større anvendes furufunksjonene. I alle andre tilfeller anvendes fellesfunksjonene.

I tabell 5.29 er avvik mellom gjennomsnittlige predikerte og observerte verdier for grunnflatemiddeldiameter som ikke er signifikante, satt i parentes. Tabellen viser at de systematiske avvikene er av samme størrelsesorden som påvist ovenfor.

Tabell 5.29. Resultater fra samlet testing av fellesfunksjoner og gran- og furufunksjoner for grunnflatemiddeldiameter. Flybildetolket treslagsfordeling. 846 flater

Observatør	Gjennomsnittlig	Gjennomsnittlig	
	predikert verdi	centimeter	prosent
<i>Funksjoner med kronediameter:</i>			
Observatør nr. 1	17,68	-0,42	-2,3
Observatør nr. 2	18,82	0,74	4,1
Observatør nr. 3	18,85	0,45	2,5
<i>Funksjoner uten kronediameter:</i>			
Observatør nr. 1	18,70	0,60	3,3
Observatør nr. 2	18,06	(-0,04)	(-0,2)
Observatør nr. 3	17,87	-0,23	-1,3

Tabell 5.30 viser oppnådd nøyaktighet for den enkelte observasjon beregnet for hver observatør. Ved å sammenlikne resultatene i tabell 5.30 med resultatene fra testingen av fellesfunksjonene vist i tabell 5.23, ser en at den oppnådde nøyaktigheten ved prediksjon med funksjonene der kronediameter inngår er størst i tilfellet der fellesfunksjonene anvendes for alle observatørene. Ved å benytte funksjonene uten kronediameter er situasjonen omvendt. Forskjellene er imidlertid små.

Disse resultatene antyder at det ikke kan forventes større nøyaktighet ved prediksjon av grunnflatemiddeldiameter enn den nøyaktigheten som oppnås ved anvendelse av fellesfunksjonene. Dette er i hvert fall tilfellet så lenge treslagstolkningen i flybilde utføres uten at observatørene har lokalkjennskap eller tilgang til referanseflater. Ved lokalkjennskap og anvendelse av referanseflater vil nøyaktigheten trolig kunne bedres ved bruk av treslagsspesifikke funksjoner.

I kapittel 5.1 ble det påvist at nøyaktigheten av de flybildemålte variablene høyde, kronedekning og kronediameter samsvarer med nøyaktigheten oppnådd i andre undersøkelser. De testene som er utført ovenfor for å finne forventet nøyaktighet ved prediksjon bør derfor gi et realistisk bilde av hvilken nøyaktighet som kan forventes også for andre observatører.

Tabell 5.30. Oppnådd nøyaktighet ved samlet testing av fellesfunksjoner og gran- og furufunksjoner for grunnflatemiddeldiameter. Flybildetolket treslagsfordeling. 846 flater

Observatør	RMSE	CV	RSQ
<i>centimeter</i>			
<i>Funksjoner med kronediameter:</i>			
Observatør nr. 1	3,20	17,67	0,513
Observatør nr. 2	3,14	17,37	0,563
Observatør nr. 3	3,24	17,90	0,527
<i>Funksjoner uten kronediameter:</i>			
Observatør nr. 1	3,32	18,43	0,502
Observatør nr. 2	3,07	16,96	0,545
Observatør nr. 3	3,20	17,72	0,514

En sammenlikning av felles-, gran- og furufunksjonenes forløp viser at for observasjonene i det foreliggende materiale blir de predikerte verdiene for grunnflatemiddeldiameter i de fleste tilfellene større med furufunksjonene enn med granfunksjonene. Fellesfunksjonene ligger mellom de treslagsspesifikke funksjonene, men nærmest granfunksjonene. Dette er naturlig siden andelen av observasjoner der gran dominerer er større enn andelen der furu dominerer i materialet benyttet i regresjonsestimeringen.

Ved anvendelse av fellesfunksjonene til prediksjonsformål er det viktig å være klar over at materialet benyttet i regresjonsestimeringen har en overvekt av observasjoner der gran er det dominerende treslaget. Det er også viktig å ta i betraktning at fellesfunksjonene vanligvis underestimerer grunnflatemiddeldiameter i furuskog og overestimerer i granskog.

Årsakene til at furufunksjonene gir størst predikerte verdier for gitte verdier av de forklarende variablene er ikke undersøkt. Det er imidlertid mulig at reinte biologiske forhold har betydning. Gran er et mer skyggetålende treslag enn furu. Det innebærer at det kan være en større andel mindre trær i granskog enn i furuskog. Dette gir en mindre gjennomsnittlig diameter (grunnflatemiddeldiameter) i granskog enn furuskog for gitte verdier av de forklarende variablene.

I regresjonsestimeringen er grunnflateveid middelhøyde registrert i felt benyttet som uttrykk for høyden. I liknende undersøkelser er det vanlig å benytte trehøyde målt i flybilde. Formålet med denne undersøkelsen er imidlertid å komme fram til funksjoner som kan

benyttes i en prediksjonsmodell der det forutsettes at markmålte data egnet til korreksjon av systematiske feil ikke er tilgjengelige. Det er derfor viktig at funksjonene er estimert med variabler som har minst mulig systematiske feil.

Det bør imidlertid tilføyes at når estimerte funksjoner skal benyttes til prediksjonsformål, kan det i enkelte tilfeller være en fordel å benytte flybildemålt høyde i estimeringen til tross for den systematiske feilen. I f.eks. tett granskog der det er vanskelig å observere skogbunnen i flybilde, er det vanlig at høyden underestimeres. I den grad dette er et alment fenomen, kan det være en fordel at denne systematiske feilen inngår i de estimerte funksjonene. Dette fenomenet er imidlertid ikke analysert i denne undersøkelsen.

Ved å benytte markmålte verdier for høyde er også den tilfeldige feilen redusert. Som vist i kapittel 4.1, medfører dette at parameterestimatet til forklaringsvariabelen høyde får en annen verdi enn ved å benytte en forklaringsvariabel med større tilfeldig feil. Forsøk på å estimere regresjonsfunksjoner basert på flybildemålt høyde som uttrykk for trehøyden, viser at verdien av parameterestimatet til variabelen høyde reduseres sammenliknet med funksjonene basert på markmålt høyde. I de utvalgte funksjonene vil derfor høyden ha større betydning enn i funksjoner estimert med høyde målt i flybilde.

Riktig nok kan funksjoner estimert på grunnlag av data med tilfeldige feil gi forventningsrette estimater ved prediksjon dersom dataene som blir benyttet til prediksjon stammer fra den samme fordelingen som dataene brukt i selve regresjonestimeringen (SMITH 1986). Det vil imidlertid ikke være tilfellet ved anvendelse av funksjonene estimert i den foreliggende undersøkelsen. Det er derfor viktig at også den tilfeldige feilen er minst mulig.

I denne undersøkelsen er ikke betydningen av flybildenes kvalitet og stereoinstrumenttype for de oppnådde resultatene vurdert. Med utgangspunkt i andre undersøkelser er det imidlertid ikke grunn til å forvente at de oppnådde resultatene avviker vesentlig fra hva som vanligvis oppnås ved bruk av andre instrumenter samt flybilder i form av diapositiver i stedet for papirkopier (TOMTER 1988).

De estimerte regresjonsfunksjonenes tilpasning i ulike geografiske områder er heller ikke undersøkt. Siden materialet er innsamlet på ulike lokaliteter på Sørlandet, Østlandet og i Trøndelag, er det rimelig å forvente at funksjonene gir tilfredsstillende tilpasning i disse områdene. Det er heller ikke usannsynlig at funk-

sjonene kan anvendes i andre distrikter enn dette, men at det i større grad vil kreve korreksjon for systematiske feil (TOMTER 1988).

5.4 Funksjoner for grunnflatesum

Valg av forklarende variabler

I metoden for skogsinventering med flybildeteknikk beregner LANMATERIVERKET (1984) grunnflatesum på grunnlag av informasjon om høyde og kronedekning, mens AXELSSON & MOLLER (1962) har forsøkt å estimere volumtetthet som funksjon av variablene høyde og kronediameter registrert i flybilde. Volumtetthet er sterkt korrelert med grunnflatesum.

Det er dessuten rimelig å anta at grunnflatesum er korrelert med både bonitet og treslag. I det følgende baseres derfor regresjonsestimeringen av grunnflatesum på følgende uavhengige variabler:

- bonitet
- høyde
- kronedekning
- kronediameter
- treslag

Estimeringsresultater

For grunnflatesum er det estimert fellesfunksjoner for gran, furu og barblandingsskog og separate funksjoner for gran og furu slik det ble gjort for grunnflatemiddeldiameter. Dessuten er det estimert regresjonsfunksjoner både med og uten variabelen kronediameter.

Det er benyttet ulike modeller i regresjonsestimeringen. Som tilfellet var for grunnflatemiddeldiameter, ga funksjonene basert på det fullstendige annengradspolynom best tilpasning og minst spredning. Nedenfor dokumenteres derfor bare resultatene fra estimeringen basert på annengradspolynom.

I estimeringen av felles-, gran- og furufunksjonene basert på de fire grunnvariablene bonitet, grunnflateveid middelhøyde, kronedekning og kronediameter, er de beste funksjonene valgt ut først og

fremst ved hjelp av C_p -verdi.

I estimeringen av fellesfunksjonen har den utvalgte regresjonen kun fire parametre, og C_p -verdien er 26,90. I denne regresjonen er de forklarende variablene grunnflateveid middelhøyde, produktet av bonitet og kronedekning og produktet av grunnflateveid middelhøyde og kronedekning. Denne regresjonen er valgt som fellesfunksjon for grunnflatesum til tross for at den høye C_p -verdien indikerer systematiske feil i funksjonen.

Den utvalgte regresjonen for gran har fem parametre, og i dette tilfellet er C_p -verdien 12,60. De fire forklaringsvariablene er grunnflateveid middelhøyde, kronedekning, produktet av bonitet og grunnflateveid middelhøyde og produktet av bonitet og kronedekning.

I estimeringen av furufunksjonen oppnås tilfredsstillende tilfeldig og systematisk feil med bare to uavhengige variabler i regresjonen. Disse variablene er bonitet og produktet av grunnflateveid middelhøyde og kronedekning. I dette tilfellet er C_p -verdien -0,18. Denne regresjonen er valgt som furufunksjon.

Parameterestimaten samt de øvrige statistiske egenskapene til de utvalgte gran-, furu- og fellesfunksjonene er vist i tabell 5.31. Funksjonene er dessuten samlet i vedlegg 2.

Som det går fram av tabellen, inngår ikke kronediameter blant forklaringsvariablene i noen av de utvalgte funksjonene. Det innebærer at det ikke er nødvendig å estimere spesielle funksjoner for grunnflatesum der variabelen kronediameter er utelatt.

Residualstudier av funksjonene vist i tabell 5.31 indikerer at det er heteroskedastisitet i både fellesfunksjonen og i de treslags-spesifikke funksjonene, dvs. at variansen i funksjonene øker med økende verdi av den avhengige variabelen. Detaljerte beregninger av variansen viser at de variasjonene som forekommer er noe større enn påvist for de estimerte regresjonsfunksjonene for grunnflatemiddeldiameter, jf. figur 5.5.

Ved hjelp av residualene er dessuten funksjonenes tilpasning til ulike deler av materialet undersøkt, jf. figur 5.7. Figuren viser avviket mellom gjennomsnittlige predikerte og observerte verdier av grunnflatesum som andel av observerte verdier for de forskjellige regresjonsfunksjonene. I figuren er materialet sortert i åtte like store grupper etter de predikerte verdiene.

Tabell 5.31. Resultater fra estimering av grunnflatesum basert på annengradspolynomet. Første måleserie. Standardavvik i parentes

	Felles- funksjon	Gran- funksjon	Furu- funksjon
β_0	4,71977 (0,62482)	-6,60470 (1,36262)	5,12530 (0,53960)
β_B			4,30428 (1,46691)
β_{h_L}	0,25583 (0,05878)	1,35224 (0,15770)	
β_{s_k}		0,12801 (0,03256)	
$\beta_{B \cdot h_L}$		-0,58629 (0,21531)	
$\beta_{B \cdot s_k}$	0,06430 (0,01377)	0,17666 (0,05565)	
$\beta_{h_L \cdot s_k}$	0,01232 (0,00076)		0,01521 (0,00068)
Antall flater	846	450	275
RSQ	0,737	0,667	0,707
RMSE ¹	4,37	4,85	3,37
CV	20,06	19,35	20,17
C_p	26,90	12,60	-0,18

B = bonitet, h_L = grunnflateveid middelhøyde, s_k = kronedekning, d_k = kronediameter

1) RMSE er målt i m^2/ha .

Som det framgår av figur 5.7, er tilpasningen i felles- og furufunksjonen dårligst for små verdier av grunnflatesum. For denne gruppen observasjoner er det systematiske avviket ca. 4-7 prosent. Årsakene til den systematiske feilen er ikke undersøkt, men for å redusere dette avviket må andre funksjonsformer enn de som er benyttet i det foreliggende arbeidet vurderes.

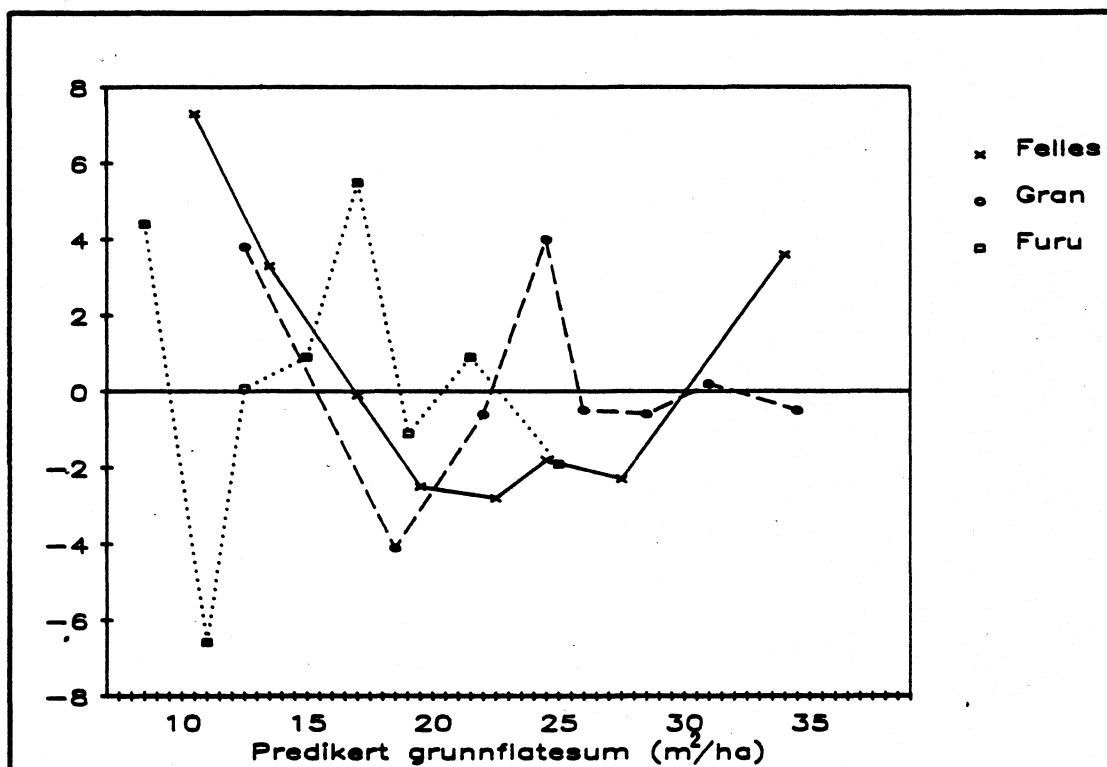
I de øvrige klassene er derimot de systematiske avvikene mindre, og i de klassene som representerer hovedtyngden av materialet er avviket stort sett mindre enn tre prosent.

På bakgrunn av figuren er det heller ikke mulig å påvise

generelle fellestrekk i de enkelte funksjonenes tilpasning til ulike deler av materialet.

For grunnflatemiddeldiameter ble det påvist at det må forventes en over- og underestimering ved prediksjon av henholdsvis små og store verdier av den avhengige variabelen. Det samme er tilfellet ved prediksjon av grunnflatesum.

Figur 5.7. Avvik mellom gjennomsnittet av predikerte og observerte verdier av grunnflatesum som andel av observerte verdier i funksjoner basert på annengradspolynomet. Første måleserie. Prosent



Testing av utvalgte funksjoner

Som tilfellet var for de estimerte funksjonene for grunnflatemiddeldiameter, gir heller ikke den oppnådde nøyaktigheten i de estimerte funksjonene for grunnflatesum uttrykk for hvilken nøyaktighet som kan forventes ved prediksjon. Funksjonene er derfor testet ved å anvende dem på hver av de tre observatørens observasjonsserier slik det ble gjort for grunnflatemiddeldiameter. De samme observasjonene er benyttet i henholdsvis regresjonsestimeringen og i testingen.

Tabell 5.32 og 5.33 viser resultatene fra testingen av både gran-, furu- og fellesfunksjonen. Tabell 5.32 viser gjennomsnittlig predikert verdi for den enkelte observatør samt avviket mellom gjennomsnittlig predikert og observert verdi.

Som det framgår av tabell 5.32, er avvikene relativt store for alle observatørene, og for observatør nr. 1 er avvikene større enn 10 prosent i alle funksjonene. Alle avvikene i tabellen er signifikant forskjellig fra null.

Disse resultatene viser hvilke individuelle systematiske avvik som må forventes når registreringsrutinene for flybildetolking ikke omfatter noen form for markkontroll.

Tabell 5.32. Resultater fra testing av funksjoner for grunnflatesum

Observatør	Antall observasjoner	Gjennomsnittlig predikert verdi	Gjennomsnittlig avvik	
			m ² /ha	prosent
<i>Fellesfunksjon:</i>				
Observatør nr. 1	846	18,77	-2,95	-13,6
Observatør nr. 2	846	23,06	1,34	6,2
Observatør nr. 3	846	23,48	1,76	8,1
<i>Granfunksjon:</i>				
Observatør nr. 1	450	22,07	-2,88	-11,5
Observatør nr. 2	450	26,28	1,33	5,3
Observatør nr. 3	450	26,61	1,66	6,6
<i>Furufunksjon:</i>				
Observatør nr. 1	275	14,24	-2,46	-14,7
Observatør nr. 2	275	17,74	1,04	6,2
Observatør nr. 3	275	18,21	1,51	9,0

Tabell 5.33 viser oppnådd nøyaktighet for den enkelte observasjon beregnet for hver observatør. Nøyaktigheten er uttrykt ved standardavviket (RMSE), variasjonskoeffisienten (CV) og kvadratet av korrelasjonskoeffisienten (RSQ). Uttrykkene for nøyaktighet i tabell 5.33 er ikke korrigert for de systematiske feilene vist i tabell 5.32.

Tabell 5.33 viser at oppnådd nøyaktighet for den enkelte observasjon er noe redusert i forhold til nøyaktigheten i de estimerte funksjonene. I de estimerte funksjonene er CV henholdsvis 20,06, 19,35 og 20,17, jf. tabell 5.31, mens CV oppnådd ved testingen ligger i intervallet 22,7-26,8.

En ser dessuten at den oppnådde nøyaktigheten for grunnflatesum er mindre enn hva som ble oppnådd for grunnflatemiddeldiameter. Ved testing av funksjonene for grunnflatemiddeldiameter lå CV i intervallet 16,0-18,9.

Tabell 5.33. Oppnådd nøyaktighet ved testing av funksjoner for grunnflatesum

Observatør	Antall observasjoner	RMSE	CV	RSQ
		m ² /ha		
<i>Fellesfunksjon:</i>				
Observatør nr. 1	846	5,81	26,78	0,652
Observatør nr. 2	846	5,20	23,94	0,661
Observatør nr. 3	846	5,48	25,23	0,638
<i>Granfunksjon:</i>				
Observatør nr. 1	450	6,26	25,08	0,552
Observatør nr. 2	450	5,67	22,74	0,570
Observatør nr. 3	450	5,84	23,41	0,557
<i>Furufunksjon:</i>				
Observatør nr. 1	275	4,42	26,48	0,651
Observatør nr. 2	275	3,79	22,68	0,661
Observatør nr. 3	275	4,25	25,46	0,600

Nøyaktigheten ved prediksjon av grunnflatesum er også undersøkt av MOBERG & SUNDSTROM (1981), jf. tabell 5.34. I tabellen er avviket mellom gjennomsnittlig predikert og observert verdi, standardavviket (RMSE) og variasjonskoeffisienten (CV) beregnet på grunnlag av data publisert i rapporten. Standardavviket og variasjonskoeffisienten er beregnet uten korreksjon for systematiske feil.

Resultatene vist i den første linjen i tabellen er oppnådd ved en prediksjon der både gran og furu inngår. I dette tilfellet var CV 17,51 i den svenske undersøkelsen. TALTS (1977) oppnådde en variasjonskoeffisient på ca. 16, men i dette tilfellet var tolkingen i flybilde basert på fargebilder i målestokk 1:8 000. I det foreliggende arbeidet ligger CV i intervallet 23,94-26,78, avhengig av observatør. Som det framgår av tabell 5.32, er imidlertid de systematiske avvikene relativt stor i den foreliggende undersøkelsen. Dersom det korrigeres for den systematiske feilen, ligger CV i intervallet 22,78-23,48, mens CV i arbeidet til MOBERG & SUNDSTROM (1981) blir 16,89.

De to siste linjene i tabell 5.34 viser resultatene for de delene av materialet til MOBERG & SUNDSTRÖM (1981) som kan sammenliknes med henholdsvis gran- og furufunksjonen i det foreliggende arbeidet. I den svenske undersøkelsen var CV 7,30 og 20,16 i henholdsvis gran- og furumaterialet mot 22,74-25,08 og 22,68-26,48 i den foreliggende. Dersom det korrigeres for systematiske avvik blir CV henholdsvis 6,14 og 20,10 i den svenske undersøkelsen mot 21,92-22,51 og 21,60-23,48 i den foreliggende.

Den oppnådde nøyaktigheten er størst i den svenske undersøkelsen, men nøyaktigheten for to av funksjonene er likevel av samme størrelseorden som i det foreliggende arbeidet. I granfunksjonen er derimot forskjellene i oppnådd nøyaktighet stor. Materialet i det svenske arbeidet omfatter imidlertid svært få observasjoner.

Som omtalt i forbindelse med funksjonene for grunnflatemiddeldiameter, er den svenske undersøkelsen basert på registreringer på bestandsnivå. Det øker nøyaktigheten sammenliknet med registreringer knyttet til flater.

Spredningen i det svenske datamaterialet er mindre enn i materialet benyttet i det foreliggende arbeidet, og dessuten er registreringene i flybilde i den svenske undersøkelsen foretatt etter at observatørene har hatt anledning til å gjøre seg kjent med skogforholdene i felt. Det er derfor vanskelig å vurdere den oppnådde nøyaktigheten i det foreliggende arbeidet på bakgrunn av sammenlikning med andre resultater.

Tabell 5.34. Oppnådd nøyaktighet i andre undersøkelser ved prediksjon av grunnflatesum

Kilde	Antall observasjoner	Gjennomsnittlig		RMSE	CV
		avvik	prosent		
MOBERG & SUNDSTRÖM 1981 ¹	29	6,2		3,69	17,51
MOBERG & SUNDSTRÖM 1981 ²	5	-3,6		2,05	7,30
MOBERG & SUNDSTRÖM 1981 ³	15	6,6		3,70	20,16

1) Omfatter samtlige observasjoner i materialet.

2) Omfatter observasjoner der gran utgjør mer enn 70 prosent av volumet.

3) Omfatter observasjoner der furu utgjør mer enn 70 prosent av volumet.

Riktig valg av funksjon ved prediksjon i et gitt tilfelle er avhengig av at treslagsfordelingen registrert ved flybildetolking samsvarer med den faktiske treslagsfordelingen. For å få et mer realistisk bilde av hvilken nøyaktighet som kan forventes ved prediksjon med treslagsvise funksjoner, er også grunnflatesum predikert ved å la den bildetolkete treslagsfordelingen for hver observasjon avgjøre hvilken funksjon som skal anvendes, jf. tabell 5.35 og 5.36. Kriteriene for valg av funksjon samsvarer med kriteriene benyttet for grunnflate-middeldiameter, jf. tabell 5.8.

Som det framgår av tabell 5.35, er avvikene mellom gjennomsnittlige predikerte og observerte verdier for grunnflatesum noe mindre enn det som ble oppnådd for fellesfunksjonen, jf. tabell 5.32. Alle avvikene er imidlertid signifikant forskjellig fra null.

Tabell 5.35. Resultater fra samlet testing av fellesfunksjon og gran- og furufunksjon for grunnflatesum. Flybildetolket treslagsfordeling. 846 flater

Observatør	Gjennomsnittlig predikert verdi	Gjennomsnittlig avvik	
		m ² /ha	prosent
Observatør nr. 1	18,99	-2,73	-12,6
Observatør nr. 2	22,74	1,03	4,7
Observatør nr. 3	23,22	1,51	7,0

Tabell 5.36. Oppnådd nøyaktighet ved samlet testing av fellesfunksjon og gran- og furufunksjon for grunnflatesum. Flybildetolket treslagsfordeling. 846 flater

Observatør	RMSE	CV	RSQ
	m ² /ha		
Observatør nr. 1	5,58	25,68	0,670
Observatør nr. 2	4,97	22,88	0,679
Observatør nr. 3	5,19	23,92	0,663

Tabell 5.36 viser oppnådd nøyaktighet for den enkelte observasjon beregnet for hver observatør. Ved å sammenlikne resultatene i tabell 5.36 med resultatene fra testingen av fellesfunksjonen vist i tabell 5.33, ser en at nøyaktigheten er forbedret ved å anvende alle

funksjonene samlet. Dette er også tilfellet etter at det er korrigert for systematiske feil. Forskjellene er imidlertid relativt små.

En sammenlikning av felles-, gran- og furufunksjonens forløp viser at for observasjonene i det foreliggende materiale blir de predikerte verdiene for grunnflatesum i de fleste tilfellene større med granfunksjonen enn med furufunksjonen. Fellesfunksjonen ligger mellom de treslagsspesifikke funksjonene. Det betyr at fellesfunksjonen underestimerer grunnflatesum i granskog og overestimerer i furuskog.

5.5 Funksjoner for høydeklasse

Valg av forklarende variabler

Ved valg av forklarende variabler i estimeringen av funksjoner for høydeklasse har en ikke hatt tidligere undersøkelser å bygge på. Det er imidlertid rimelig å forvente at for en gitt høyde vil det være positiv korrelasjon mellom høydeklasse og henholdsvis bonitet og tetthet, og negativ korrelasjon mellom høydeklasse og kronediameter.

Siden beregningen av høydeklasse vanligvis gjøres treslagsvis, må funksjonene for høydeklasse estimeres som treslagsspesifikke funksjoner. Som i den øvrige regresjonsestimeringen i denne undersøkelsen vil derfor estimeringen av funksjoner for høydeklasse bli basert på følgende uavhengige variabler:

- bonitet
- høyde
- kronedekning
- kronediameter
- treslag

Estimeringsresultater

Under regresjonsestimeringen av høydeklasse er det estimert separate funksjoner for gran og furu. Siden høydeklassebegrepet refererer seg til spesifikke treslag, har det ingen hensikt å estimere fellesfunksjoner der høydeklasse for både gran og furu inngår. Derimot er det estimert funksjoner både med og uten variabelen kronediameter.

Det er benyttet ulike modeller i estimeringen. Som tilfellet var for grunnflatemiddeldiameter og grunnflatesum, ga funksjonene basert på det fullstendige annengradspolynommet best tilpasning og minst spredning. Nedenfor dokumenteres derfor bare resultatene fra estimeringen basert på annengradspolynommet. De beste funksjonene er valgt ut først og fremst ved hjelp av C_p -verdi.

I estimeringen av granfunksjonen der variabelen kronediameter inngår har regresjonen valgt ut som den beste seks parametre. De forklarende variablene er bonitet, kronedekning, kvadratet av bonitet, kvadratet av grunnflateveid middelhøyde og produktet av kronedekning og kronediameter. C_p -verdien er 8,49.

Beste regresjon for furu der variabelen kronediameter inngår i estimeringen, har seks parametre, og C_p -verdien er 6,86. De fem forklaringsvariablene er bonitet, kronediameter, kvadratet av grunnflateveid middelhøyde, kvadratet av kronedekning og produktet av grunnflateveid middelhøyde og kronedekning.

Parameterestimaten samt de øvrige statistiske egenskapene til de utvalgte gran- og furufunksjonene der variabelen kronediameter inngår, er vist i tabell 5.37.

De beste funksjonene, vurdert etter C_p -verdi, der variabelen kronediameter ikke inngår, er vist i tabell 5.38. De beste funksjonene ble funnet ved å vurdere C_p -verdien beregnet ut fra det fullstendige annengradspolynommet basert på variablene bonitet, grunnflateveid middelhøyde og kronedekning. For gran består den beste regresjonen med tilfredsstillende systematisk feil av forklaringsvariablene bonitet, kvadratet av grunnflateveid middelhøyde, kvadratet av kronedekning og produktet av bonitet og kronedekning.

Beste regresjon for furu der alle parameterestimaten er signifikante, består av forklaringsvariablene bonitet, kvadratet av grunnflateveid middelhøyde, kvadratet av kronedekning, produktet av bonitet og kronedekning og produktet av grunnflateveid middelhøyde og kronedekning.

Parameterestimaten til de utvalgte funksjonene er vist i tabell 5.38. Tabellen viser at disse funksjonenes tilpasning til materialet er noe svakere enn når kronediameter inngår, jf. tabell 5.37.

Tabell 5.37. Resultater fra estimering av høydeklasse basert på annen-gradspolynommet. Funksjoner med kronediameter. Første måleserie. Standardavvik i parentes

	Gran- funksjon	Furu- funksjon
β_0	0,53790 (0,03365)	0,82040 (0,02644)
β_B	0,64885 (0,15371)	0,13156 (0,03392)
β_{s_k}	0,00637 (0,00044)	
β_{d_k}		-0,04660 (0,00738)
β_{B^2}	-0,42994 (0,14736)	
$\beta_{h_L^2}$	0,00116 (0,00004)	0,00171 (0,00014)
$\beta_{s_k^2}$		0,000064 (0,000008)
$\beta_{h_L \cdot s_k}$		-0,00029 (0,00006)
$\beta_{s_k \cdot d_k}$	-0,00089 (0,00013)	
Antall flater	450	275
RSQ	0,852	0,761
RMSE	0,093	0,072
CV	7,14	7,16
C_p	8,49	6,86

B = bonitet, h_L = grunnflateveid middelhøyde, s_k = kronedekning,
 d_k = kronediameter

C_p -verdiene i tabell 5.38 er regnet ut i forhold til de fullstendige annengradspolynomene der også kronediameter inngår. C_p -verdiene er derfor direkte sammenliknbare med C_p -verdiene i tabell 5.37. Som det framgår av tabellene, øker C_p -verdiene kraftig når variabelen kronediameter utelates fra funksjonene.

De utvalgte funksjonene med og uten kronediameter er samlet i vedlegg 3.

Tabell 5.38. Resultater fra estimering av høydeklasse basert på annengradspolynomet. Funksjoner uten kronediameter. Første måleserie. Standardavvik i parentes

	Gran- funksjon	Furu- funksjon
β_0	0,65052 (0,02527)	0,64022 (0,02018)
β_B	0,51705 (0,09119)	0,41313 (0,11346)
$\beta_{h_L^2}$	0,00101 (0,00004)	0,00137 (0,00015)
$\beta_{s_k^2}$	0,000056 (0,000006)	0,000077 (0,000009)
$\beta_{B \cdot s_k}$	-0,00490 (0,00142)	-0,00443 (0,00200)
$\beta_{h_L \cdot s_k}$		-0,00025 (0,00007)
Antall flater	450	275
RSQ	0,839	0,731
RMSE	0,097	0,076
CV	7,44	7,60
C_p	45,63	>30,00

B = bonitet, h_L = grunnflateveid middelhøyde, s_k = kronedekning,
 d_k = kronediameter

Residualstudier av funksjonene i tabell 5.37 og 5.38 indikerer at det er heteroskedastisitet i funksjonene for både gran og furu. Detaljerte beregninger av variansen viser at de variasjonene som forekommer er noe mindre enn påvist for grunnflatemiddeldiameter, jf. figur 5.5.

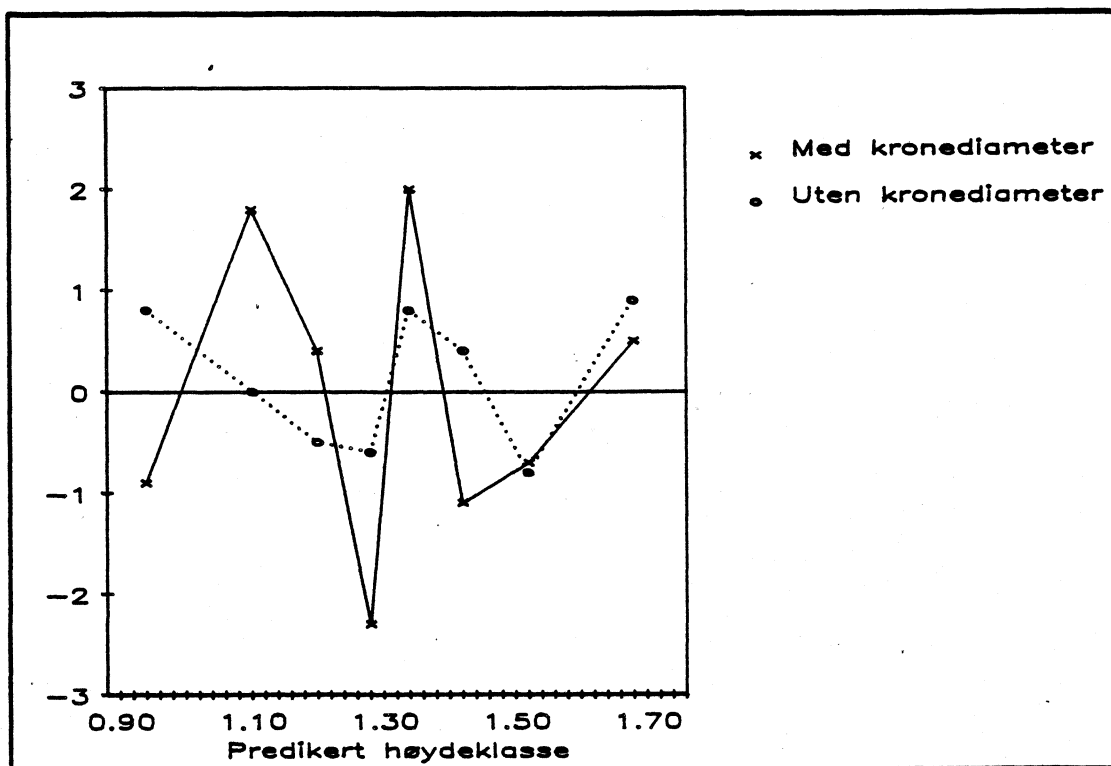
På samme måte som for grunnflatesum, er funksjonenes tilpassning til ulike deler av materialet undersøkt ved hjelp av residualene, jf. figur 5.8 og 5.9. Figurene viser avviket mellom gjennomsnittlige predikerte og observerte verdier av høydeklasse som andel av observerte verdier i de forskjellige funksjonene. I figurene er materialet sortert i åtte like store grupper etter de predikerte verdiene.

Funksjonene for gran er vist i figur 5.8 og funksjonene for furu i figur 5.9. Som det framgår av begge figurene, er de systemat-

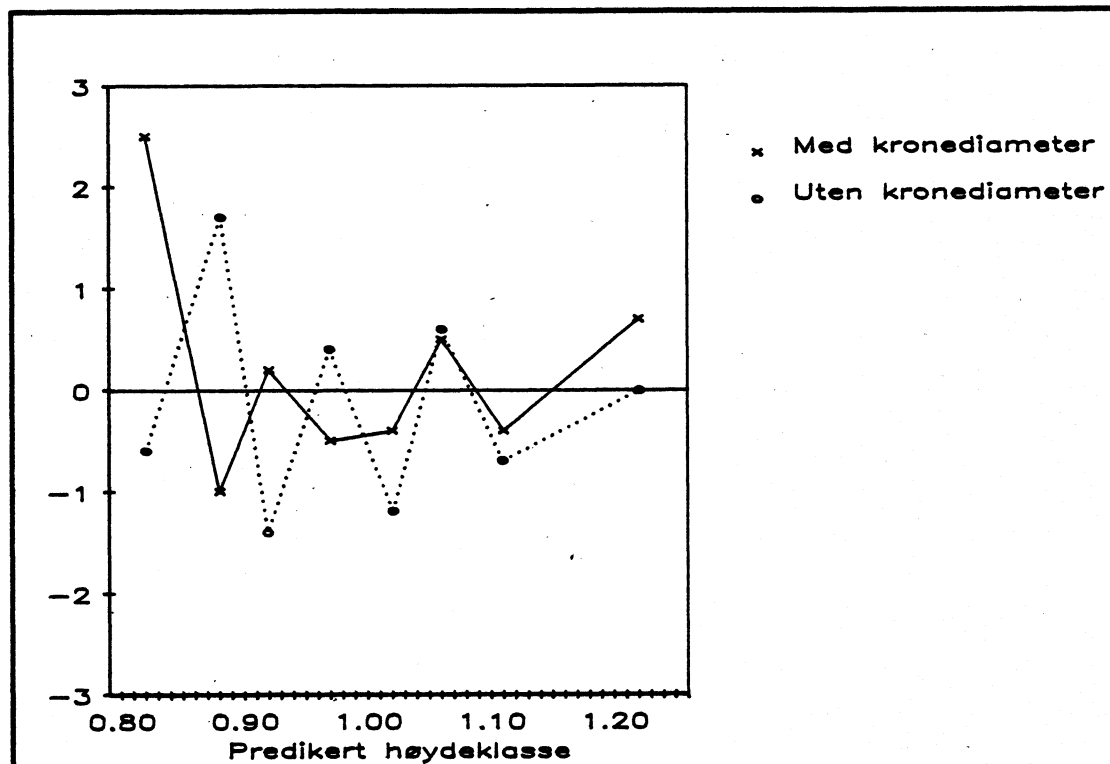
iske avvikene små i samtlige klasser for alle funksjonene. Det største avviket er 2,5 prosent av den observerte verdien. Ved hjelp av en t-test basert på parvise observasjoner er det testet om avvikene er signifikante. Resultatene viser at kun ett av avvikene er signifikant forskjellig fra null på fem prosent nivå. Funksjonenes tilpasning til de ulike delene av materialet er derfor god.

For grunnflatemiddeldiameter ble det påvist at det må forventes at små og store verdier henholdsvis over- og underestimeres ved prediksjon, jf. figur 5.6. Det samme er tilfellet ved prediksjon av høydeklasse, men de systematiske avvikene som må forventes ved små og store verdier er noe mindre enn tilfellet er for grunnflatemiddeldiameter.

Figur 5.8. Avvik mellom gjennomsnittet av predikerte og observerte verdier av høydeklasse som andel av observerte verdier i granfunksjonene basert på annengradspolynomet. Første måleserie. Prosent



Figur 5.9. Avvik mellom gjennomsnittet av predikerte og observerte verdier av høydeklasse som andel av observerte verdier i furufunksjonene basert på annengradspolynomet. Første måleserie. Prosent



Testing av utvalgte funksjoner

Den oppnådde nøyaktigheten i de estimerte regresjonsfunksjonene gir ikke uttrykk for hvilken nøyaktighet som kan forventes ved prediksjon. Funksjonene er derfor testet ved å anvende dem på hver av de tre observatørens observasjonsserier slik det ble gjort for grunnflatemiddeldiameter og grunnflatesum. De samme observasjonene er benyttet i henholdsvis regresjonestimeringen og testingen.

Tabell 5.39 og 5.40 viser resultatene fra testingen av grunnfunksjonene, mens resultatene fra testingen av furufunksjonene er vist i tabell 5.41 og 5.42.

Tabell 5.39 og 5.41 viser gjennomsnittlig predikert verdi for den enkelte observatør samt avviket mellom gjennomsnittlig predikert og observert verdi. Avvik som ikke er signifikant forskjellig fra null er satt i parentes. Som det framgår av tabellene, er det et signifikant systematisk avvik mellom predikerte og observerte verdier for de fleste observatørene. Avvikene er imidlertid små, og ingen av avvikene er større enn 3,2 prosent. Disse resultatene viser at funk-

sjonene har gitt relativt gode estimater for denne observatørgruppen.

Tabell 5.40 og 5.42 viser oppnådd nøyaktighet for den enkelte observasjon for hver observatør. Nøyaktigheten er uttrykt ved standardavviket (RMSE), variasjonskoeffisienten (CV) og kvadratet av korrelasjonskoeffisienten (RSQ). Uttrykkene for den oppnådde nøyaktigheten i tabell 5.40 og 5.42 er ikke korrigert for de systematiske feilene vist i tabell 5.39 og 5.41. Økningen i nøyaktighet etter korreksjon for de systematiske avvikene er imidlertid liten.

Tabell 5.40 og 5.42 viser at oppnådd nøyaktighet for den enkelte observasjon er noe redusert i forhold til i de estimerte funksjonene. I de estimerte funksjonene ligger CV i intervallet 7,1-7,6, mens CV oppnådd ved testingen ligger i intervallet 8,9-11,0. Den oppnådde nøyaktigheten er imidlertid stor i forhold til nøyaktigheten oppnådd for grunnflatemiddeldiameter og grunnflatesum.

En kan dessuten legge merke til at det bare er små avvik mellom oppnådd nøyaktighet i funksjonene henholdsvis med og uten variabelen kronediameter.

Tabell 5.39. Resultater fra testing av granfunksjoner for høydeklasse. 450 flater

Observatør	Gjennomsnittlig predikert verdi	Gjennomsnittlig avvik	prosent
<i>Funksjon med kronediameter:</i>			
Observatør nr. 1	1,310	(-0,004)	(-0,3)
Observatør nr. 2	1,290	-0,019	-1,5
Observatør nr. 3	1,299	(-0,011)	(-0,9)
<i>Funksjon uten kronediameter:</i>			
Observatør nr. 1	1,267	-0,042	-3,2
Observatør nr. 2	1,335	0,025	1,9
Observatør nr. 3	1,342	0,032	2,4

Tabell 5.40. Oppnådd nøyaktighet ved testing av granfunksjoner for høydeklasse. 450 flater

Observatør	RMSE	CV	RSQ
<i>Funksjon med kronediameter:</i>			
Observatør nr. 1	0,14	10,20	0,709
Observatør nr. 2	0,13	10,03	0,713
Observatør nr. 3	0,14	10,42	0,687
<i>Funksjon uten kronediameter:</i>			
Observatør nr. 1	0,14	11,03	0,679
Observatør nr. 2	0,13	10,19	0,714
Observatør nr. 3	0,14	10,50	0,703

Tabell 5.41. Resultater fra testing av furufunksjoner for høydeklasse. 275 flater

Observatør	Gjennomsnittlig predikert verdi	Gjennomsnittlig avvik	
		prosent	
<i>Funksjon med kronediameter:</i>			
Observatør nr. 1	1,028	0,022	2,2
Observatør nr. 2	1,006	(0,001)	(0,1)
Observatør nr. 3	1,021	0,015	1,5
<i>Funksjon uten kronediameter:</i>			
Observatør nr. 1	0,985	-0,020	-2,0
Observatør nr. 2	1,027	0,021	2,1
Observatør nr. 3	1,036	0,030	3,0

Tabell 5.42. Oppnådd nøyaktighet ved testing av furufunksjoner for høydeklasse. 275 flater

Observatør	RMSE	CV	RSQ
<i>Funksjon med kronediameter:</i>			
Observatør nr. 1	0,10	10,05	0,578
Observatør nr. 2	0,09	9,05	0,614
Observatør nr. 3	0,09	8,87	0,639
<i>Funksjon uten kronediameter:</i>			
Observatør nr. 1	0,10	10,22	0,544
Observatør nr. 2	0,09	9,23	0,619
Observatør nr. 3	0,09	9,27	0,637

Ved testingen av de treslagsvise funksjonene for høydeklasse er observasjonene som inngår i testingen valgt ut på grunnlag av treslagsfordelingen registrert i felt. Ved prediksjon vil derimot valg av funksjon for den enkelte observasjon være avhengig av treslagsfordelingen oppnådd ved flybildetolking. Dersom treslagsfordelingen er feiltolket kan dette bl.a. medføre at høydeklassen på en flate blir beregnet etter en annen treslagsspesifikk funksjon enn det den virkelige treslagsfordelingen tilsier.

Den utførte testingen av de treslagsvise funksjonene er dessuten basert på observasjoner der andelen av det aktuelle treslaget utgjør minst 75 prosent av volumet. Ofte vil en være interessert i et treslags høydeklasse også i typisk blandingsskog.

For å få et mer realistisk bilde av hvilken nøyaktighet som kan forventes ved prediksjon, er høydeklassen predikert for det enkelte treslag ved å la den bildetolkete treslagsfordelingen avgjøre hvilken funksjon som skal anvendes. Kriteriene for valg av funksjon samsvarer med kriteriene benyttet i kapittel 5.2, jf. tabell 5.8. Dvs. at granfunksjonene er testet med observasjoner som er klassifisert som blandingsskog og grandominert skog, mens furufunksjonene er testet med observasjoner som er klassifisert som blandingsskog og furudominert skog.

Tabell 5.43 og 5.44 viser resultatene fra testingen av granfunksjonene, mens resultatene fra testingen av furufunksjonene er vist i tabell 5.45 og 5.46.

I tabell 5.43 og 5.45 er avvik mellom gjennomsnittlige predikerte og observerte verdier for høydeklasse som ikke er signifikant forskjellig fra null satt i parentes. Som det framgår av tabellene, er halvparten av avvikene signifikante. De signifikante avvikene er imidlertid små og av samme størrelsesorden som oppnådd ved testingen ovenfor. Største avvik er på 3,9 prosent.

Den oppnådde nøyaktigheten er vist i tabell 5.44 og 5.46. I granfunksjonene er det et godt samsvar mellom den oppnådde nøyaktigheten uttrykt ved variasjonskoeffisienten (CV) i denne testingen og i testingen basert på observasjonene valgt ut på grunnlag av feltregistrert treslagsfordeling, jf. tabell 5.40. For furufunksjonene medfører en utvelgelse av observasjonene ved hjelp av flybildetolking en liten reduksjon i nøyaktigheten, jf. tabell 5.42.

Tabell 5.43. Resultater fra testing av granfunksjoner for høydeklasse for de flatene som ved flybildetolking er klassifisert i treslagsklasse 1 og 2¹

Observatør	Antall obser- vasjoner	Gjennom- snittlig pre- dikert verdi	Gjennom- snittlig avvik prosent	
Funksjon med kronediameter:				
Observatør nr. 1	622	1,262	(0,007)	(0,5)
Observatør nr. 2	501	1,264	(-0,006)	(-0,5)
Observatør nr. 3	513	1,275	(0,007)	(0,5)
Funksjon uten kronediameter:				
Observatør nr. 1	622	1,227	-0,028	-2,2
Observatør nr. 2	501	1,310	0,040	3,2
Observatør nr. 3	513	1,317	0,049	3,9

1) Se tabell 5.8.

Tabell 5.44. Oppnådd nøyaktighet ved testing av granfunksjoner for høydeklasse for de flatene som ved flybildetolking er klassifisert i treslagsklasse 1 og 2¹

Observatør	Antall observasjoner	RMSE	CV	RSQ
Funksjon med kronediameter:				
Observatør nr. 1	622	0,13	10,17	0,737
Observatør nr. 2	501	0,13	10,14	0,722
Observatør nr. 3	513	0,13	10,48	0,712
Funksjon uten kronediameter:				
Observatør nr. 1	622	0,14	10,77	0,710
Observatør nr. 2	501	0,14	10,83	0,716
Observatør nr. 3	513	0,14	11,03	0,722

1) Se tabell 5.8.

Tabell 5.45. Resultater fra testing av furufunksjoner for høydeklasse for de flatene som ved flybildetolkning er klassifisert i treslagsklasse 2 og 3¹

Observatør	Antall obser- vasjoner	Gjennom- snittlig pre- dikert verdi	Gjennom- snittlig avvik	
			prosent	
<i>Funksjon med kronediameter:</i>				
Observatør nr. 1	313	1,044	0,030	2,9
Observatør nr. 2	558	1,073	(-0,010)	(-0,9)
Observatør nr. 3	508	1,080	(0,006)	(0,5)
<i>Funksjon uten kronediameter:</i>				
Observatør nr. 1	313	1,000	-0,014	-1,4
Observatør nr. 2	558	1,087	(0,004)	(0,4)
Observatør nr. 3	508	1,090	0,016	1,5

1) Se tabell 5.8.

Tabell 5.46. Oppnådd nøyaktighet ved testing av furufunksjoner for høydeklasse for de flatene som ved flybildetolkning er klassifisert i treslagsklasse 2 og 3¹

Observatør	Antall observasjoner	RMSE	CV	RSQ
<i>Funksjon med kronediameter:</i>				
Observatør nr. 1	313	0,11	11,05	0,576
Observatør nr. 2	558	0,12	11,00	0,661
Observatør nr. 3	508	0,12	10,92	0,639
<i>Funksjon uten kronediameter:</i>				
Observatør nr. 1	313	0,11	11,03	0,536
Observatør nr. 2	558	0,12	10,99	0,659
Observatør nr. 3	508	0,12	10,87	0,648

1) Se tabell 5.8.

En sammenlikning av henholdsvis gran- og furufunksjonenes forløp viser at for observasjonene i det foreliggende materialet blir de predikerte verdiene for høydeklasse større med granfunksjonene enn med furufunksjonene. Ved anvendelse av furufunksjonene i ren granskog vil derfor høydeklassen bli underestimert, mens høydeklassen blir overestimert ved bruk av granfunksjonene i ren furuskog.

5.6 Funksjoner for totalalder

Valg av forklarende variabler

AXELSSON & MÖLLER (1962) har forsøkt å estimere alder som funksjon av høyde, kronedekning og kronediameter, mens WILLINGHAM (1957) har estimert alder som funksjon av høyde og kronedekning. Dessuten er sammenhengen mellom bonitet, alder og høyde godt dokumentert gjennom treslagsspesifikke bonitetsfunksjoner. Det er derfor rimelig å basere estimeringen av totalalder på følgende uavhengige variabler:

- bonitet
- høyde
- kronedekning
- kronediameter
- treslag

Estimeringsresultater

For totalalder er det estimert separate regresjonsfunksjoner for gran og furu, og fellesfunksjoner for gran, furu og barblandingsskog slik det ble gjort for grunnflatemiddeldiameter og grunnflatesum. Det er dessuten estimert funksjoner både med og uten variabelen kronediameter.

Ulike modeller er benyttet i estimeringen. Som i den øvrige regresjonsestimeringen i denne undersøkelsen, ga funksjonene basert på det fullstendige annengradspolynomet best tilpasning og minst spredning. Nedenfor dokumenteres derfor bare resultatene fra estimeringen basert på annengradspolynomet.

I estimeringen av felles-, gran- og furufunksjonene basert på de fire grunnvariablene bonitet, grunnflateveid middelhøyde, kronedekning og kronediameter, er de beste funksjonene valgt ut først og fremst ved hjelp av C_p -verdi.

I estimeringen av fellesfunksjonen der variabelen kronediameter inngår, har regresjonen valgt ut som den beste sju parametre. I denne regresjonen er de forklarende variablene bonitet, grunnflateveid middelhøyde, kronedekning, kvadratet av bonitet, kvadratet av

grunnflateveid middelhøyde og produktet av kronedekning og krone-diameter. C_p -verdien er 26,75.

Den utvalgte regresjonen for gran har fem parametre, og C_p -verdien er 31,66. Denne regresjonen er valgt som granfunksjon til tross for at C_p -verdien indikerer systematiske feil i regresjonen. Forklaringsvariablene er bonitet, kronediameter, kvadratet av kronedekning og kvadratet av kronediameter.

I estimeringen av furufunksjonen oppnås tilfredsstillende tilfeldig og systematisk feil med fire uavhengige variabler i regresjonen. Disse variablene er bonitet, kvadratet av kronedekning, produktet av bonitet og grunnflateveid middelhøyde og produktet av bonitet og kronediameter. I dette tilfellet er C_p -verdien 4,74. Denne regresjonen er valgt som furufunksjon.

Parameterestimaten samt de øvrige statistiske egenskapene til de utvalgte gran-, furu- og fellesfunksjonene der variabelen kronediameter inngår, er vist i tabell 5.47.

De utvalgte funksjonen der variabelen kronediameter ikke inngår er vist i tabell 5.48. De utvalgte funksjonene ble funnet ved først og fremst å vurdere C_p -verdi beregnet ut fra det fullstendige annengradspolynommet basert på variablene bonitet, grunnflateveid middelhøyde og kronedekning. I fellesfunksjonen består regresjonen med minst systematisk feil av forklaringsvariablene bonitet, grunnflateveid middelhøyde, kvadratet av kronedekning og produktet av bonitet og kronedekning.

Den utvalgte funksjonen for gran består av forklaringsvariablene kvadratet av kronedekning, produktet av bonitet og grunnflateveid middelhøyde og produktet av grunnflateveid middelhøyde og kronedekning. For furu består den utvalgte funksjonen av variablene bonitet, grunnflateveid middelhøyde, kvadratet av kronedekning og produktet av bonitet og grunnflateveid middelhøyde. Parameterestimaten til de utvalgte funksjonene er vist i tabell 5.48. Tabellen viser at disse funksjonenes tilpasning til materialet er noe svakere enn når variabelen kronediameter inngår, jf. tabell 5.47.

C_p -verdiene i tabell 5.48 er regnet ut i forhold til de fullstendige annengradspolynomene der også kronediameter inngår. C_p -verdiene er derfor direkte sammenliknbare med C_p -verdiene i tabell 5.47. Som det framgår av tabellene, øker C_p -verdiene når variabelen kronediameter utelates fra funksjonene.

De utvalgte funksjonene er samlet i vedlegg 4.

Tabell 5.47. Resultater fra estimering av totalalder basert på annen-gradspolynomet. Funksjoner med kronediameter. Første måleserie. Standardavvik i parentes

	Felles- funksjon	Gran- funksjon	Furu- funksjon
β_0	52,33097 (22,01328)	-165,68949 (44,66016)	160,25534 (8,74884)
β_B	-270,36367 (46,59228)	-46,70406 (10,82366)	-469,86251 (71,45866)
β_{h_L}	14,30527 (2,66321)		
β_{s_k}	-1,35171 (0,14592)		
β_{d_k}		157,49822 (24,58937)	
β_{B^2}	204,17999 (45,93757)		
$\beta_{h_L^2}$	-0,32935 (0,07548)		
$\beta_{s_k^2}$		-0,00386 (0,00109)	-0,00587 (0,00172)
$\beta_{d_k^2}$		-18,86223 (3,44211)	
$\beta_{B \cdot h_L}$			12,82777 (4,39650)
$\beta_{B \cdot d_k}$			40,44587 (17,30275)
$\beta_{s_k \cdot d_k}$	0,29080 (0,04508)		
Antall flater	318	174	90
RSQ	0,481	0,546	0,532
RMSE ¹	27,20	26,15	25,40
CV	26,11	24,68	24,91
C_p	26,75	31,66	4,74

B = bonitet, h_L = grunnflateveid middelhøyde, s_k = kronedekning,
 d_k = kronediameter

1) RMSE er målt i år.

Tabell 5.48. Resultater fra estimering av totalalder basert på annen-gradspolynommet. Funksjoner uten kronediameter. Første måleserie. Standardavvik i parentes

	Felles- funksjon	Gran- funksjon	Furu- funksjon
β_0	99,99027 (8,61007)	126,10350 (5,35111)	244,74124 (38,19801)
β_B	-182,18539 (28,61793)		-626,58761 (120,64893)
β_{h_L}	5,10600 (0,49270)		-5,42302 (2,60130)
$\beta_{s_k^2}$	-0,01392 (0,00205)	-0,01936 (0,00154)	-0,00752 (0,00144)
$\beta_{B \cdot h_L}$		-3,51886 (0,60485)	32,52823 (7,39327)
$\beta_{B \cdot s_k}$	1,87756 (0,46250)		
$\beta_{h_L \cdot s_k}$		0,08491 (0,00997)	
Antall flater	318	174	90
RSQ	0,410	0,490	0,526
RMSE ¹	28,90	27,62	25,56
CV	27,74	26,07	25,06
C_p	68,42	54,22	5,80

B = bonitet, h_L = grunnflateveid middelhøyde, s_k = kronedekning,
 d_k = kronediameter
 1) RMSE er målt i år.

Residualstudier av funksjonene vist i tabell 5.47 og 5.48 indikerer at det er heteroskedastisitet i alle funksjonene. Detaljerte beregninger av variansen viser at de variasjoner som forekommer er noe større enn påvist for de estimerte regresjonsfunksjonene for grunnflatemiddeldiameter, jf. figur 5.5.

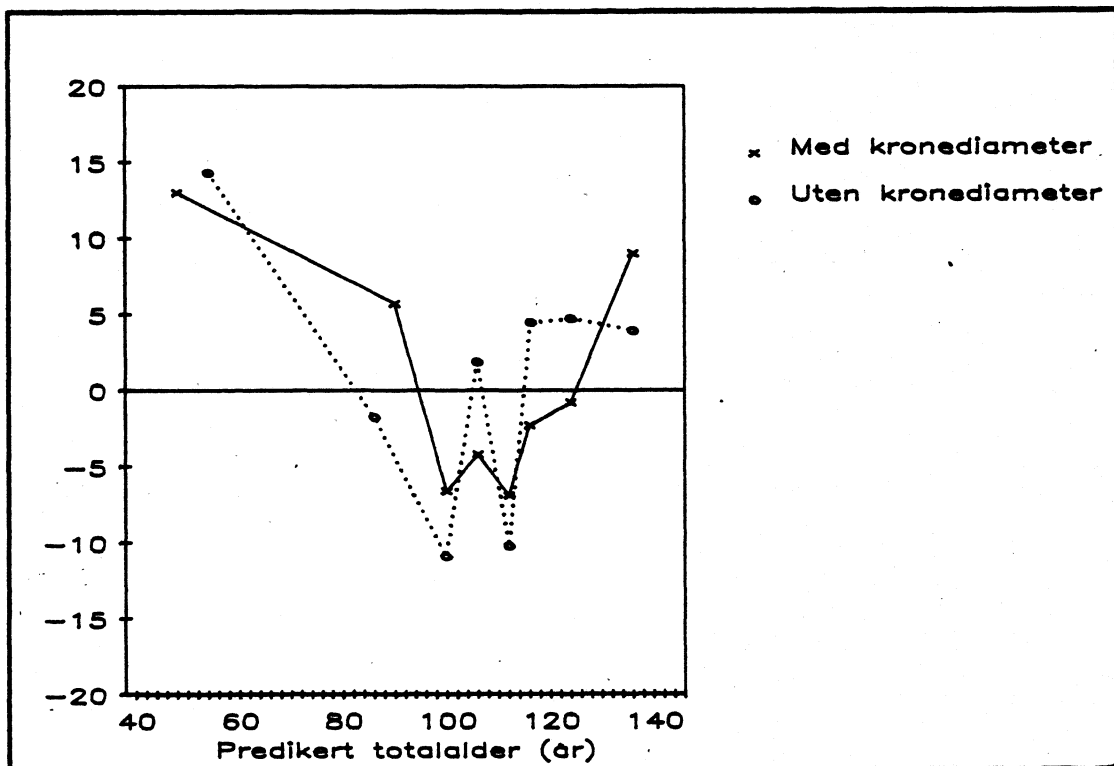
På samme måte som for grunnflatesum og høydeklasse, er funksjonenes tilpasning til ulike deler av materialet undersøkt ved hjelp av residualene, jf. figur 5.10, 5.11 og 5.12. Figurene viser avviket mellom gjennomsnittlige predikerte og observerte verdier av totalalder som andel av observerte verdier for de forskjellige regresjons-

funksjonene. I figurene er materialet sortert i åtte like store grupper etter de predikerte verdiene.

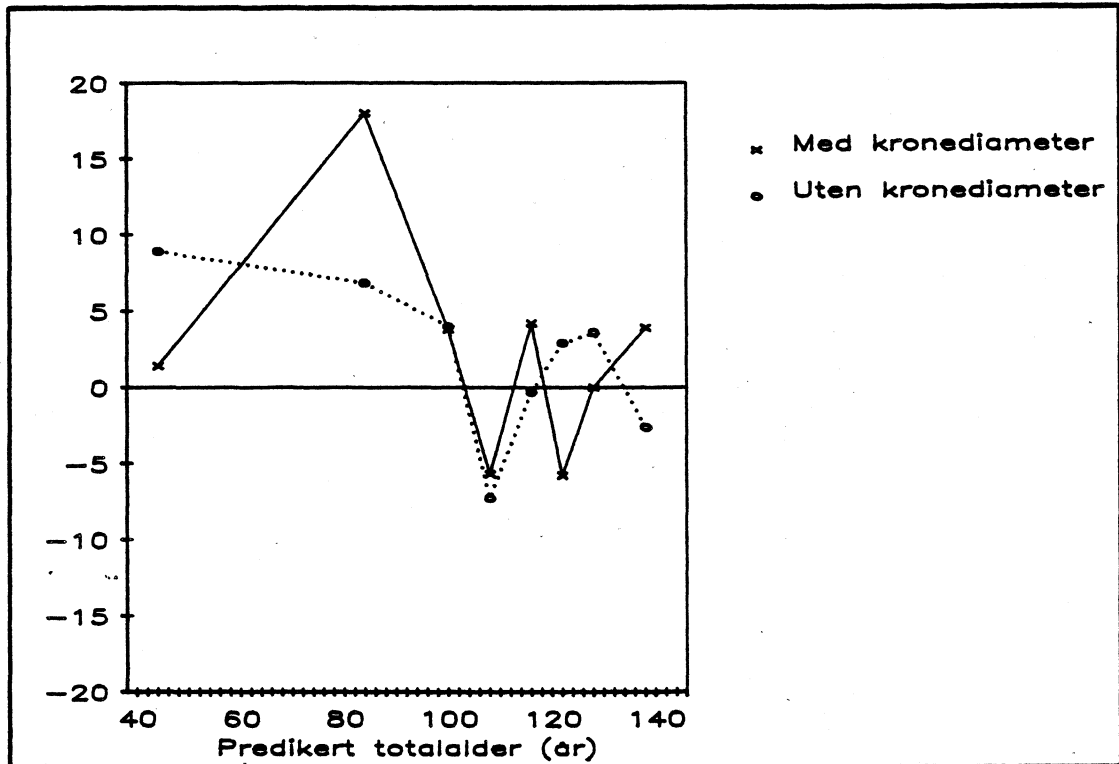
Fellesfunksjonene er vist i figur 5.10, mens funksjonene for henholdsvis gran og furu er vist i figur 5.11 og 5.12. Som det framgår av alle figurene, er de systematiske avvikene betydelige i de fleste gruppene av observasjoner, og funksjonenes tilpasning til materialet er derfor svak. I samtlige funksjoner er det et positivt avvik mellom gjennomsnittlige predikerte og observerte verdier av totalalderen i den yngste skogen. Det er derfor mulig at tilpasningen kan bedres noe ved å benytte andre funksjonsformer enn de som er vurdert i det foreliggende arbeidet.

For grunnflatemiddeldiameter ble det påvist at det må forventes at små og store verdier henholdsvis over- og underestimeres ved prediksjon, jf. figur 5.6. Det samme er tilfellet ved prediksjon av totalalder, men de systematiske avvikene som må forventes ved små og store verdier er større enn tilfellet er for grunnflatemiddeldiameter.

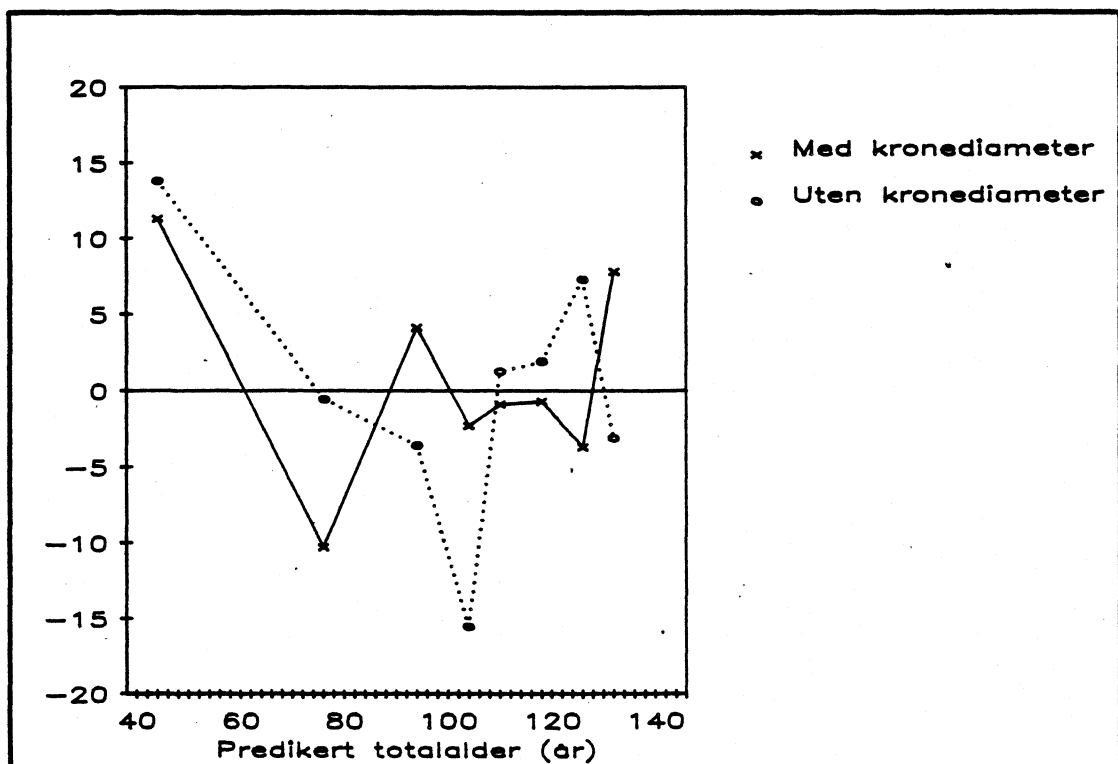
Figur 5.10. Avvik mellom gjennomsnittet av predikerte og observerte verdier av totalalder som andel av observerte verdier i fellesfunksjonene basert på annengradspolynomet. Første måleserie. Prosent



Figur 5.11. Avvik mellom gjennomsnittet av predikerte og observerte verdier av totalalder som andel av observerte verdier i granfunksjonene basert på annengradspolynomet. Første måleserie. Prosent



Figur 5.12. Avvik mellom gjennomsnittet av predikerte og observerte verdier av totalalder som andel av observerte verdier i furufunksjonene basert på annengradspolynomet. Første måleserie. Prosent



Testing av utvalgte funksjoner

Som tilfellet er for de øvrige regresjonsfunksjonene estimert i denne undersøkelsen, gir heller ikke den oppnådde nøyaktigheten i de estimerte funksjonene for totalalder uttrykk for hvilken nøyaktighet som kan forventes ved prediksjon. Funksjonene er derfor testet ved å anvende dem på hver av de tre observatørens observasjonsserier slik det er gjort ovenfor. De samme observasjonene er benyttet i henholdsvis regresjonesestimeringen og testingen.

Tabell 5.49 og 5.50 viser resultatene fra testingen av fellesfunksjonene, mens resultatene fra testingen av granfunksjonene er vist i tabell 5.51 og 5.52. Tabell 5.53 og 5.54 viser resultatene for furufunksjonene.

Tabell 5.49, 5.51 og 5.53 viser gjennomsnittlig predikert verdi for den enkelte observatør samt avviket mellom gjennomsnittlig predikert og observert verdi. Avvik som ikke er signifikant forskjellig fra null er satt i parentes. Som det framgår av tabellene, er det et signifikant systematisk avvik mellom predikerte og observerte verdier for de fleste observatørene i samtlige funksjoner unntatt funksjonene for furu, der største avvik er 5,6 prosent. I furufunksjonen der variabelen kronediameter inngår, er ingen av avvikene signifikante. I felles- og granfunksjonene utgjør det gjennomsnittlige avviket for den enkelte observatør 1,9-19,1 prosent av den observerte verdien.

Disse resultatene viser at det må forventes store individuelle forskjeller mellom ulike observatører når det gjelder de systematiske avvikene.

Tabell 5.50, 5.52 og 5.54 viser oppnådd nøyaktighet for den enkelte observasjon for hver observatør. Nøyaktigheten er uttrykt ved standardavviket (RMSE), variasjonskoeffisienten (CV) og kvadratet av korrelasjonskoeffisienten (RSQ). Uttrykkene for den oppnådde nøyaktigheten er ikke korrigert for de systematiske feilene vist i tabell 5.49, 5.51 og 5.53.

Tabell 5.50, 5.52 og 5.54 viser at oppnådd nøyaktighet er noe redusert i forhold til i de estimerte regresjonsfunksjonene. I de estimerte funksjonene ligger CV i intervallet 24,7-27,7, jf. tabell 5.47 og 5.48, mens CV oppnådd ved testingen ligger i intervallet 24,5-32,0. Den oppnådde nøyaktigheten er størst i furufunksjonene. Nøyaktigheten oppnådd for totalalder er imidlertid mindre enn nøyaktigheten

oppnådd i de øvrige funksjonene i denne undersøkelsen.

En kan dessuten legge merke til at det bare er små avvik mellom oppnådd nøyaktighet i funksjonene henholdsvis med og uten variabelen kronediameter.

Tabell 5.49. Resultater fra testing av fellesfunksjoner for totalalder. 318 flater

Observatør	Gjennomsnittlig predikert verdi	Gjennomsnittlig avvik	
		år	prosent
<i>Funksjoner med kronediameter:</i>			
Observatør nr. 1	96,55	-7,13	-6,9
Observatør nr. 2	110,73	7,05	6,8
Observatør nr. 3	107,26	3,58	3,4
<i>Funksjoner uten kronediameter:</i>			
Observatør nr. 1	109,34	5,66	5,5
Observatør nr. 2	99,90	-3,78	-3,6
Observatør nr. 3	98,15	-5,53	-5,3

Tabell 5.50. Oppnådd nøyaktighet ved testing av fellesfunksjoner for totalalder. 318 flater

Observatør	RMSE	CV	RSQ
<i>Funksjon med kronediameter:</i>			
Observatør nr. 1	29,17	28,14	0,454
Observatør nr. 2	28,48	27,47	0,466
Observatør nr. 3	28,77	27,75	0,439
<i>Funksjon uten kronediameter:</i>			
Observatør nr. 1	29,53	28,48	0,414
Observatør nr. 2	29,96	28,89	0,380
Observatør nr. 3	30,18	29,11	0,383

Tabell 5.51. Resultater fra testing av granfunksjoner for totalalder.
174 flater

Observatør	Gjennomsnittlig predikert verdi	Gjennomsnittlig avvik	
		år	prosent
<i>Funksjoner med kronediameter:</i>			
Observatør nr. 1	84,97	-20,08	-19,1
Observatør nr. 2	103,05	(-2,00)	(-1,9)
Observatør nr. 3	100,79	(-4,26)	(-4,1)
<i>Funksjoner uten kronediameter:</i>			
Observatør nr. 1	110,14	5,09	4,8
Observatør nr. 2	99,45	-5,60	-5,3
Observatør nr. 3	97,50	-7,56	-7,2

Tabell 5.52. Oppnådd nøyaktighet ved testing av granfunksjoner for
totalalder. 174 flater

Observatør	RMSE	CV	RSQ
<i>Funksjon med kronediameter:</i>			
Observatør nr. 1	33,57	31,96	0,558
Observatør nr. 2	30,40	28,94	0,381
Observatør nr. 3	31,64	30,12	0,355
<i>Funksjon uten kronediameter:</i>			
Observatør nr. 1	28,43	27,06	0,473
Observatør nr. 2	28,85	27,46	0,468
Observatør nr. 3	29,28	27,87	0,472

Tabell 5.53. Resultater fra testing av furufunksjoner for totalalder.
90 flater

Observatør	Gjennomsnittlig predikert verdi	Gjennomsnittlig avvik	
		år	prosent
<i>Funksjoner med kronediameter:</i>			
Observatør nr. 1	98,42	-3,56	-3,5
Observatør nr. 2	103,25	(1,27)	(1,2)
Observatør nr. 3	101,82	(-0,16)	(-0,2)
<i>Funksjoner uten kronediameter:</i>			
Observatør nr. 1	107,74	5,76	5,6
Observatør nr. 2	96,31	-5,67	-5,6
Observatør nr. 3	97,75	(-4,23)	(-4,1)

Tabell 5.54. Oppnådd nøyaktighet ved testing av furufunksjoner for totalalder. 90 flater

Observatør	RMSE	CV	RSQ
	år		
<i>Funksjon med kronediameter:</i>			
Observatør nr. 1	25,82	25,32	0,519
Observatør nr. 2	25,01	24,52	0,521
Observatør nr. 3	26,54	26,03	0,472
<i>Funksjon uten kronediameter:</i>			
Observatør nr. 1	26,56	26,05	0,505
Observatør nr. 2	27,01	26,49	0,472
Observatør nr. 3	27,53	26,99	0,458

Riktig valg av funksjon ved prediksjon i et gitt tilfelle er avhengig av at treslagsfordelingen registrert ved flybildetolking samsvarer med den faktiske treslagsfordelingen. For å få et mer realistisk bilde av hvilken nøyaktighet som kan forventes ved prediksjon med treslagsvise funksjoner, er også totalalder predikert ved å la den bildetolkete treslagsfordelingen for hver observasjon avgjøre hvilken funksjon som skal anvendes, jf. tabell 5.55 og 5.56. Kriteriene for valg av funksjon samsvarer med kriteriene benyttet for grunnflate-middeldiameter, jf. tabell 5.8.

I tabell 5.55 er avvik mellom gjennomsnittlige predikerte og observerte verdier for totalalder som ikke er signifikant forskjellig fra null, satt i parentes. Tabellen viser at i det tilfellet kronediameter ikke inngår, er de systematiske avvikene av samme størrelsesorden som oppnådd for fellesfunksjonene, jf. tabell 5.49. Med kronediameter i funksjonene er avvikene for observatør nr. 2 og 3 ikke signifikante, mens avviket for observatør nr. 1 er 11,9 prosent av gjennomsnittlig observert verdi.

Tabell 5.56 viser oppnådd nøyaktighet for den enkelte observasjon beregnet for hver observatør. Ved å sammenlikne resultatene i tabell 5.56 med resultatene fra testingen av fellesfunksjonene vist i tabell 5.50, ser en at den oppnådde nøyaktigheten er noe redusert ved å anvende alle funksjonene samlet. Dette er også tilfellet etter at det er korrigert for systematiske feil.

Tabell 5.55. Resultater fra samlet testing av fellesfunksjoner og gran- og furufunksjoner for totalalder. Flybildetolket treslagsfordeling. 318 flater

Observatør	Gjennomsnittlig	Gjennomsnittlig	
	predikert verdi	avvik	
	år	prosent	
<i>Funksjoner med kronediameter:</i>			
Observatør nr. 1	91,38	-12,30	-11,9
Observatør nr. 2	104,26	(0,58)	(0,6)
Observatør nr. 3	102,71	(-0,97)	(-0,9)
<i>Funksjoner uten kronediameter:</i>			
Observatør nr. 1	110,79	7,11	6,9
Observatør nr. 2	98,41	-5,27	-5,1
Observatør nr. 3	96,32	-7,36	-7,1

Tabell 5.56. Oppnådd nøyaktighet ved samlet testing av fellesfunksjoner og gran- og furufunksjoner for totalalder. Flybildetolket treslagsfordeling. 318 flater

Observatør	RMSE	CV	RSQ
	år		
<i>Funksjoner med kronediameter:</i>			
Observatør nr. 1	32,23	31,09	0,442
Observatør nr. 2	30,90	29,80	0,352
Observatør nr. 3	30,08	29,01	0,376
<i>Funksjoner uten kronediameter:</i>			
Observatør nr. 1	30,02	28,96	0,402
Observatør nr. 2	33,53	32,34	0,327
Observatør nr. 3	30,95	29,85	0,395

Nøyaktigheten ved prediksjon av totalalder er også undersøkt av MOBERG & SUNDSTRØM (1981), jf. tabell 5.57. I tabellen er avviket mellom gjennomsnittlig predikert og observert verdi, standardavviket (RMSE) og variasjonskoeffisienten (CV) beregnet på grunnlag av data publisert i rapporten. Standardavviket og variasjonskoeffisienten er beregnet uten korreksjon for systematiske feil.

Resultatene i tabellen kan sammenliknes med den utførte prediksjonen med fellesfunksjonene i den foreliggende undersøkelsen, jf. tabell 5.49 og 5.50. I den svenske undersøkelsen er oppnådd nøyaktighet uttrykt ved CV 18,91, mens i det foreliggende arbeidet ligger CV i intervallet 27,75-28,14 i fellesfunksjonen der variabelen krone-

diameter inngår. Korrigert for systematiske avvik er CV ca. 18,5 i det svenske arbeidet mot ca. 27,0 i det foreliggende.

Tabell 5.57. Oppnådd nøyaktighet i andre undersøkelser ved prediksjon av aldersklasser¹

Kilde	Antall observasjoner	Gjennomsnittlig avvik prosent	RMSE år	CV
MOBERG & SUNDSTRÖM 1981	29	-3,8	18,85	18,91

1) Aldersklassene er i tabellen regnet om til år.

Som tidligere omtalt, er den svenske undersøkelsen basert på registreringer på bestandsnivå. Det øker nøyaktigheten sammenliknet med registreringer knyttet til flater.

Det svenske datamaterialet omfatter få observasjoner, og spredningen i materialet er mindre enn i materialet benyttet i det foreliggende arbeidet. Dessuten er registreringene i flybilde i den svenske undersøkelsen foretatt etter at observatørene har hatt anledning til å gjøre seg kjent med skogforholdene i felt. Det er derfor vanskelig å vurdere den oppnådde nøyaktigheten i det foreliggende arbeidet på bakgrunn av sammenlikninger med andre resultater. Likevel bør det understrekes at avviket mellom oppnådd nøyaktighet for predikert totalalder i henholdsvis den foreliggende og andre undersøkelser er større enn tilfellet var ved prediksjon av grunnflate-middeldiameter og grunnflatesum.

Antall observasjoner som inngår i estimeringen av de enkelte funksjonene for totalalder i det foreliggende arbeidet er imidlertid lite. Estimeringen av fellesfunksjonene er basert på 318 observasjoner, mens gran- og furufunksjonene er basert på henholdsvis 174 og 90 observasjoner.

Som påpekt i kapittel 3.2, er dessuten registreringen av alder på hver flate kun utført på boniteringstreet. Det kan av den grunn være knyttet betydelige målefeil til feltregistreringen av alder i materialet, og det hadde derfor vært ønskelig med flere målinger av alder pr. flate. Ut fra de resultatene regresjonsestimering og prediksjon har gitt, er det grunn til å anta at de anvendte dataene for totalalder ikke er egnet til estimeringsformål.

6. KONKLUSJON

Ved verdsetting av skog basert på informasjon fra Økonomisk kartverk og flybilder vil en anvendbar modell for verdiberegninger forutsette kjennskap til bl.a. grunnflateveid middelhøyde, grunnflate-middeldiameter, grunnflatesum, høydeklasse, totalalder og treslagsfordeling.

Grunnflateveid middelhøyde beskrives godt av flybildemålt høyde. I den foreliggende undersøkelsen har målingene til tre av de seks observatørene som har utført registreringene i flybilde, gitt systematiske avvik. For gjennomsnittet av alle observatørene er derimot den midlere bildemålte høyden ikke signifikant forskjellig fra grunnflateveid middelhøyde.

Ved prediksjon vil det imidlertid være knyttet en betydelig usikkerhet til høydemålingene. Det skyldes den tilfeldige feilen målingene er beheftet med samt systematiske feil. De systematiske feilene er for en stor del knyttet til den enkelte observatør. Dvs. at feilene er personavhengige. Den tilfeldige feilen varierer også fra observatør til observatør. Resultatene viser at standardavviket til differansen mellom bildemålt og markmålt høyde kan forventes å være 2,0-2,8 meter.

Variabelen kronedekning er registrert i flybilde på to forskjellige måter. I det ene tilfellet ble ingen hjelpemidler benyttet, mens i det andre tilfellet ble en sammenlikningsmal anvendt. Resultatene tyder på at de to metodene har gitt like stor nøyaktighet etter korreksjon for systematiske feil. Bruk av sammenlikningsmalen har imidlertid gitt mer lik kalibrering av observatørens målinger.

Variablene grunnflatemiddeldiameter, grunnflatesum, høydeklasse og totalalder kan ikke registreres direkte på Økonomisk kartverk eller i flybilde, men de er korrelert med de registrerbare variablene bonitet, høyde, kronedekning og kronediameter. De er derfor estimert som funksjoner av de registrerbare variablene.

Variabelen kronediameter blir vanligvis ikke registrert ved ressursregistrering basert på flybilder. Det er derfor også estimert funksjoner der denne variabelen ikke inngår. Resultatene viser at forventet nøyaktighet i disse funksjonene avviker lite fra det som kan forventes i funksjonene der kronediameter inngår.

De funksjonssammenhengene som eksisterer vil variere med skogforholdene, dvs. bl.a. treslag og geografisk område. De estimerte

funksjonene er basert på materiale innsamlet på ulike lokaliteter på Sørlandet, Østlandet og i Trøndelag, og det er rimelig å forvente at de gir tilfredsstillende tilpasning i disse områdene.

For alle de avhengige variablene, unntatt høydeklasse, er det estimert fellesfunksjoner for gran, furu og barblandingsskog, og separate funksjoner for gran og furu. For høydeklasse er det bare estimert separate funksjoner for gran og furu. Dersom de treslags-spesifikke funksjonene skal anvendes framfor de generelle fellesfunksjonene, forutsetter det at resultatene av tolkingen av treslagsfordelingen i flybilde viser rimelig samsvar med den faktiske treslagsfordelingen.

Treslagsklassifisering basert på de tre klassene grandominert skog, furudominert skog og blandingsskog viser til dels store avvik mellom klassifisering i flybilde og felt. I klassene dominert av ett treslag er andelen riktig klassifisert ved registereringene i flybilde 60-95 prosent, mens den tilsvarende andelen i blandingsskog bare er 29-36 prosent. I samtlige klasser er det dessuten betydelige systematiske avvik.

I denne undersøkelsen har ikke observatørene hatt kjennskap til de lokale skogforholdene før tolkingen i flybilde er utført. Det vil trolig kunne oppnås bedre klassifiseringsresultater ved å gjennomføre en markbefaring før tolkingen i flybilde utføres.

De oppnådde resultatene av treslagstolkingen i denne undersøkelsen gir imidlertid et realistisk bilde av hvilken nøyaktighet som kan forventes når tolkingen i flybilde skal knyttes til et opplegg for punktsampling som i arealregnskapet. Den flybildetolkete treslagsfordelingen er derfor brukt som kriterium for valg av funksjon for den enkelte observasjon i et forsøk på å anvende de estimerte funksjonene. For både grunnflatemiddeldiameter, grunnflatesum og totalalder blir den oppnådde nøyaktigheten like god ved å anvende de estimerte fellesfunksjonene som å anvende spesialfunksjonene for gran og furu. Det har derfor ingen hensikt å bruke de treslagsspesifikke funksjonene så lenge den oppnådde nøyaktigheten i treslagsklassifiseringen ikke bedres.

Høydeklassebegrepet refererer seg derimot til spesifikke treslag, og funksjonene for høydeklasse er kun estimert som treslagsspesifikke funksjoner. Ved anvendelse av disse funksjonene er det derfor nødvendig å benytte treslagsklassifiseringen som kriterium ved valg av funksjon for den enkelte observasjon.

Forsøk på å anvende de ulike funksjonene til prediksjon viser at det er store variasjoner i usikkerhet fra funksjon til funksjon. Usikkerheten skyldes delvis den tilfeldige feilen i funksjonene, men systematiske feil som er knyttet til den enkelte observatør har også betydning. For observatørene i denne undersøkelsen har prediksjon av grunnflatemiddeldiameter gitt et systematisk avvik på opptil fem prosent, og et standardavvik korrigeret for systematiske feil på ca. 17-18 prosent.

Ved prediksjon av grunnflatesum er usikkerheten større. De personavhengige avvikene kan føre til systematiske feil i predikerte verdier på inntil 10-15 prosent, og tilfeldige feil etter korreksjon for systematiske avvik på 22-24 prosent.

Høydeklassen kan forventes å bli bestemt med god nøyaktighet. I denne undersøkelsen har de oppnådde resultatene en systematisk feil på mindre enn tre prosent, mens standardavviket er på ca. 10-12 prosent.

De estimerte funksjonene for totalalder gir derimot dårligere resultater. Det må forventes systematiske avvik på opptil 10-12 prosent og en tilfeldig feil uten korreksjon for systematiske avvik på 30-35 prosent. Dataene som er benyttet i estimeringen av funksjonene for totalalder er imidlertid av dårlig kvalitet, og det er ikke urimelig å forvente at en re-estimering av funksjonene med data av god kvalitet vil kunne gi et betydelig lavere standardavvik.

Materialet benyttet i undersøkelsen viser god spredning på ulike skogtyper. Ved praktisk prediksjon vil ofte materialet være mer ensartet, og det kan bidra til økt nøyaktighet. I denne undersøkelsen er dessuten den enkelte observasjon representert ved en flate. Det er rimelig å forvente at nøyaktigheten også vil kunne øke ved å benytte bestand som registreringsenhet.

De til dels store systematiske avvikene som er påvist for observatørene i det foreliggende materialet, indikerer imidlertid at en eller annen form for kalibrering av målingene er nødvendig ved prediksjon.

LITTERATUR

- Aldred, A. H. & Sayn-Wittgenstein, L. (1972): Tree diameters and volumes from large-scale aerial photographs. Forest management institute. Information report FMR-X-40. Canadian forestry service, Department of fisheries and forestry, Ottawa
- Andreassen, K. (1988): Modell for bruttoprisberegning av skogbestand. Melding nr. 45. Institutt for skogtaksasjon, Norges landbruks- høgskole, Ås-NLH
- Axelsson, H. & Möller, S. G. (1962): Studier av möjligheten att bestämma några skogliga faktorer med hjälp av mätning i flygbilder. Norrlands Skogvårdsförbunds Tidskrift, 4:381-446
- Berezin, A. M. & Trunov, I. A. (1966): Interpretation of the main stand valuation factors based upon estimation and measurements from aerial photographs. Teorija i praktika desifrirovanija aerosnimkov:150-155. (Sitert etter NIELSEN 1971)
- Birch, M. W. (1964): A note on the maximum likelihood estimation of a linear structural relationship. Journal of the American Statistical Association, 59:1175-1178
- Bjelkåsen, T. (1975): Flybildevolumtabeller for barskog på Sørlandet, Østlandet og i Trøndelag. Institutt for skogtaksasjon, Norges landbrukshøgskole, Ås-NLH
- Braastad, H. (1975): Produksjonstabeller og tilvekstmodeller for gran. Meddelelser fra Norsk institutt for skogforskning, 31:357-537, Ås
- Braastad, H. (1980): Tilvekstmodellprogram for furu. Meddelelser fra Norsk institutt for skogforskning, 35:265-359, Ås-NLH
- Brantseg, A. (1967): Furu sønnafjells. Kubering av stående skog. Funksjoner og tabeller. Meddelelser fra Det norske Skogforsøksvesen, XXII:695-739, Ås
- Daniel, C. & Wood, F. S. (1980): Fitting equations to data. John Wiley & Sons, New York
- Dhrymes, P. J. (1978): Introductory econometrics. Springer-Verlag, New York
- Dolby, J. L. (1963): A quick method for choosing a transformation. Technometrics, 5:317-325
- Draper, N. R. & Smith, H. (1981): Applied regression analysis. John Wiley & Sons, New York
- Engebretsen, Ø. (1986): Punktsampling som grunnlag for regional areal- budsjettering. Rapport 86/8. Statistisk Sentralbyrå, Oslo
- Ericson, O. (1984): Beståndsinventering med flygbild. Redogørelse nr. 8. Forskningsstiftelsen Skogsarbeten

- Fitje, A. & Vestjordet, E. (1977): Bestandshøydekurver og nye høydeklasser for gran. Meddelelser fra Norsk institutt for skogforskning, 34.2, Ås
- Galaaen, R. (1986): Driftsplanlegging I. Tetthet i skogbestand målt på flybilde. Norsk Skogbruk, 4:25-26, Oslo
- Goldberger, A. S. (1968): On the interpretation on estimation of Cobb-Douglas functions. *Econometrica*, 35:464-472
- Hobbelstad, K. (1982): Økonomiske beregninger. Stensil. Norges Skog-eierforbund, Oslo
- Institutt for skogøkonomi (1984): Tabeller for vurdering av trær på rot. Stensil. Institutt for skogøkonomi, Norges landbrukshøgskole, Ås-NLH
- Jakobsons, A. (1970): Sambandet mellom träd Kronans diameter och andra trädfaktorer, främst brösthöjdsdiametern. Rapporter och uppsatser nr. 14. Institutionen för skogstaxering, Skogshögskolan, Stockholm
- Jordregisterinstituttet (1980): Markslagsklassifikasjon i økonomisk kartverk, Ås
- Judge, G. G., Griffiths, W. E., Hill, C. R., Lütkepohl, H. & Lee, T. C. (1985): The theory and practice of econometrics. John Wiley & Sons, New York
- Kahleyss, D. & Klier, G. (1968): Untersuchungen zur Ermittlung holzmesskundlicher Daten aus Luftbildern bei der Holzart Fichte. *Arch. für Forstwesen*. Bd. 17(4):369-380
- Kristoffersen, I. & Næset, E. (1985): Ressursregnskap for skog 1970 - 1981. Rapport 85/30. Statistisk Sentralbyrå, Oslo
- Lantmäteriverket (1983): Skogsvärdering med flygbildsteknik. Ett praktiskfall från Hammar-Komsta, Ånge kommun, Västernorrlands län. IMV-rapport 1983:4, Gävle
- Lantmäteriverket (1984): Skogsvärdering med flygbildsteknik. Ett försök inom Bonäs-Våmhus omarrondering i Mora kommun, Kopparbergs län. IMV-rapport 1984:12, Gävle
- Loetsch, F. & Haller, E. (1964): Forest inventory. Vol. I. Statistics of forest inventory and information from aerial photographs. Bayerische Landwirtschaftsverlag GmbH, München
- Malinvaud, E. (1970): Statistical methods of econometrics. North-Holland publishing company, Amsterdam
- Moberg, J. & Sundström, T. (1981): Studier av noggrannheten vid Lantmäteriverkets metod för skoguppskattning i flygbild. Examenarbete. Institutionen för biometri och skogsindelning, Sveriges lantbruksuniversitet, Umeå

- Nielsen, U. (1971): Tree and stand measurements from aerial photographs: An annotated bibliography. Forest management institute. Information report FMR-X-29. Canadian forestry service, Department of fisheries and forestry, Ottawa
- Norges Skogeierforbund & Norges Bondelag (1982): Vurdering av skog ved ekspropriasjon. Landbruksforlaget, Oslo
- Næsset, E. (1987): Kostnadsklasser for skog basert på registrering på kart og flybilder. Tolking av treslag i flybilde. Interne notater nr. 87/32. Statistisk Sentralbyrå, Oslo
- Pope, R. B. (1960): Ocular estimation of crown density on aerial photos. Forestry Chronical, 36(1):89-90
- Scheistrøen, T. R. (1984): Metoder for registrering av kostnadsdata som skal benyttes i langsiktige avvirkningsberegninger. Upublisert notat. Institutt for skogtaksasjon, Ås-NLH
- Schweder, T. & Spjøtvoll, E. (1982): Plots of P-values to evaluate many tests simultaneously. Biometrika, 69, 3:493-502
- Sirling, E. & Spjøtvoll, E. (1984): Regresjonsanalyse med et stort antall variable. Rapport 84/14. Statistisk Sentralbyrå, Oslo
- Skogbrukets Arbeidsgiverforening, Direktoratet for statens skoger, Landsorganisasjonen i Norge & Norsk Skog- og Landarbeiderforbund (1985): Overenskomst mellom Skogbrukets Arbeidsgiverforening og Direktoratet for statens skoger på den ene side og Landsorganisasjonen i Norge og Norsk Skog- og Landarbeiderforbund på den annen side. Lønnsatser - del B, Oslo
- Smith, J. L. (1986): Evaluation of the effects of photo measurement errors on predictions of stand volume from aerial photography. Photogramm. Engng. 52:401-410
- Snedecor, G. W. & Cochran, W. G. (1967): Statistical methods. 6. ed. The Iowa State University Press. Ames, Iowa
- Talts, J. (1977): Mätning i storskaliga flygbilder för beståndsdatainsamling. Rapporter och uppsatser nr. 6. Institutionen för skogsuppskattning och skogsindelning, Skogshögskolan, Stockholm
- Tomter, S. M. (1988): Volumregistrering på flybilder. Melding nr. 43. Institutt for skogtaksasjon, Norges landbrukshøgskole, Ås-NLH
- Vestjordet, E. (1967): Funksjoner og tabeller for kubering av stående gran. Meddelelser fra Det norske Skogforsøksvesen, XXII:545-574, Ås
- Vestjordet, E. (1968): Volum av nyttbart virke hos gran og furu basert på relativ høyde og diameter i brysthøyde eller 2,5 m fra stubbeavskjær. Meddelelser fra Det norske Skogforsøksvesen, XXV:411-459, Ås
- Willingham, J. W. (1957): Estimation of forest management inventory data from aerial photographic measurements. Forest Science, Vol. 3(3):270-274

Wolff, G. (1964): Möglichkeit und Grenzen der Messinterpretation forstlicher Luftbilder. Univ. Dresden, Wiss. Z. der Tech., 13(2):488-494

UTVALGTE FUNKSJONER FOR GRUNNFLATEMIDDELDIAMETER

De utvalgte funksjonene for grunnflatemiddeldiameter er samlet nedenfor. Tabell 2 viser funksjonene basert på tre forklarende variabler, mens i funksjonene vist i tabell 3 er i tillegg kronediameter benyttet som forklaringsvariabel. Tabell 1 viser variablenes symboler og måle-enheter benyttet i funksjonene i tabell 2 og 3.

Tabell 1. Symboler og måle-enheter for de enkelte variablene

Variabel	Symbol	Måle-enhet
Grunnflatemiddeldiameter	d_g	centimeter
Bonitet ¹	B	m ³ /da/år
Grunnflateveid middelhøyde	h_L	meter
Kronedekning	s_k	prosent
Kronediameter	d_k	meter

1) Bonitet registrert på økonomisk kartverk.

Tabell 2. Utvalgte funksjoner for grunnflatemiddeldiameter basert på de tre forklaringsvariablene bonitet registrert på økonomisk kartverk, grunnflateveid middelhøyde og kronedekning¹

Treslag	Funksjon
Felles-funksjon	$d_g = 7,19512 - 13,31957 \cdot B + 1,03953 \cdot h_L - 0,001 \cdot s_k^2 + 0,14587 \cdot B \cdot s_k$
Gran	$d_g = 6,10491 - 12,01643 \cdot B + 1,03562 \cdot h_L - 0,00094 \cdot s_k^2 + 0,14488 \cdot B \cdot s_k$
Furu	$d_g = 3,37534 + 1,28699 \cdot h_L - 0,00064 \cdot s_k^2 - 0,3686 \cdot B \cdot h_L$

1) Mer detaljert informasjon om funksjonene er vist i tabell 5.16.

Tabell 3. Utvalgte funksjoner for grunnflatemiddeldiameter basert på de fire forklaringsvariablene bonitet registrert på økonomisk kartverk, grunnflateveid middelhøyde, kronedekning og kronediameter¹

Treslag	Funksjon
Felles- funksjon	$d_g = 4,12125 - 11,92874 \cdot B + 0,91119 \cdot h_L + 1,19576 \cdot d_k - 0,00081 \cdot s_k^2 + 0,1291 \cdot B \cdot s_k$
Gran	$d_g = 7,51547 - 18,72006 \cdot B + 0,92286 \cdot h_L - 0,00085 \cdot s_k^2 + 0,15101 \cdot B \cdot s_k + 1,82095 \cdot B \cdot d_k$
Furu	$d_g = 6,69033 + 1,03916 \cdot h_L - 0,14713 \cdot s_k - 0,28377 \cdot B \cdot h_L + 0,03045 \cdot s_k \cdot d_k$

1) Mer detaljert informasjon om funksjonene er vist i tabell 5.15.

UTVALGTE FUNKSJONER FOR GRUNNFLATESUM

De utvalgte funksjonene for grunnflatesum er samlet nedenfor. Tabell 5 viser funksjonene basert på tre forklarende variabler. Tabell 4 viser variablenes symboler og måle-enheter benyttet i funksjonene i tabell 5.

Tabell 4. Symboler og måle-enheter for de enkelte variablene

Variabel	Symbol	Måle-enhet
Grunnflatesum	G	m^2/ha
Bonitet ¹	B	$m^3/da/år$
Grunnflateveid middelhøyde	h_L	meter
Kronedekning	s_k	prosent

1) Bonitet registrert på økonomisk kartverk.

Tabell 5. Utvalgte funksjoner for grunnflatesum basert på de tre forklaringsvariablene bonitet registrert på økonomisk kartverk, grunnflateveid middelhøyde og kronedekning¹

Treslag	Funksjon
Felles-funksjon	$G = 4,71977 + 0,25583 \cdot h_L + 0,0643 \cdot B \cdot s_k + 0,01232 \cdot h_L \cdot s_k$
Gran	$G = -6,6047 + 1,35224 \cdot h_L + 0,12801 \cdot s_k - 0,58629 \cdot B \cdot h_L + 0,17666 \cdot B \cdot s_k$
Furu	$G = 5,1253 + 4,30428 \cdot B + 0,01521 \cdot h_L \cdot s_k$

1) Mer detaljert informasjon om funksjonene er vist i tabell 5.31.

UTVALGTE FUNKSJONER FOR HØYDEKLASSE

De utvalgte funksjonene for høydeklasse er samlet nedenfor. Tabell 7 viser funksjonene basert på tre forklarende variabler, mens i funksjonene vist i tabell 8 er i tillegg kronediameter benyttet som forklaringsvariabel. Tabell 6 viser variablenes symboler og måle-enheter benyttet i funksjonene i tabell 7 og 8.

Tabell 6. Symboler og måle-enheter for de enkelte variablene

Variabel	Symbol	Måle-enhet
Høydeklasse	Hkl	
Bonitet ¹	B	m ³ /da/år
Grunnflateveid middelhøyde	h_L	meter
Kronedekning	s_k	prosent
Kronediameter	d_k	meter

1) Bonitet registrert på økonomisk kartverk.

Tabell 7. Utvalgte funksjoner for høydeklasse basert på de tre forklaringsvariablene bonitet registrert på økonomisk kartverk, grunnflateveid middelhøyde og kronedekning¹

Treslag	Funksjon
Gran	$Hkl = 0,65052 + 0,51705 \cdot B + 0,00101 \cdot h_L^2 + 0,000056 \cdot s_k^2$ $- 0,0049 \cdot B \cdot s_k$
Furu	$Hkl = 0,64022 + 0,41313 \cdot B + 0,00137 \cdot h_L^2 + 0,000077 \cdot s_k^2$ $- 0,00443 \cdot B \cdot s_k - 0,00025 \cdot h_L \cdot s_k$

1) Mer detaljert informasjon om funksjonene er vist i tabell 5.38.

Tabell 8. Utvalgte funksjoner for høydeklasse basert på de fire forklaringsvariablene bonitet registrert på økonomisk kartverk, grunnflateveid middelhøyde, kronedekning og kronediameter¹

Treslag	Funksjon
Gran	$Hk_l = 0,5379 + 0,64885 \cdot B + 0,00637 \cdot s_k - 0,42994 \cdot B^2$ $+ 0,00116 \cdot h_L^2 - 0,00089 \cdot s_k \cdot d_k$
Furu	$Hk_l = 0,8204 + 0,13156 \cdot B - 0,0466 \cdot d_k + 0,00171 \cdot h_L^2$ $+ 0,000064 \cdot s_k^2 - 0,00029 \cdot h_L \cdot s_k$

1) Mer detaljert informasjon om funksjonene er vist i tabell 5.37.

UTVALGTE FUNKSJONER FOR TOTALALDER

De utvalgte funksjonene for totalalder er samlet nedenfor. Tabell 10 viser funksjonene basert på tre forklarende variabler, mens i funksjonene vist i tabell 11 er i tillegg kronediameter benyttet som forklaringsvariabel. Tabell 9 viser variablenes symboler og måle-enheter benyttet i funksjonene i tabell 10 og 11.

Tabell 9. Symboler og måle-enheter for de enkelte variablene

Variabel	Symbol	Måle-enhet
Totalalder	A	år
Bonitet ¹	B	m ³ /da/år
Grunnflateveid middelhøyde	h_L	meter
Kronedekning	s_k	prosent
Kronediameter	d_k	meter

1) Bonitet registrert på økonomisk kartverk.

Tabell 10. Utvalgte funksjoner for totalalder basert på de tre forklaringsvariablene bonitet registrert på økonomisk kartverk, grunnflateveid middelhøyde og kronedekning¹

Treslag	Funksjon
Felles-funksjon	$A = 99,99027 - 182,18539 \cdot B + 5,106 \cdot h_L - 0,01392 \cdot s_k^2 + 1,87756 \cdot B \cdot s_k$
Gran	$A = 126,1035 - 0,01936 \cdot s_k^2 - 3,51886 \cdot B \cdot h_L + 0,08491 \cdot h_L \cdot s_k$
Furu	$A = 244,74124 - 626,58761 \cdot B - 5,42302 \cdot h_L - 0,00752 \cdot s_k^2 + 32,52823 \cdot B \cdot h_L$

1) Mer detaljert informasjon om funksjonene er vist i tabell 5.48.

Tabell 11. Utvalgte funksjoner for totalalder basert på de fire forklaringsvariablene bonitet registrert på økonomisk kartverk, grunnflateveid middelhøyde, kronedekning og krone-diameter¹

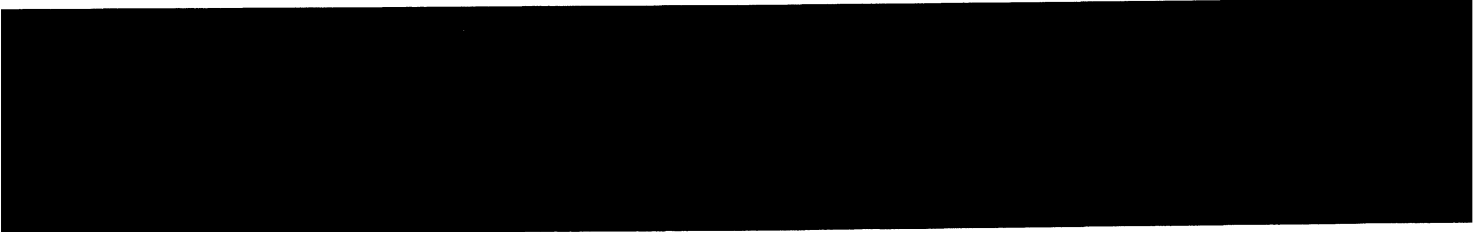
Treslag	Funksjon
Felles-funksjon	$A = 52,33097 - 270,36367 \cdot B + 14,30527 \cdot h_L - 1,35171 \cdot s_k + 204,17999 \cdot B^2 - 0,32935 \cdot h_L^2 + 0,2908 \cdot s_k \cdot d_k$
Gran	$A = -165,68949 - 46,70406 \cdot B + 157,49822 \cdot d_k - 0,00386 \cdot s_k^2 - 18,86223 \cdot d_k^2$
Furu	$A = 160,25534 - 469,86251 \cdot B - 0,00587 \cdot s_k^2 + 12,82777 \cdot B \cdot h_L + 40,44587 \cdot B \cdot d_k$

1) Mer detaljert informasjon om funksjonene er vist i tabell 5.47.

UTKOMMET I SERIEN RAPPORTER FRA STATISTISK SENTRALBYRÅ ETTER 1. JULI 1987 (RAPP)
 Issued in the series Reports from the Central Bureau of Statistics since 1 July 1987 (REP)
 ISSN 0332-8422

- Nr. 86/7 Yrkesaktivitet og familietilhørighet Geografiske variasjoner/Ole Ragnar Langen 1987-56s.
 (RAPP;86/7) 25 kr ISBN 82-537-2324-5
- 86/17 MODIS IV Detaljerte virkningstabeller for 1985/Eva Ivås og Paal Sand. 1987-274s.
 (RAPP; 86/17) 45 kr ISBN 82-537-2371-7
 - 87/2 Folke- og boligtellingerne 1960, 1970 og 1980 Dokumentasjon av de sammenlignbare filene/
 Kåre Vassenden. 1987-266s. (RAPP 87/2) 55 kr ISBN 82-537-2416-0
 - 87/10 Et økonomisk - demografisk modellsystem for regional analyse/Tor Skoglund og
 Knut Ø. Sørensen. 1987-58s. (RAPP; 87/10) 30 kr ISBN 82-537-2503-5
 - 87/11 Four Papers on the Theory of Unemployment/Fritz C. Holte. 1988-149s. (RAPP; 87/11) 50
 ISBN 82-537-2508-6
 - 87/12 Virkninger på nordisk samhandel av en svensk devaluering/Sturla Henriksen. 1987-75s.
 (RAPP;87/12) ISBN 82-537-2509-4
 - 87/13 Skatter og overføringer til private Historisk oversikt over satser mv. Årene 1970-1987.
 1987-69s. (RAPP; 87/13) 40 kr ISBN 82-537-2517-5
 - 87/14 MSG-4 A Complete Description of the System of Equations/Erik Offerdal, Knut Thonstad og
 Haakon Vennemo 1987-141s. (RAPP; 87/14) 45 kr ISBN 82-537-2524-8
 - 87/15 Energiundersøkelsen 1985 Energibruk i privat og offentlig tjenesteyting/Jon Sagen.
 1987-93s. 40 kr ISBN 82-537-2533-7
 - 87/16 Kommunehelsetjenesten Årsstatistikk for 1986. 1987-61s. 40 kr ISBN 82-537-2531-0
 - 87/17 Nordmenns ferievaner i regionalt perspektiv/Hege Kitterød. 1987-86s.
 40 kr ISBN 82-537-2543-4
 - 87/18 Totalregnskap for fiske- og fangstnæringen 1982 - 1985. 1987-39s. 30 kr
 ISBN 82-537-2549-3
 - 87/19 En økonometrisk analyse av varigheten av arbeidsledighet/Rolf Aaberge. 1987-39s.
 30 kr ISBN 82-537-2546-9
 - 87/20 Statistisk beskrivelse av arbeidsledighetens lengde 1973-1985/Rolf Aaberge.
 1987-39s. 30 kr ISBN 82-537-2547-7
 - 87/21 Aktuelle skattetal 1987 Current Tax Data. 1987-45s. 40 kr ISBN 82-537-2552-3
 - 87/22 Friluftsliv og helse/Tiril Vogt. 1987-76s. 40 kr ISBN 82-537-2562-0
 - 87/23 Prisdannelse på importvarer En MODAG-rapport/Nils Henrik Mørch von der Fehr. 1988-67s.
 40 kr ISBN 82-537-2569-8
 - 88/1 Naturressurser og miljø 1987 Energi, petroleumsøkonomi, mineraler, fisk, skog,
 jordbruksareal, vann, luft, globale luftforurensninger, miljøverninvesteringer
 Ressursregnskap og analyse. 1988-145s. (RAPP; 88/1) 45 kr ISBN 82-537-2623-6
 - 88/2 NORDHAND Et modellsystem for de nordiske land/Paal Sand og Gunnar Sollie. 1988-68s.
 40 kr ISBN 82-537-2570-1

- Nr. 88/3 Hovedtrekk ved den økonomiske og demografiske utviklingen i fylkene etter 1960/Tor Skoglund, Erik Stordahl og Knut Ø. Sørensen. 1988-81s. 40 kr ISBN 82-537-2572-8
- 88/4 Kohort- og periodefruktbarhet i Norge 1845 - 1985 Cohort and Period Fertility for Norway/Helge Brunborg. 1988-135s. 45 kr ISBN 82-537-2573-6
- 88/5 Yrkesdeltakelse for personer over aldersgrensen En log-linear analyse/Grete Dahl 1988-38s. (RAPP; 88/5) 30 kr ISBN 82-537-2593-0
- 88/6 Skilsmisser i Norge 1965-1985 En demografisk analyse/Øystein Kravdal og Turid Noack. 1988-147s. 45 kr ISBN 82-537-2587-6
- 88/7 Oljeinvesteringer og norsk økonomi i 1987-95/Ingvild Svendsen. 1988-88s. 40 kr ISBN 82-537-2596-5
- 88/8 Hvem reiser ikke på ferie? En analyse av ikke-reisende i Norge, Sverige, Danmark og Finland Who Spends their Holiday at Home? An Analysis on Non-Travellers in Norway, Sweden, Denmark and Finland/Ragni Hege Kitterød. 1988-47s. (RAPP; 88/8) 40 kr ISBN 82-537-2597-3
- 88/9 Radiolytting og fjernsynsseing vinteren 1988 Landsoversikt for programdagene 30. januar 5. februar/Gustav Haraldsen. 1988-91s. (RAPP; 88/9) 40 kr ISBN 82-537-2653-8
- 88/10 Radiolytting og fjernsynsseing vinteren 1988 Fylkesoversikt for programdagene 30. januar 5. februar/Gustav Haraldsen. 1988-168s. (RAPP; 88/10) 50 kr ISBN 82-537-2654-6
- 88/12 Statistisk Sentralbyrå Langtidsprogram 1987-1990. 1988-55s. (RAPP; 88/12) 40 kr ISBN 82-537-2655-4
- 88/13 Skatter og overføringer til private Historisk oversikt over satser mv. Årene 1970-1988. 1988-64s. (RAPP; 88/13) 40 kr ISBN 82-537-2656-2
- 88/14 Drifts- og yrkesstrukturen i jordbruket i 1985/86/Berit Bjørlo, Audun Loen og Elin Ouren. 1988-56s. (RAPP; 88/14) 40 kr ISBN 82-537-2669-4
- 88/17 Modeller for beregning av nasjonale og regionale utslipp til luft/Odd Kristian Selboe. 1988-139s. (RAPP; 88/17) 45 kr ISBN 82-537-2682-1
- 88/18 Kommentarer til standard for inndeling etter sosioøkonomisk status/Dag Albu. 1988-49s. (RAPP; 88/18) 40 kr ISBN 82-537-2679-1
- 88/20 Skatter og overføringer til private Historisk oversikt over satser mv. Årene 1970-1988. Revidert utgave. 1988-64s. (RAPP; 88/20) 40 kr ISBN 82-537-2685-6
- 88/21 Barnetall i ekteskap. 1988-39s. (RAPP; 88/21) 30 kr ISBN 82-537-2689-9
- 88/24 Aktuelle skattetall 1988 Current Tax Data: 1988-42s. (RAPP; 88/24) 30 kr ISBN 82-537-2688-0



Pris kr 45,00

Publikasjonen utgis i kommisjon hos H. Aschehoug & Co. og Universitetsforlaget, Oslo, og er til salgs hos alle bokhandlere.

ISBN 82-537-2705-4
ISSN 0332-8422